

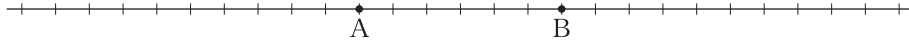
数学

○ CONTENTS ○

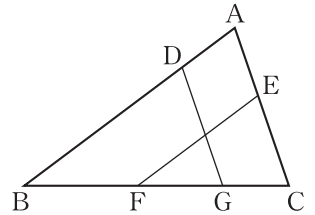
1	三角形と比	2
2	三角形と比～記述	3
3	三角形の辺と角	4
4	三角形の辺と角～記述	5
5	三角形の重心・外心・内心	6
6	三角形の重心・外心・内心～記述	7
7	チェバ・メネラウスの定理	8
8	チェバ・メネラウスの定理～記述	9
9	三角形	10
10	円周角の定理	14
11	円周角の定理～記述	15
12	円周角の定理の逆	16
13	円周角の定理の逆～記述	17
14	円と四角形	18
15	円と四角形～記述	19
16	円と接線	20
17	円と接線～記述	21
18	方べきの定理	22
19	方べきの定理～記述	23
20	2つの円	24
21	2つの円～記述	25
22	円	26
23	作図	30
24	作図～記述	31
25	空間図形	32
26	空間図形～記述	33
27	作図と空間図形	34

1 三角形と比

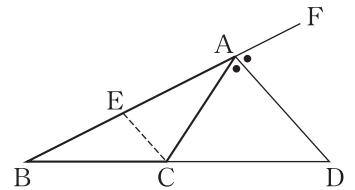
- ① 線分 AB を、2 : 1 に内分する点を P、3 : 1 に外分する点を Q、4 : 7 に外分する点を R とする。3 点 P、Q、R をそれぞれ次の図に記入せよ。



- ② 右の図の $\triangle ABC$ において、 $AD : DB = 1 : 3$ 、 $AE : EC = 3 : 4$ 、 $AB \parallel EF$ 、 $AC \parallel DG$ であるとき、 $BC : FG$ を求めよ。



- ③ $\triangle ABC$ の $\angle A$ の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点 D は、辺 BC を $AB : AC$ に外分する。これを、 $AB > AC$ の場合について次のように証明した。□ に当てはまる記号を答えよ。



〔証明〕 点 C を通り直線 AD に平行な直線を引き、辺 AB との交点を E とし、辺 BA の延長上に点 F をとる。

AD // EC より、錯角は等しいから、

$$\angle ACE = \angle \text{ア}$$

同位角は等しいから、 $\angle AEC = \angle \text{イ}$

仮定より、 $\angle CAD = \angle FAD$

したがって、 $\angle ACE = \angle \text{ウ}$

よって、 $AE = \text{エ} \dots \text{①}$

一方、AD // EC より、 $BA : \text{オ} = BD : DC$ であるから、

①より、 $AB : AC = BD : DC$

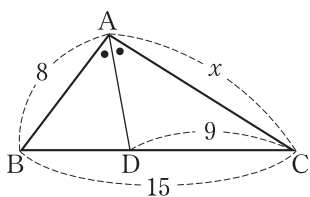
したがって、点 D は辺 BC を $AB : AC$ に外分する。

ア イ ウ

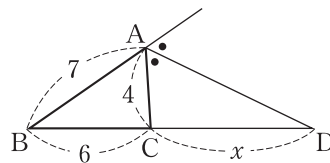
エ オ

- ④ 次の図で、 x の値を求めよ。

(1)



(2)



.....

.....

2

三角形と比 ~記述

1 右の図の $\triangle ABC$

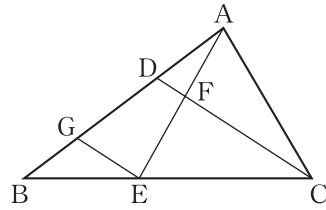
において,

$$AD : DB = 1 : 2,$$

$$BE : EC = 2 : 3,$$

$EG \parallel CD$ であるとき,

$AF : FE$ を求めよ。



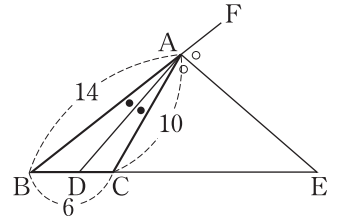
3 右の図で,

$$\angle BAD = \angle DAC,$$

$$\angle CAE = \angle EAF$$

のとき, DE の長さを

求めよ。

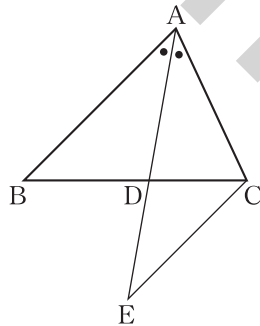


2 $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等

分線と辺 BC の交点を D とすると,

$$AB : AC = BD : DC$$

である。これを, 点 C を通り AB に平行な直線と直線 AD との交点を E として証明せよ。



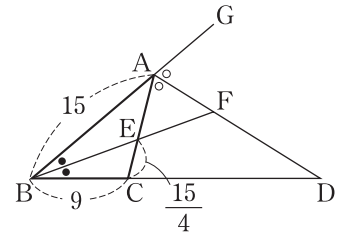
4 右の図で,

$$\angle ABF = \angle FBD,$$

$$\angle CAD = \angle DAG$$

のとき, $AF : FD$ を求

めよ。



3

三角形の辺と角

- ① $\triangle ABC$ において、次の(1), (2)を証明した。□に当てはまる記号, ()に当てはまる等号や不等号を答えよ。

- (1) $AB > AC$ ならば, $\angle C > \angle B$

〔証明〕 $AB > AC$ のとき, 辺 AB 上に, $AD = AC$ となる点 D をとる。

$$AD = AC \text{ より, } \angle ACD = \angle \text{ア} \quad \dots \text{①}$$

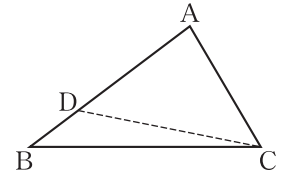
$$\angle ACB = \angle \text{イ} + \angle \text{ウ} > \angle \text{イ} \quad \dots \text{②}$$

$\angle ADC$ は $\triangle BCD$ の外角であるから,

$$\angle ADC = \angle B + \angle \text{ウ} > \angle B \quad \dots \text{③}$$

①, ②, ③より, $\angle ACB > \angle B$

よって, $\angle C > \angle B$



- (2) $\angle C > \angle B$ ならば, $AB > AC$

〔証明〕 $\angle C > \angle B$ のとき, $AB > AC$ が成り立たないとすると,

AB (ア) AC または AB (イ) AC が成り立つ。

AB (ア) AC ならば, (1)の結果より,

$$\angle C < \angle B$$

AB (イ) AC ならば, $\angle B = \angle C$

となり, いずれも $\angle C > \angle B$ に矛盾する。

よって, $AB > AC$

ア イ ウ

ア イ

- ② $\triangle ABC$ において, $AB + AC > BC$ であることを次のように証明した。□に当てはまる記号を答えよ。

〔証明〕 辺 BA の延長上に, $AD = AC$ となる点 D をとると,

$$\angle ADC = \angle \text{ア}$$

また, $\angle BCD > \angle \text{ア}$

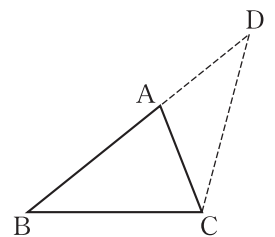
よって, $\triangle DBC$ において,

$$\angle BCD > \angle \text{イ}$$

ゆえに, $BD > \text{ウ}$

したがって, $AB + AD > \text{ウ}$

すなわち, $AB + AC > BC$



ア イ ウ

- ③ 次の長さの線分を 3 辺とする三角形が存在するかどうかを答えよ。

- (1) 5, 8, 2

- (2) 7, 15, 9

.....

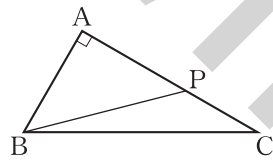
.....

4

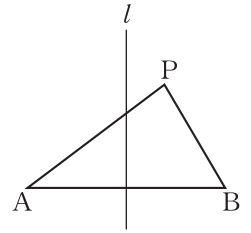
三角形の辺と角 ~記述

- 1 $\angle A > 90^\circ$, $\angle A = 2\angle B$ である $\triangle ABC$ の3つの辺の大小を調べよ。

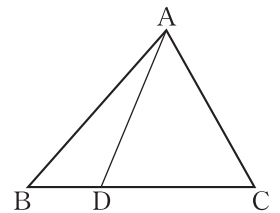
- 2 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の辺 AC 上に、頂点と異なる点 P をとる。このとき、 $BP < BC$ であることを証明せよ。



- 3 線分 AB の垂直二等分線を l とするとき、点 P が l に関して B の側にあるならば、 $PA > PB$ であることを証明せよ。



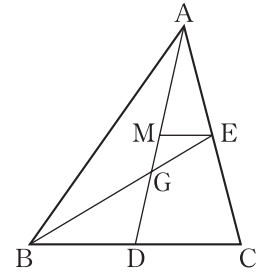
- 4 $\triangle ABC$ の辺 BC 上に、頂点と異なる点 D をとる。このとき、 $AB + BC + CA > 2AD$ であることを証明せよ。



5 | 三角形の重心・外心・内心

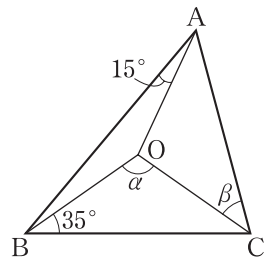
- ① 右の図の $\triangle ABC$ において、2つの中線 AD , BE の交点を G とし、 E から BC に平行な直線を引き、 AD との交点を M とする。

(1) $AM : MG : GD$ を求めよ。

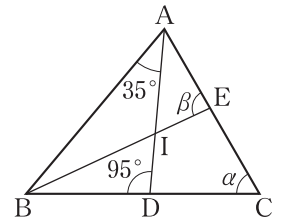


(2) $\triangle MGE : \triangle ABC$ を求めよ。

- ② 右の図で、点 O は $\triangle ABC$ の外心である。角 α , β の大きさを求めよ。

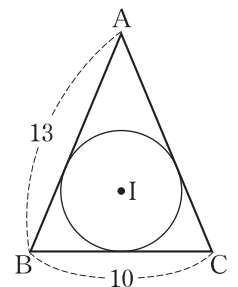


- ③ 右の図で、点 I は $\triangle ABC$ の内心である。角 α , β の大きさを求めよ。



- ④ $AB = AC = 13$, $BC = 10$ である $\triangle ABC$ において、内心を I , 内接円の半径を r とする。

(1) $\triangle ABC$ の面積を r で表せ。

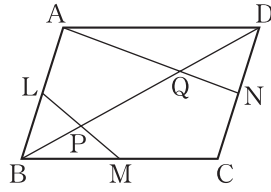


(2) r の値を求めよ。

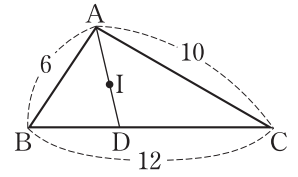
6

三角形の重心・外心・内心～記述

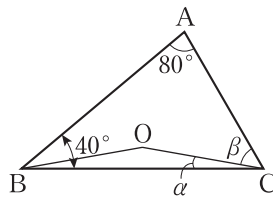
- 1** 平行四辺形 ABCD において、辺 AB, BC, CD の中点をそれぞれ L, M, N とし、LM, AN と BD との交点をそれぞれ P, Q とする。このとき、 $PQ : BD$ を求めよ。



- 3** 右の図において、点 I は $\triangle ABC$ の内心である。このとき、 $AI : ID$ を求めよ。



- 2** 右の図において、点 O は $\triangle ABC$ の外心である。角 α , β の大きさを求めよ。

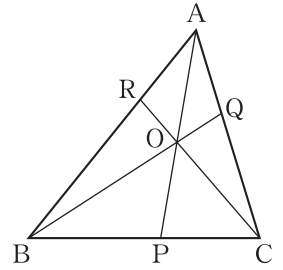


- 4** 外心と内心が一致する三角形は正三角形であることを証明せよ。

7 | チェバ・メネラウスの定理

1 右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点 A, B, C と $\triangle ABC$ の内部にある点 O を結ぶ直線が、対辺と交わる点をそれぞれ P, Q, R とする。

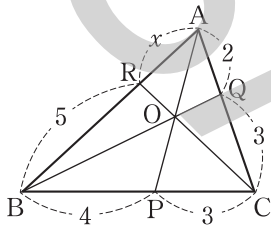
(1) チェバの定理の等式を書け。



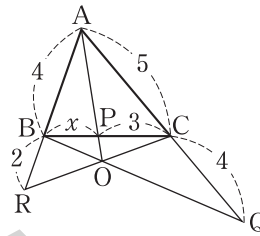
(2) $AR : RB = 1 : 2, AQ : QC = 2 : 3$ のとき、 $BP : PC$ を求めよ。

2 次の図で、 x の値を求めよ。

(1)

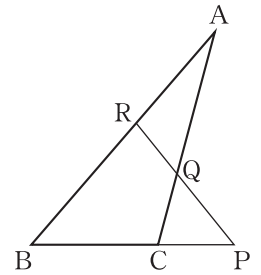


(2)



3 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC, CA, AB またはその延長が、三角形の頂点を通らない1直線とそれぞれ点 P, Q, R で交わる。

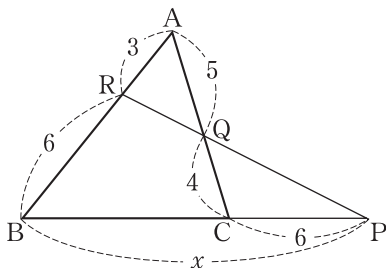
(1) メネラウスの定理の等式を書け。



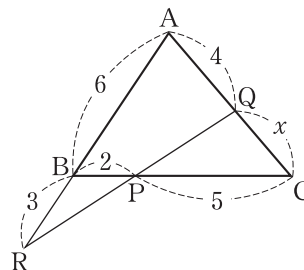
(2) $AQ : QC = 2 : 1, AR : RB = 3 : 4$ のとき、 $BP : PC$ を求めよ。

4 次の図で、 x の値を求めよ。

(1)



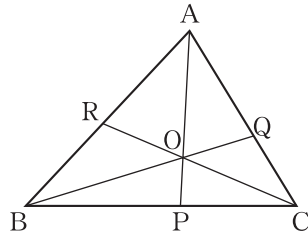
(2)



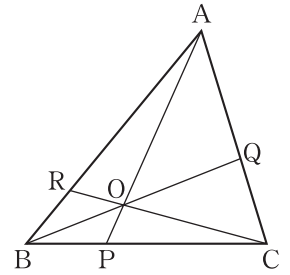
8

チェバ・メネラウスの定理 ~記述

- 1 右の図の $\triangle ABC$ で、
 辺 BC , CA , AB 上に
 それぞれ点 P , Q , R
 があり、 AP , BQ , CR
 は1点 O で交わって
 いる。 $AB=6$,
 $BP:PC=4:3$, $CQ:QA=3:2$ のとき、 AR の
 長さを求めよ。



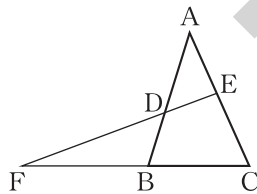
- 3 $\triangle ABC$ において、 BC
 を $1:2$ に内分する点を
 P , 辺 CA を $2:3$ に内分
 する点を Q とする。また、
 AP と BQ の交点を O と
 し、直線 CO と辺 AB の
 交点を R とする。次の比
 を求めよ。



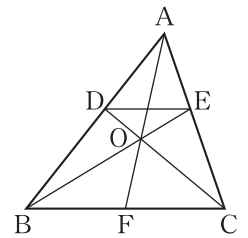
(1) $AR:RB$

(2) $CO:OR$

- 2 右の図の $\triangle ABC$ で、
 辺 AB , AC 上にそれぞ
 れ点 D , E をとり、 DE
 の延長と BC の延長との
 交点を F とする。
 $BC=8$, $AD:DB=3:2$, $AE:EC=5:6$ のとき、
 BF の長さを求めよ。



- 4 右の図の $\triangle ABC$ で、辺
 AB , AC 上に点 D , E を
 $DE \parallel BC$ となるようにとり、
 BE と CD の交点を O とす
 る。 AO の延長と辺 BC の
 交点を F とするとき、 F は
 辺 BC の中点であることを
 証明せよ。

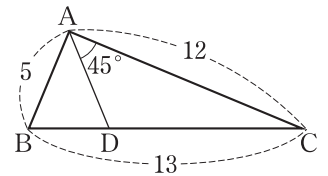


①, ② は解答のみ記せ。③ ~ ⑥ は解答に至る過程も記せ。

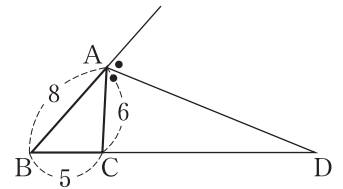
① 次の問いに答えよ。

(1) 線分 AB の長さが 10 で, 線分 AB を 7 : 3 に外分する点を P とするとき, AP の長さを求めよ。

(2) 右の図で, 線分 BD の長さを求めよ。



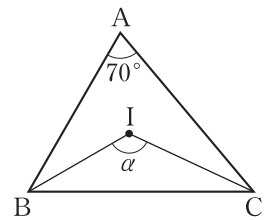
(3) 右の図のように, $\triangle ABC$ の $\angle A$ の外角の二等分線と BC の延長との交点を D とするとき, 線分 CD の長さを求めよ。



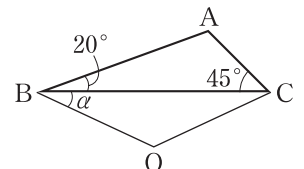
(4) $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 65^\circ$ である $\triangle ABC$ において, 最大の辺はどれか。

(5) 三角形の 2 辺の長さが 5, 7 のとき, 残りの辺の長さ x のとりうる値の範囲を求めよ。

(6) 右の図で, 点 I が $\triangle ABC$ の内心であるとき, 角 α の大きさを求めよ。

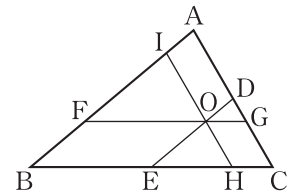


(7) 右の図で, 点 O が $\triangle ABC$ の外心であるとき, 角 α の大きさを求めよ。



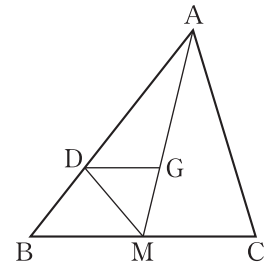
2 次の に当てはまる数や比を答えよ。

- (1) 右の図の $\triangle ABC$ において、 $DE : AB = 1 : 2$, $FG : BC = 2 : 3$, $AB \parallel DE$, $BC \parallel FG$, $CA \parallel HI$ である。このとき、 $AC : DG =$ ア , $IH : AC =$ イ である。



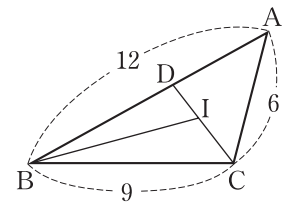
ア イ

- (2) 右の図の $\triangle ABC$ において、線分 AM は中線、点 G は重心である。点 G を通り辺 BC に平行な直線と辺 AB の交点を D とする。このとき、 $\triangle DMG : \triangle ADM =$ ア , $\triangle DMG : \triangle ABC =$ イ である。



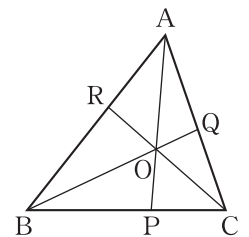
ア イ

- (3) 右の図で、点 I は $\triangle ABC$ の内心である。このとき、 $BD =$ ア であり、 $CI : ID =$ イ となる。

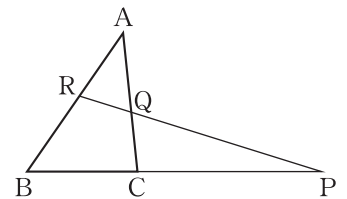


ア イ

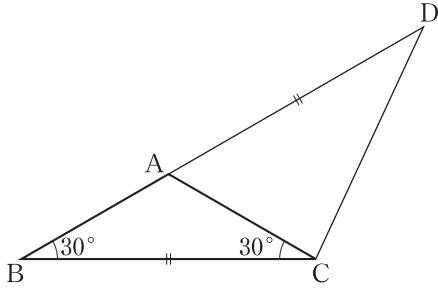
- (4) 右の図の $\triangle ABC$ において、 P, Q, R はそれぞれ辺 BC, CA, AB 上の点で、 AP, BQ, CR は 1 点 O で交わる。 $BP : PC = 5 : 3$, $CQ : QA = 6 : 7$ のとき、 $AR : RB =$ である。



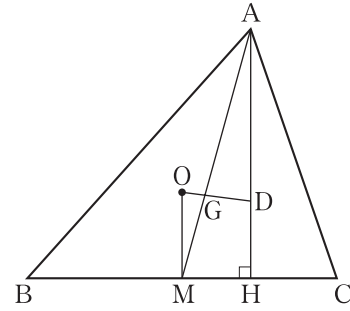
- (5) 右の図の $\triangle ABC$ において、 P は辺 BC の延長上の点、 Q, R はそれぞれ辺 AC, AB 上の点で、3 点 P, Q, R は一直線上にある。 $CQ : QA = 3 : 4$, $AR : RB = 5 : 6$ のとき、 $BP : PC =$ である。



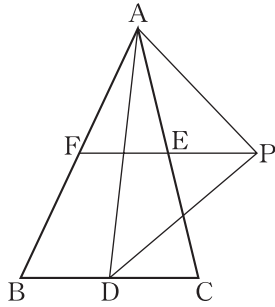
- 3 $\angle B = \angle C = 30^\circ$ である $\triangle ABC$ がある。辺 BA の A の方への延長上に $AD = BC$ となるように点 D をとると、 $AC < CD < AD$ であることを証明せよ。



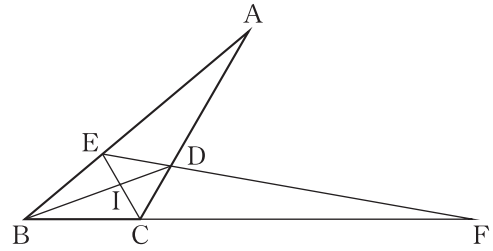
- 4 $\triangle ABC$ の重心を G ，外心を O とする。辺 BC の中点を M とし， A から辺 BC に垂線 AH を引き，直線 OG と AH の交点を D とする。このとき， $AD = 2OM$ となることを証明せよ。



- ⑤ $\triangle ABC$ において、辺 BC , CA , AB の中点をそれぞれ D , E , F とし、線分 FE の E の方への延長上に $FE = EP$ となるように点 P をとる。このとき、点 E は $\triangle ADP$ の重心であることを証明せよ。

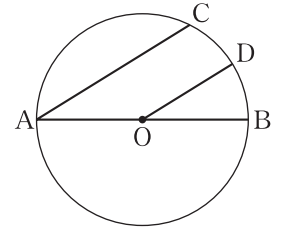


- ⑥ $\triangle ABC$ の内心を I とする。 BI , CI の延長と辺 AC , AB との交点をそれぞれ D , E とし、 DE と BC の延長の交点を F とする。このとき、 $\frac{BF}{FC} = \frac{AB}{AC}$ となることを証明せよ。



10 円周角の定理

- ① 右の図において、 AB は円 O の直径、 AC は弦、 OD は半径である。 $AC \parallel OD$ ならば、 $\widehat{CD} = \widehat{DB}$ であることを次のように証明した。□ に当てはまる記号や語句を答えよ。



〔証明〕 C と O を結ぶ。

$OA = OC$ より、 $\angle ACO = \angle$

$AC \parallel OD$ より、 $\angle ACO = \angle$

$\angle CAO = \angle$

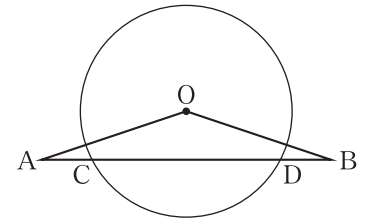
したがって、 \angle $= \angle$

等しい に対する弧は等しいから、

$$\widehat{CD} = \widehat{DB}$$

ア イ ウ エ

- ② 右の図において、点 O は円の中心で、 $OA = OB$ である。線分 AB と円 O との交点を C, D とすると、 $AC = BD$ であることを次のように証明した。



□ に当てはまる記号や語句を答えよ。

〔証明〕 O から AB に垂線 OH を引く。

$OA = OB$ より、 $AH =$

円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を するから、

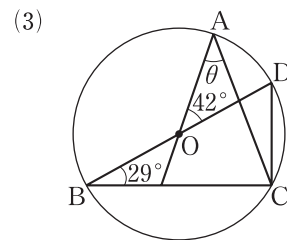
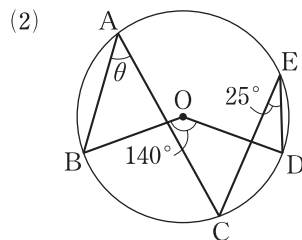
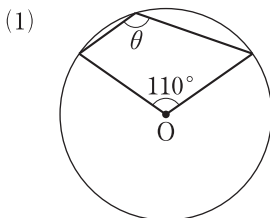
$= DH$

よって、 $AH -$ $=$ $- DH$

したがって、 $AC = BD$

ア イ ウ

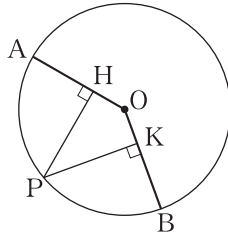
- ③ 次の図で、角 θ の大きさを求めよ。



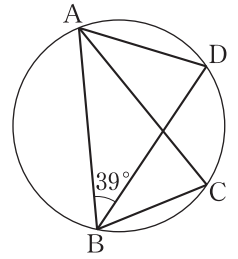
.....

11 | 円周角の定理 ~記述

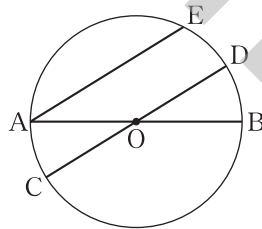
- 1 円Oの弧AB上の点Pから半径OA, OBにそれぞれ垂線PH, PKを引くとき, $PH = PK$ ならば, $\widehat{PA} = \widehat{PB}$ となることを証明せよ。



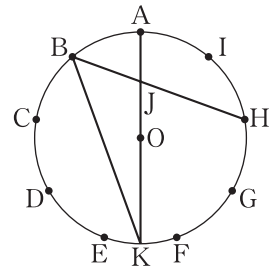
- 3 右の図で, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ である。
 $\angle ABD = 39^\circ$ のとき,
 $\angle CBD$ の大きさを求めよ。



- 2 右の図のように, 円Oの直径AB, CDを引き, $\widehat{BD} = \widehat{DE}$ となるように点Eをとるとき, $AE \parallel CD$ となることを証明せよ。

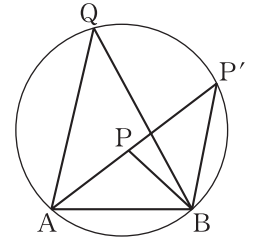


- 4 右の図で, 点A, B, C, D, E, F, G, H, Iは円周を9等分する点で, 点Oは円の中心である。このとき, $\angle BJK$ の大きさを求めよ。



12 円周角の定理の逆

- ① 円の周上に3点 A, Q, B があり, 点 P が直線 AB に対して点 Q と同じ側にあるとき, 点 P が円の内部にあるならば, $\angle APB > \angle AQB$ であることを次のように証明した。□ に当てはまる記号, () に当てはまる不等号を答えよ。



〔証明〕 AP の延長と円との交点を P' とする。

$$\angle AP'B = \angle \text{ア}$$

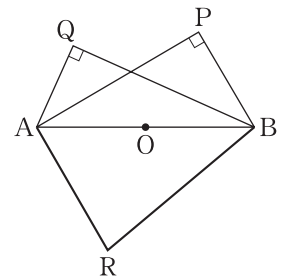
$$\angle APB = \angle AP'B + \angle \text{イ}$$

$$\angle APB \text{ (ウ) } \angle AP'B$$

$$\text{よって, } \angle APB > \angle AQB$$

ア イ ウ

- ② 右の図のように, $\triangle APB$ と $\triangle AQB$ はともに, $\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$ の直角三角形である。辺 AB の中点を O とし, $AB = 10$ とするとき, 点 R を, $\angle BAR = 60^\circ$, $\angle ABR = 40^\circ$ となるようにとる。このとき, 線分 OR の長さについて考える。次の □ に当てはまる記号や語句, () に当てはまる不等号を答えよ。



$\angle APB = \angle AQB$ より, 4点 ア は O を中心とする円の円周上にあり, その半径は,

$$OA = OB = 5$$

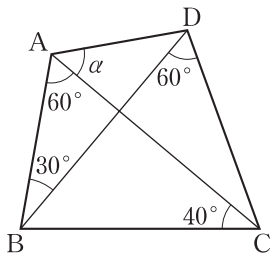
$\angle ARB$ (イ) 90° より, 点 R は円 O の □ ウ にある。

$$\text{よって, } OR \text{ (エ) } 5$$

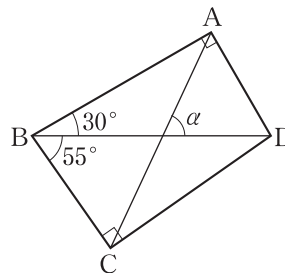
ア イ ウ エ

- ③ 次の図で, 角 α の大きさを求めよ。

(1)



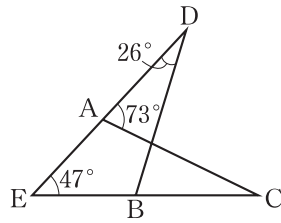
(2)



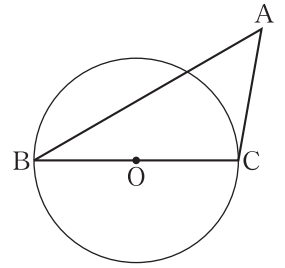
.....

13 | 円周角の定理の逆 ~記述

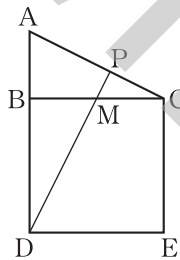
- 1 右の図で、4点 A, B, C, D が1つの円周上にあることを示せ。



- 3 $\triangle ABC$ の、辺 BC を直径とする円を O とする。このとき、 $\triangle ABC$ の内心 I は円 O の内部にあることを証明せよ。

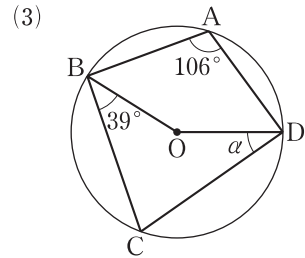
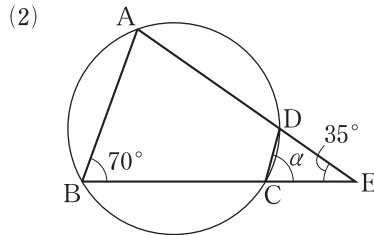
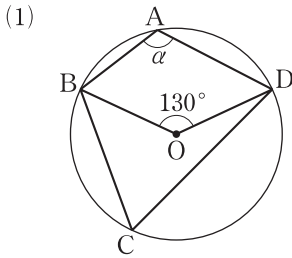


- 2 右の図は、 $\angle B = 90^\circ$, $AB = 1$, $BC = 2$ の直角三角形 ABC と、辺 BC を1辺とする正方形 $BDEC$ である。辺 BC の中点を M とし、 DM の延長と CA の交点を P とするとき、4点 B, D, C, P は1つの円周上にあることを証明せよ。

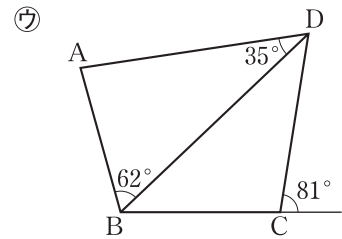
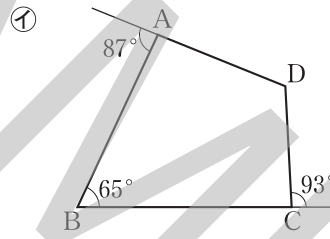
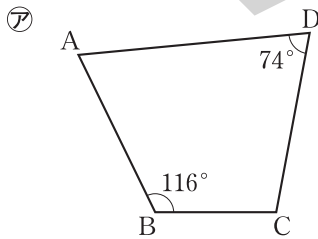


14 円と四角形

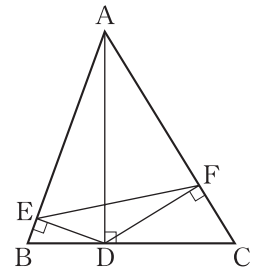
1 次の図で、角 α の大きさを求めよ。



2 次の㉗~㉙の四角形 ABCD の中から、円に内接するものを選べ。



3 右の図で、 $\triangle ABC$ の頂点 A から辺 BC に引いた垂線を AD、D から辺 AB、AC に引いた垂線をそれぞれ DE、DF とする。このとき、四角形 BCFE は円に内接することを次のように証明した。□ に当てはまる記号を答えよ。



〔証明〕 $\angle AED + \angle \text{ア} = 180^\circ$ より、四角形 □イ□ は円に内接する。

よって、 $\angle AEF = \angle \text{ウ}$ …①

また、 $\triangle ADF$ と $\triangle ACD$ において、

$$\angle ADF = 90^\circ - \angle DAF$$

$$\angle \text{エ} = 90^\circ - \angle CAD$$

よって、 $\angle \text{ウ} = \angle \text{エ}$ …②

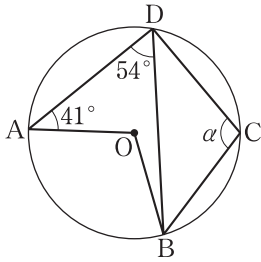
①、②より、 $\angle AEF = \angle \text{エ}$

したがって、四角形 BCFE は円に内接する。

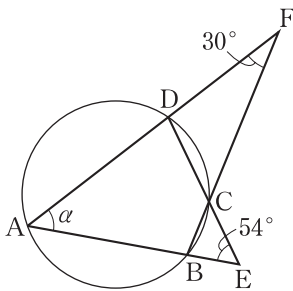
15 | 円と四角形 ~記述

1 次の図で、角 α の大きさを求めよ。

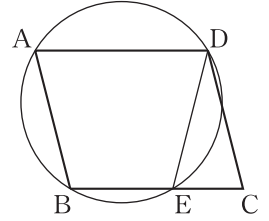
(1)



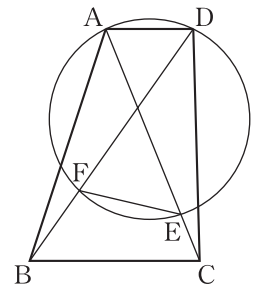
(2)



2 右の図において、四角形 ABCD は平行四辺形であり、点 E は、3 点 A, B, D を通る円と辺 BC の交点である。このとき、 $\triangle DEC$ は二等辺三角形であることを証明せよ。

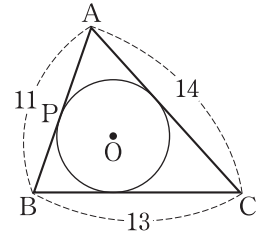


3 $AD \parallel BC$ である台形 ABCD があり、頂点 A, D を通る円が、右の図のように対角線 AC, BD とそれぞれ E, F で交わっている。このとき、四角形 FBCE は円に内接することを証明せよ。

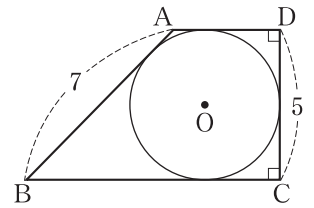


16 | 円と接線

- 1 右の図で、円 O は $\triangle ABC$ の内接円で、 P は接点である。 $AB = 11$, $BC = 13$, $CA = 14$ のとき、 AP の長さを求めよ。



- 2 右の図のように、台形 $ABCD$ が円に外接している。 $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = 7$, $CD = 5$ のとき、次の問いに答えよ。

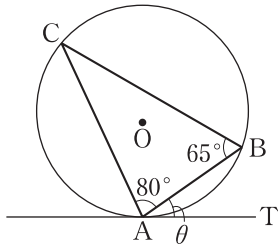


- (1) AD と BC の長さの和を求めよ。

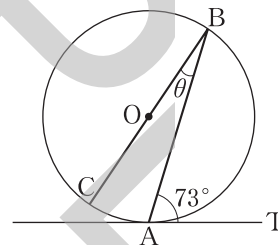
- (2) 台形 $ABCD$ の面積を求めよ。

- 3 次の図で、直線 AT は円 O の接線、点 A は接点である。角 θ の大きさを求めよ。

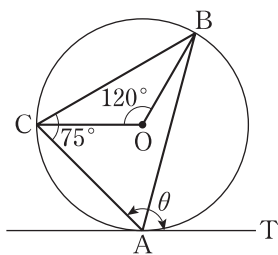
(1)



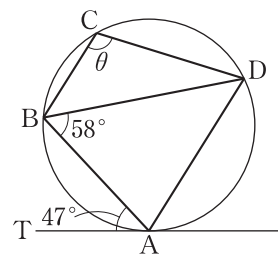
(2)



(3)



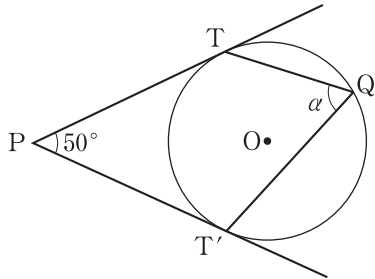
(4)



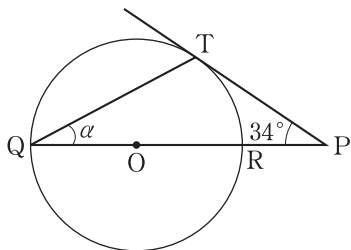
17 | 円と接線 ~記述

- 1** 次の図で、 T, T' は点 P から円 O に引いた接線の接点である。角 α の大きさを求めよ。

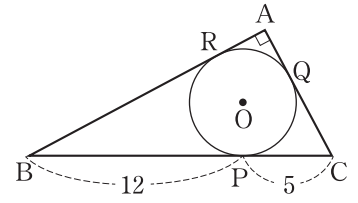
(1)



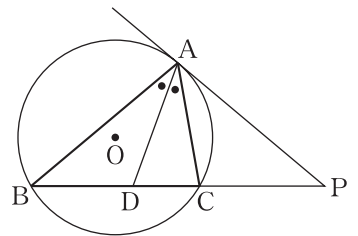
(2)



- 2** 右の図で、円 O は直角三角形 ABC の内接円で、 P, Q, R は接点である。内接円 O の半径を r とするとき、 AB, AC の長さを r で表し、 r の値を求めよ。



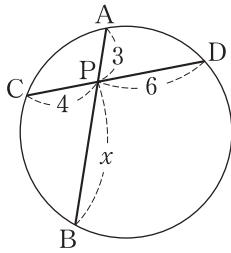
- 3** 右の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とし、 $\triangle ABC$ の外接円の点 A における接線と BC の延長との交点を P とするとき、 $PA = PD$ であることを証明せよ。



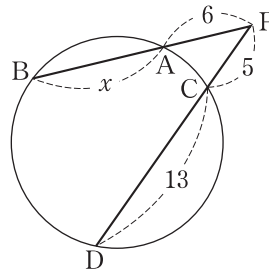
18 | 方べきの定理

① 次の図で、 x の値を求めよ。

(1)

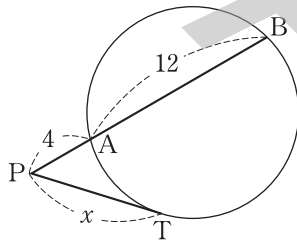


(2)

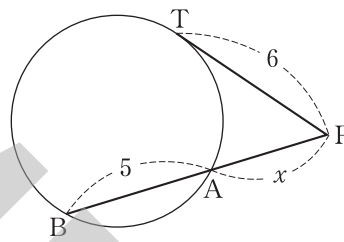


② 次の図で、直線 PT は点 T で円に接している。 x の値を求めよ。

(1)



(2)



③ 円 O 外の 1 点 P よりこの円に接線を引き、その接点をそれぞれ A, B, AB と PO との交点を C とし、C を通る弦 DE を引く。このとき、4 点 P, D, O, E は同じ円周上にあることを次のように証明した。□ に当てはまる記号を答えよ。

〔証明〕 $\angle PAO = \angle \square \text{ア} = 90^\circ$ であるから、
4 点 P, B, O, A は 1 つの円周上にある。
この円において、方べきの定理より、

$$AC \cdot \square \text{イ} = PC \cdot \square \text{ウ} \quad \dots \text{①}$$

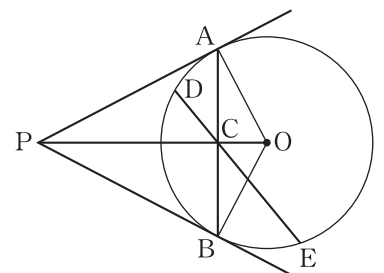
円 O において、方べきの定理より、

$$AC \cdot \square \text{イ} = DC \cdot \square \text{エ} \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②より, } PC \cdot \square \text{ウ} = DC \cdot \square \text{エ}$$

よって、方べきの定理の逆より、

4 点 P, D, O, E は 1 つの円周上にある。



ア

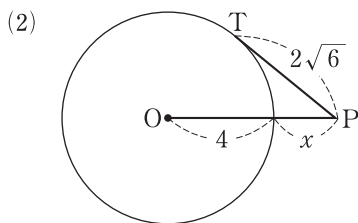
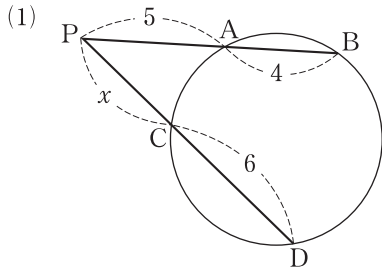
イ

ウ

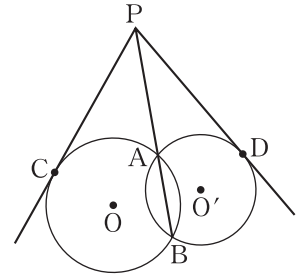
エ

19 | 方べきの定理 ~記述

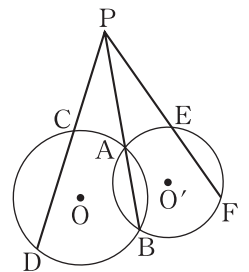
- 1** 次の図で、 x の値を求めよ。ただし、(2)で、直線 PT は点 T で円 O に接している。



- 2** 右の図のように、2つの円 O, O' の交点を A, B とする。線分 AB の A の方への延長上に点 P をとり、点 P から2つの円に接線を引き、接点をそれぞれ C, D とする。このとき、 $PC = PD$ であることを証明せよ。



- 3** 右の図のように、2つの円 O, O' の交点を A, B とする。線分 AB の A の方への延長上に点 P をとり、点 P から2つの円と交わる2本の直線を引き、交点をそれぞれ C, D および E, F とする。このとき、4点 C, D, E, F は1つの円周上にあることを証明せよ。



20 | 2つの円

1 半径 r, r' の2つの円の中心間の距離を d とする。(1)~(5)の場合の2つの円の位置関係を、次の㉗~㉙から選べ。また、共通接線の本数を答えよ。

㉗ 互いに外部にある

㉘ 外接する

㉙ 2点で交わる

㉚ 内接する

㉛ 一方が他方を含む

(1) $r=9, r'=5, d=4$

共通接線

(2) $r=6, r'=3, d=5$

共通接線

(3) $r=7, r'=9, d=18$

共通接線

(4) $r=10, r'=4, d=5$

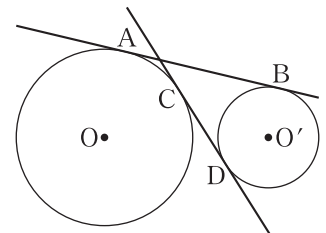
共通接線

(5) $r=4, r'=7, d=11$

共通接線

2 右の図で、直線 AB, CD は円 O, O' の共通接線で、 A, B, C, D は接点である。円 O, O' の半径をそれぞれ $7, 4, OO'=13$ とするとき、次の線分の長さを求めよ。

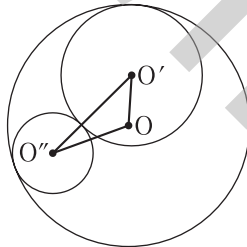
(1) AB



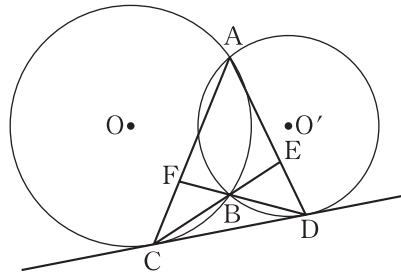
(2) CD

- 1 2つの円 O , O' があり, 中心間の距離 OO' が 15 ならば外接し, 3 ならば内接する。このとき, 2つの円の半径 r , r' を求めよ。ただし, $r > r'$ とする。

- 2 右の図のように, 円 O に 2つの円 O' , O'' が内接し, 円 O' と円 O'' は外接している。 $OO' = 5$, $O'O'' = 11$, $OO'' = 8$ のとき, 3つの円の半径 r , r' , r'' を求めよ。

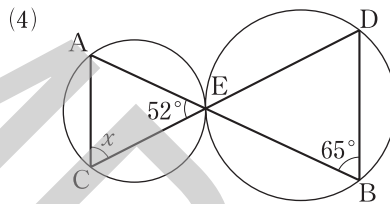
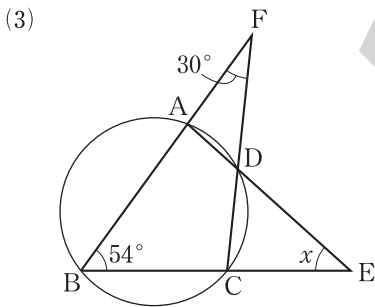
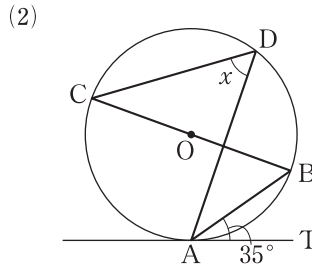
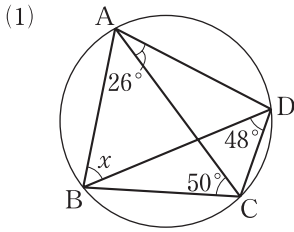


- 3 下の図のように, 2つの円 O , O' の交点を A , B とし, 共通外接線が円 O , O' と接する点をそれぞれ C , D とする。 CB , DB の延長と AD , AC との交点を E , F とするとき, 四角形 $AFBE$ は円に内接することを証明せよ。

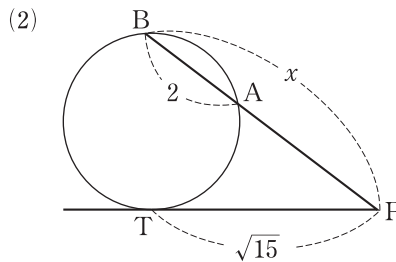
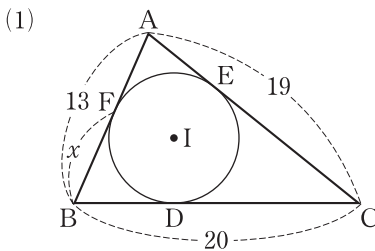


①～③は解答のみ記せ。④～⑦は解答に至る過程も記せ。

① 次の図で、角 x の大きさを求めよ。ただし、(2)で、 O は円の中心であり、 AT は点 A における接線である。

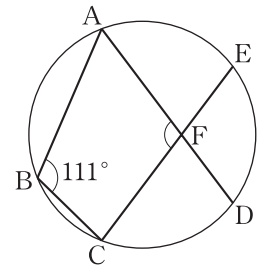


② 次の図で、 x の値を求めよ。ただし、(1)で、円 I は $\triangle ABC$ の内接円、 D, E, F は接点、(2)で、 PT は点 T における接線である。

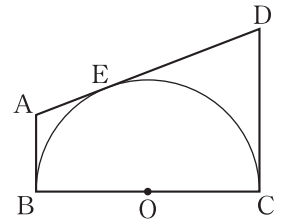


3 次の問いに答えよ。

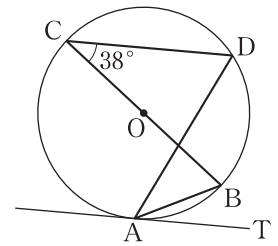
- (1) 右の図のように、円周上に点 A, B, C, D, E があり, $\angle ABC = 111^\circ$, $\widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA}$ である。AD と CE の交点を F とするとき, $\angle AFC$ の大きさを求めよ。



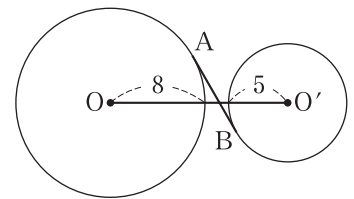
- (2) 右の図のように、台形 ABCD が、3 点 B, E, C で BC を直径とする半円に接している。半円の半径が 7, 台形 ABCD の面積が 105 のとき, 線分 AD の長さを求めよ。



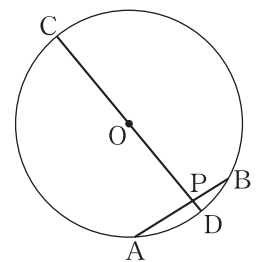
- (3) 右の図で、AT は A を接点とする円 O の接線である。BC が直径で $AT \parallel CD$, $\angle BCD = 38^\circ$ のとき, $\angle BAT$ の大きさを求めよ。



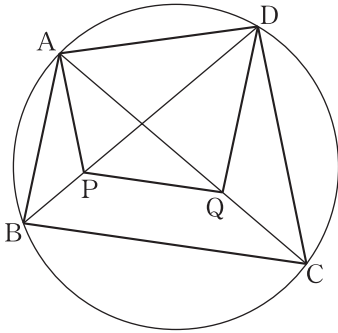
- (4) 右の図で、円 O, O' の半径はそれぞれ 8, 5 で、中心間の距離 OO' は 15 である。このとき、共通内接線 AB の長さを求めよ。



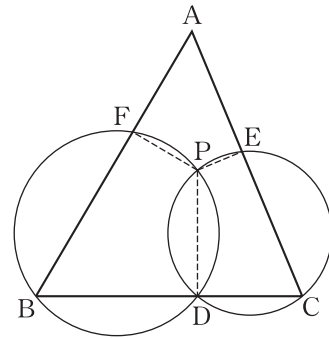
- (5) O を中心とする半径 3 の円の内部の点 P を通る弦 AB について, $PA \cdot PB = 2$ が成り立つとき, 線分 OP の長さを求めよ。



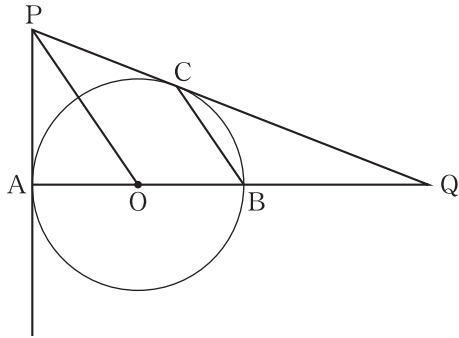
- 4 下の図で、四角形 ABCD は円に内接している。対角線 BD, AC 上に、 $DC \parallel AP$, $AB \parallel DQ$ となる点 P, Q をとる。このとき、A, P, Q, D は 1 つの円周上にあることを示し、 $PQ \parallel BC$ であることを証明せよ。



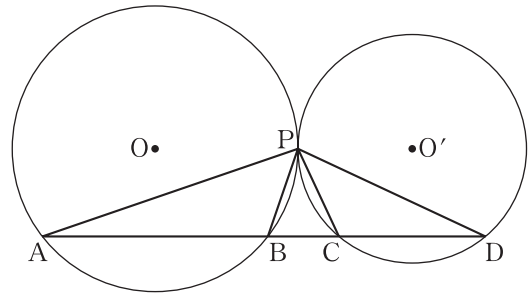
- 5 下の図で、D, E, F は $\triangle ABC$ の辺上の点であって、2 つの円はそれぞれ 3 点 B, D, F および C, D, E を通る円である。この 2 つの円の D 以外の交点を P とすれば、四角形 AFPE は円に内接することを証明せよ。



- ⑥ 下の図のように、円 O の直径 AB の延長上の点 Q から円 O に引いた接線と、点 A を通る接線との交点を P 、接線 QP と円 O との接点を C とする。このとき、 $PO \parallel CB$ であることを証明せよ。



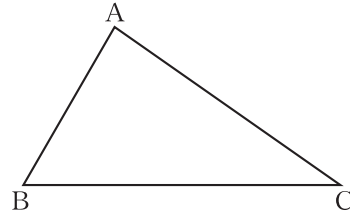
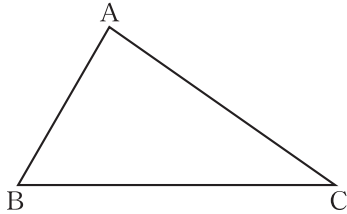
- ⑦ 下の図のように、点 P で外接する2つの円 O, O' がある。その接点 P を通らない直線と円 O, O' との4つの交点を順に A, B, C, D とするとき、 $\angle APD + \angle BPC = 180^\circ$ であることを証明せよ。



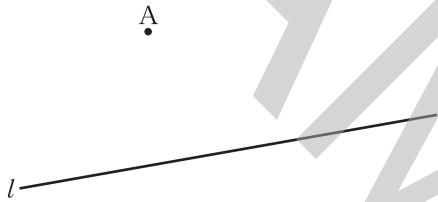
23 作図

① 次の図において、以下の点を作図によって求めよ。

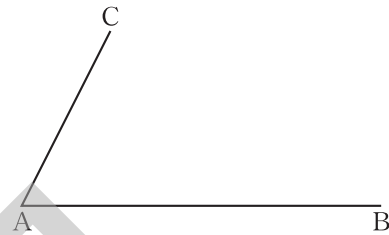
- (1) 2点 B, C から等しい距離にある辺 AC 上の点 P
 (2) 2辺 AB, BC から等しい距離にある辺 AC 上の点 Q



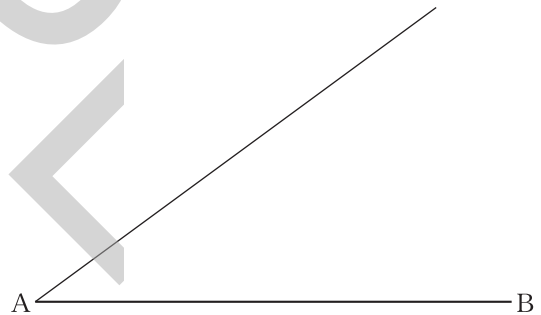
- (3) $AH \perp l$ となる l 上の点 H



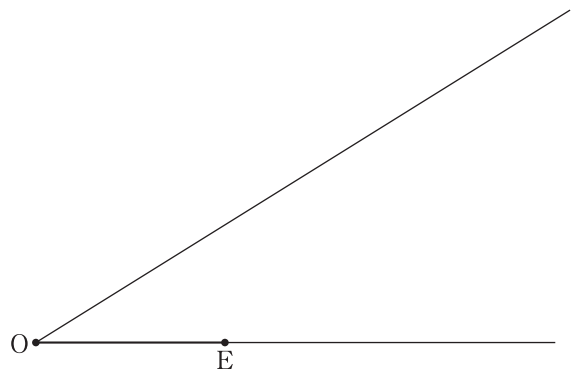
- (4) AB, AC を 2 辺とする平行四辺形の第 4 の頂点 D



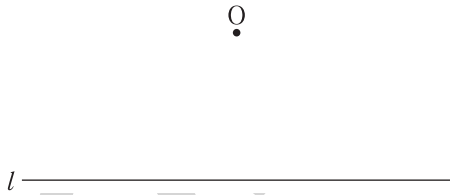
② 右の図の線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P を作図によって求めよ。



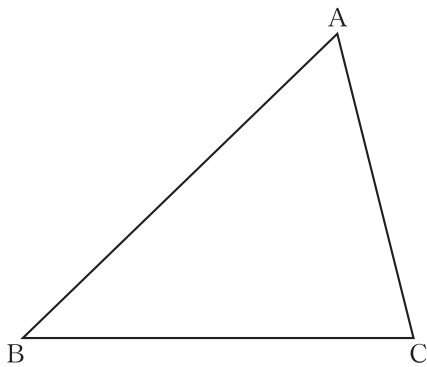
③ 右の図で、 $OE = 1$ とするとき、長さ $\frac{3}{2}$ の線分 OP を作図せよ。



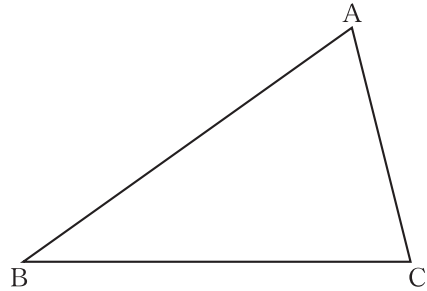
- 1 下の図で、点 O を中心として、直線 l に接する円を作図せよ。



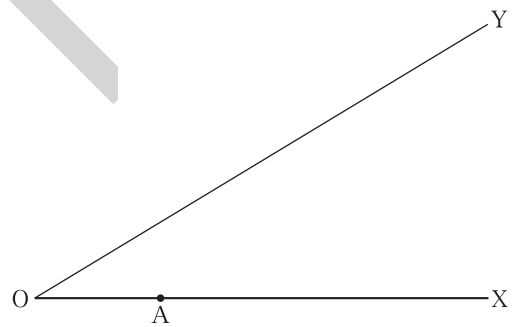
- 2 下の図の $\triangle ABC$ において、2点 A, B から等しい距離にあり、しかも2辺 AB, AC からも等しい距離にある点 P を作図によって求めよ。



- 3 $\triangle ABC$ の辺 BC 上に点 P をとり、 $\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ の面積の比が $3:2$ となるようにしたい。このような点 P を作図せよ。

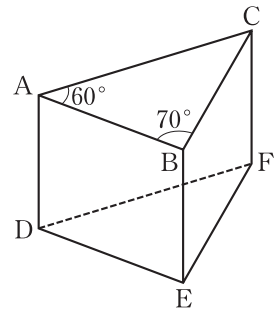


- 4 下の図で、点 A は半直線 OX 上の点である。半直線 OY 上に、 $OB = \frac{4}{3}OA$ となる点 B を作図せよ。



25 | 空間図形

- 1 右の図は、底面 ABC が $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$ の三角形である三角柱である。次の問いに答えよ。



- (1) 辺 AD とねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

- (2) ①, ②のそれぞれの直線と平面の位置関係を、次の㉗~㉙の中から選べ。

㉗ 直線が平面上にある ㉘ 1点で交わる ㉙ 平行である

- ① 直線 BC と平面 ADEB

- ② 直線 AD と平面 BEFC

- (3) 互いに平行な面はどれとどれか。

- (4) 面 ABC と垂直な辺をすべて答えよ。

- (5) 次の直線や平面のなす角 θ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。

- ① 2直線 AC と DE

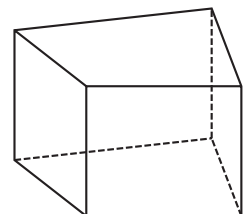
- ② 2平面 ADEB と BEFC

- 2 次の問いに答えよ。

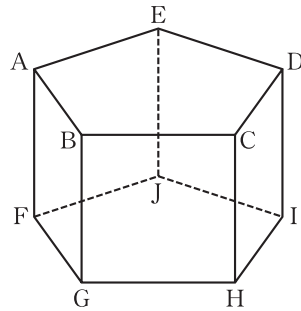
- (1) 正多面体の面の数, 面の形, 頂点の数, 辺の数を次の表にまとめる。表の空欄をうめよ。

正多面体	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の数					
面の形					
頂点の数					
辺の数					

- (2) 右の図の四角柱について、頂点の数を v , 辺の数を e , 面の数を f とするとき、オイラーの多面体定理 $v - e + f = 2$ が成り立つことを確かめよ。



- 1 右の図は正五角柱である。次の問いに答えよ。



- (1) 辺 AF とねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

- (2) ①, ②のそれぞれの直線と平面の位置関係を, 次の㉗~㉙の中から選べ。

- ㉗ 直線が平面上にある
 ㉘ 1点で交わる
 ㉙ 平行である

- ① 直線 AB と平面 FGHIJ

- ② 直線 AB と平面 CHID

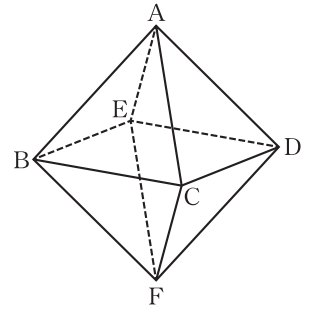
- (3) 面 ABCDE に垂直な辺は何本あるか。

- (4) 次の直線や平面のなす角 θ を求めよ。ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。

- ① 2直線 AB と GH

- ② 2平面 AFGB と CHID

- 2 右の図は1辺の長さが2の正八面体である。次の問いに答えよ。



- (1) 頂点の数, 辺の数, 面の数を求め, オイラーの多面体定理が成り立つことを確かめよ。

- (2) BD の長さを求めよ。

- (3) $\angle BAD$ の大きさを求めよ。

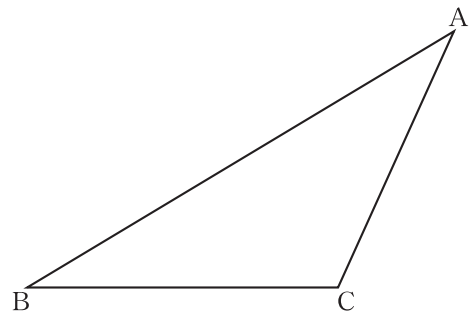
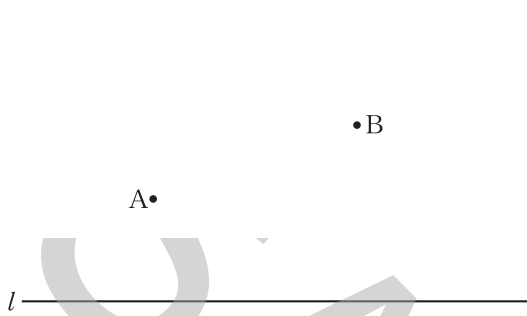
- (4) 四角形 ABFD の面積を求めよ。

27 | 作図と空間図形

①～③は解答のみ記せ。④～⑦は解答に至る過程も記せ。

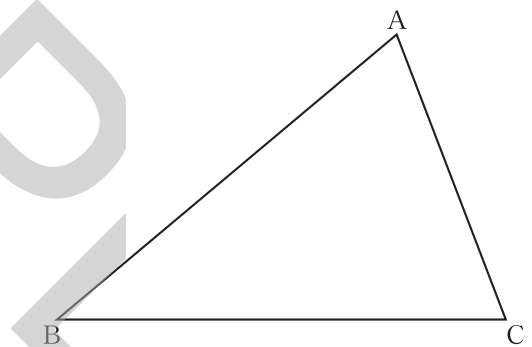
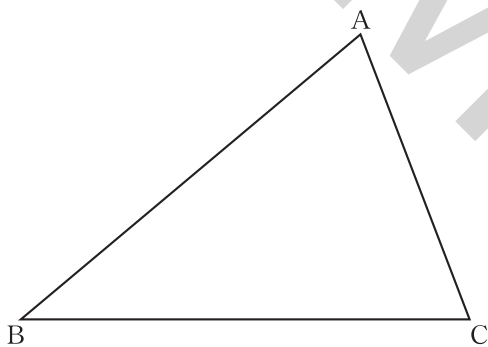
① 次の作図をせよ。

- (1) 2点 A, B から等しい距離にある直線 l 上の点 P (2) 辺 BC を底辺とみたときの $\triangle ABC$ の高さ AH



- (3) $\triangle ABC$ の外心 O

- (4) $\triangle ABC$ の内心 I

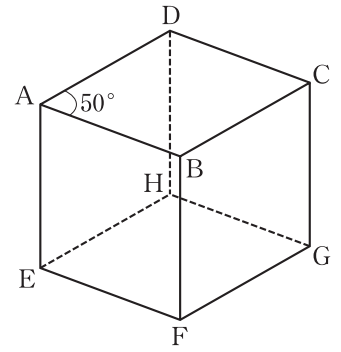


- (5) 線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P

- (6) $AB = 1$ とするとき、長さ $\frac{5}{3}$ の線分 AP



2 右の図のような四角柱 $ABCD-EFGH$ がある。底面 $ABCD$ はひし形で $\angle BAD = 50^\circ$ である。



(1) 辺 AE とねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

(2) ①, ②のそれぞれの直線と平面の位置関係を, 次の㉠~㉣の中から選べ。

㉠ 直線が平面上にある ㉡ 1点で交わる ㉢ 平行である

- ① 直線 AE と平面 $BFGC$ ② 直線 BC と平面 $AEFB$

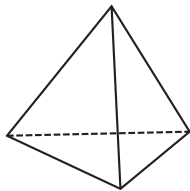
(3) 面 $ABCD$ と垂直な辺をすべて答えよ。

(4) 次の直線や平面のなす角 θ を求めよ。ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。

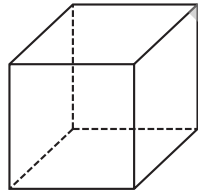
- ① 2直線 AB と EH ② 2平面 $AEFB$ と $BFGC$

3 次の問いに答えよ。

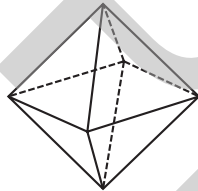
(1) 次の図は, 正多面体を示したものである。



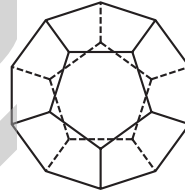
正四面体



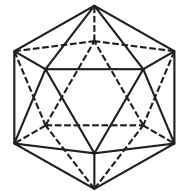
正六面体



正八面体



正十二面体

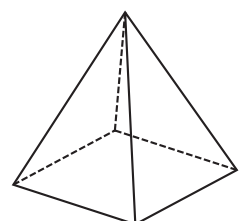


正二十面体

① 辺の数が12であるものはどれか。

② 1つの頂点に集まる面の数が3であるものはどれか。

(2) 右の図の正四角錐について, 頂点の数, 辺の数, 面の数を求め, オイラーの多面体定理が成り立つことを確かめよ。



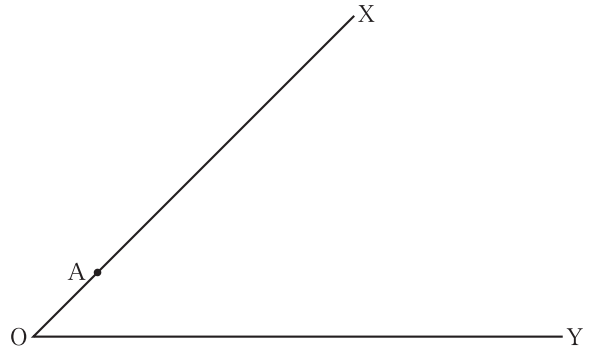
4 下の図の線分 AB の長さを 1 とする。

A ————— B

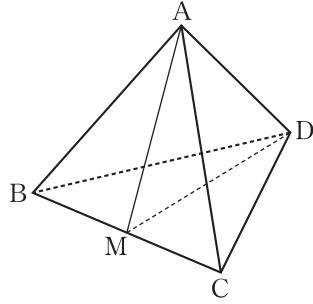
隣り合う辺の長さが 2, 3 である長方形を作図せよ。
また, その手順を説明せよ。

5 次の図で, 点 A は半直線 OX 上の点である。

半直線 OY 上に $OA : OB = 4 : 5$ となる点 B を作図せよ。また, その手順を説明せよ。



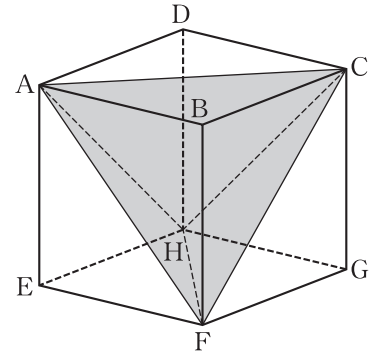
- 6 右の図の三角錐
 $ABCD$ において、
 $\triangle ABC$, $\triangle BCD$ は
 1辺が2の正三角形
 で、 $AD = \sqrt{3}$ である。
 辺 BC の中点を M と
 するとき、次の問い
 に答えよ。



- (1) 辺 BC は平面 AMD に垂直であることを証明せよ。

- (2) 2平面 ABC , BCD のなす角 θ を求めよ。ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

- 7 右の図のように、
 立方体
 $ABCD-EFGH$
 の頂点 A , C , F ,
 H を結んで立体
 $ACFH$ をつくる。
 次の問いに答えよ。



- (1) 立体 $ACFH$ は
 どんな立体か。その名前を答えよ。

- (2) 立方体と立体 $ACFH$ の体積の比を求めよ。

CAMP