

数学

○ CONTENTS ○

1	整式の加減と指数法則	2
2	整式の加減と指数法則～記述	3
3	乗法公式と展開	4
4	乗法公式と展開～記述	5
5	因数分解の公式	6
6	因数分解の公式～記述	7
7	因数分解の工夫	8
8	因数分解の工夫～記述	9
9	実数とその性質	10
10	実数とその性質～記述	11
11	平方根	12
12	平方根～記述	13
13	数と式	14
14	不等式とその解法	18
15	不等式とその解法～記述	19
16	1次不等式の応用	20
17	1次不等式の応用～記述	21
18	連立不等式の解法と応用	22
19	連立不等式の解法と応用～記述	23
20	絶対値を含む方程式・不等式	24
21	絶対値を含む方程式・不等式～記述	25
22	不等式, 絶対値	26
23	集合	30
24	集合～記述	31
25	命題と証明	32
26	命題と証明～記述	33
27	逆・裏・対偶	34
28	逆・裏・対偶～記述	35
29	背理法/命題の否定	36
30	背理法/命題の否定～記述	37
31	集合と論理	38

1 整式の加減と指数法則

① 次の問いに答えよ。

(1) 単項式 $\frac{2x^2y^3z}{3}$ において、 y に着目したときの次数と係数を答えよ。

次数 係数

(2) 多項式 $a^4 + 6ab - 5ab^2 - 2a + 1$ において、 b に着目したときの次数と定数項を答えよ。

次数 定数項

② 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ。

(1) $8x^2 - 11x - 5 + 2x^3 - x^2$

(2) $3y^2 - 4xy + 6x^2 - x - 2y + 1$

③ $A = -2x^2 + 6x - 5$, $B = 7x^2 - 3x - 2$ であるとき、次の計算をせよ。

(1) $A + B$

(2) $A - B$

④ 次の計算をせよ。

(1) $3x^3y^2 \times (-4xy^4)$

(2) $(2ab^3)^3 \times (-a^3b)$

⑤ $A = 5a^2 - ab + 7b^2$, $B = 3a^2 - 2ab + 4b^2$ であるとき、次の計算をせよ。

(1) $-A + 3B$

(2) $2A - 5B$

1 次の式を、[]内の文字について、それぞれ降べきの順に整理し、次数と定数項を答えよ。

(1) $a^3 + (b-3)a + 5b^2 - 7b - 2$ [b]

(2) $x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$ [x]

2 次の計算をせよ。

(1) $(-3x^3y^2)^3 \times (-2xy)^4$

(2) $ac^3 \times (-5ab^2)^2 \times (2a^2bc^3)^3$

3 $A = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$, $B = 2x^2 - 5x + 3$ のとき、 $A - B + C = 2x^2 + 1$ となる C を求めよ。

4 $A = x^2 + 2y^2 - 3xy$, $B = y^2 + 2xy - 4x^2$,
 $C = -3x^2 - xy + 5y^2$ であるとき、
 $3(A + 2B) - 2(2B + 3C) + 5(C - A)$ を計算せよ。

① 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2 - 3x + 2)(x - 4)$

(2) $(4a + 7)^2$

(3) $(5x - 4y)(5x + 4y)$

(4) $(3x + 5y)(3x - 8y)$

(5) $(2a - 3)(6a + 5)$

(6) $(7x - y)(4x - 3y)$

② 次の式を展開せよ。

(1) $(a + 5)(a^2 - 5a + 25)$

(2) $(x - 6y)(x^2 + 6xy + 36y^2)$

(3) $(x + 4)^3$

(4) $(5x - 3y)^3$

③ 次の式を展開せよ。

(1) $(a + 2b - c)^2$

(2) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 3x - 1)$

④ 次の式を展開せよ。

(1) $(a - b)^2(a + b)^2(a^2 + b^2)^2$

(2) $(x + 1)(x - 3)(x + 2)(x - 4)$

1 次の計算をせよ。

(1) $(2x+7)(5x-3)-(3x+4)^2$

(2) $(3a+b)(3a-b)-(3a-2b)(6a+b)$

2 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c-d)(a-b+c-d)$

(2) $(x+1)^3(x^2-x+1)^3$

3 次の計算をせよ。

(1) $(3x+y-1)^2-(x+3y+1)^2$

(2) $(a-2b)^3-(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$

① 次の式を因数分解せよ。

(1) $9x^2 - 49y^2$

(2) $x^2 - 3x - 28$

(3) $25x^2 + 40xy + 16y^2$

(4) $x^2 - 12xy + 27y^2$

(5) $3x^2 + 7x + 2$

(6) $6x^2 - 13x + 6$

(7) $12x^2 - 8x - 7$

(8) $8x^2 + 19xy - 15y^2$

② 次の式を因数分解せよ。

(1) $64x^3 + 1$

(2) $a^3 - 125b^3$

③ 次の式を因数分解せよ。

(1) $4a^2b^2 - 12ab^3 + 20ab^2c$

(2) $(3a - 5)^2 - (3a - 5)$

(3) $a^2b - 3ab - 10b$

(4) $3x^3 - 24x^2 + 48x$

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy - x - y + 1$

(2) $ax + 3bx - 3a - 9b$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $3a^2b - 15ab^2 - 42b^3$

(2) $8x^3y - 18xy^3$

(3) $18ax^2 - 60ax + 50a$

(4) $3a^3 - 14a^2 - 5a$

(5) $-6x^3y + 11x^2y^2 - 4xy^3$

(6) $4ax^3 - 108ay^3$

7 因数分解の工夫

① 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2 + 6x + 9) - y^2$

(2) $(x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 15$

② 次数の低い文字について整理して、次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2 + ab - 3b - 9$

(2) $xy^2 - 2xy - 3x + y - 3$

③ a について降べきの順に整理して、次の式を因数分解せよ。

$$abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1$$

④ x について降べきの順に整理して、次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - y^2 + 2x + 4y - 3$

(2) $2x^2 + xy - 3y^2 - 5x - 5y + 2$

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $9x^2 - 16y^2 + 8y - 1$

(2) $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 11) + 24$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy^2 - 4x + 5y^2 - 20$

(2) $a^2b - 3a^2 - 2ab + 6a + b - 3$

(3) $3x^2 - 5xy + 2y^2 + 11x - 7y - 4$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) + 2abc$

(2) $x^2(y+1) + y^2(x-1) - x - y$

1 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{2}\dot{7}$

(2) $1.\dot{1}\dot{0}\dot{8}$

2 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

(1) $|-7+4| = \square$

(2) $|\sqrt{3}-\pi| = \square$

(3) $x=2$ のとき, $|4-x|+|x-6| = \square$

(4) $|x+5|=3$ を満たす x は, $x = \square$ と $x = \square$ である。

(5) 数直線上において, 2点 $P(-4)$, $Q(-11)$ 間の距離は \square である。

(6) $a < -3$ のとき, $5a+|a+2|$ を簡単にすると \square である。

3 次の値を求めよ。

(1) $\sqrt{(-7)^2}$

(2) $(-\sqrt{(-5)^2})^2$

4 次の計算をせよ。

(1) $2\sqrt{6}\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{63}-\sqrt{112}+2\sqrt{28}$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

(4) $(2\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{2}+3\sqrt{6})$

10 | 実数とその性質 ～記述

1 $0.3\dot{4}\dot{8}$ を分数で表せ。

2 $a = \sqrt{5} - 2$ のとき、 $|a+1| - |a-2|$ の値を求めよ。

3 $a \geq 0$ のとき、 $|a| = a$,

$a < 0$ のとき、 $|a| = -a$ である。

同様に考えて、次の式を a の範囲を場合分けして、絶対値記号や根号を使わずに表せ。

(2)では、 $\sqrt{a^2} = |a|$ であることを利用せよ。

(1) $|a+7|$

(2) $\sqrt{a^2 - 4a + 4}$

4 $1 < a < 3$ のとき、 $\sqrt{(a-1)^2} - 2\sqrt{(a-3)^2}$ を簡単にせよ。

5 次の計算をせよ。

(1) $(\sqrt{5} + \sqrt{2} + 1)^2$

(2) $(\sqrt{7} + \sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{2} + \sqrt{3})$

11 | 平方根

① 次の数の分母を有理化せよ。

(1) $\sqrt{\frac{2}{7}}$

(2) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{54}}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

(4) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

② 次の計算をせよ。

(1) $\frac{5}{\sqrt{8}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{15}}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{6}-2} - \frac{1}{\sqrt{6}+2}$

③ $x = \sqrt{3} + 2$ のとき、 $x^2 - 4x + 5$ の値を求めよ。

④ 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

(1) $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$ のとき、 $x+y = \boxed{\text{ア}}$, $xy = \boxed{\text{イ}}$ である。

したがって、 $x^2+y^2 = \boxed{\text{ウ}}$, $x^3+y^3 = \boxed{\text{エ}}$ となる。

(2) $\sqrt{9+2\sqrt{14}}$ を簡単にすると、 $\boxed{\quad}$ となる。

1 次の(1)の分母を有理化せよ。また(2)の計算をせよ。

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

$$(2) \frac{3 + \sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}}$$

2 次の式を簡単にせよ。

$$\sqrt{3 - \sqrt{5}}$$

3 次の問いに答えよ。

(1) $x = \frac{5}{\sqrt{6} - 1}$ のとき, $x^2 - 2x + 3$ の値を求めよ。

(2) $x = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$, $y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2}$ のとき,
 $x^3 - y^3$ の値を求めよ。

(3) $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ の値を求めよ。

13 | 数と式

①～③は解答のみ記せ。④～⑦は解答に至る過程も記せ。

① 次の(1)を計算せよ。また、(2)～(4)の式を展開せよ。

(1) $-\frac{1}{4}x^2y^3 \times (-2x^4y)^3$

(2) $(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)$

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

(4) $(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)^2$

② 次の式を因数分解せよ。

(1) $6x^2 - x - 15$

(2) $8x^3 - 27y^3$

(3) $ab^2 - 2ab - 3a + b - 3$

(4) $x^2 - 2xy - 3y^2 + 3x - 5y + 2$

3 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

- (1) $\frac{6}{11}$ を循環小数で表すと $\boxed{\text{ア}}$ であり, $0.\dot{0}8\dot{1}$ を分数で表すと $\boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- (2) $P=|x+2|+|x-1|$ について,

$$x < -2 \text{ のとき, } P = \boxed{\text{ア}}x - 1$$

$$-2 \leq x < 1 \text{ のとき, } P = \boxed{\text{イ}}$$

$$x \geq 1 \text{ のとき, } P = 2x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

ア イ ウ

- (3) $x = \frac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}$ のとき, 分母を有理化すると, $x = \boxed{\text{ア}}$ となる。

また, $x^2 - 16x + 7$ を計算すると, $\boxed{\text{イ}}$ となる。

ア イ

- (4) $x = \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$, $y = \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ のとき, $x-y = \boxed{\text{ア}}$, $xy = \boxed{\text{イ}}$ である。

したがって, $x^2+y^2 = \boxed{\text{ウ}}$, $x^3-y^3 = \boxed{\text{エ}}$ となる。

ア イ ウ エ

- (5) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき, $x + \frac{1}{x} = \boxed{\text{ア}}$ である。

したがって, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{\text{イ}}$, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \boxed{\text{ウ}}$ となる。

ア イ ウ

④ 3つの整式

$$A = x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 5x - 2$$

$$B = x^2 - ax - 2$$

$$C = x^2 - x + b$$

がある。

$A - BC$ が x についての1次式となるとき、 a 、 b の値を定め、その1次式を求めよ。

⑤ $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ を因数分解せよ。

6 $3\sqrt{a^2+6a+9}-2\sqrt{a^2-8a+16}$ の根号をはずして簡単にせよ。

7 $\frac{2}{\sqrt{6}-2}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, $a^2-b^2-4a-4b$ の値を求めよ。

CAMP

14 | 不等式とその解法

① 次の空欄に当てはまる不等号を答えよ。

(1) $a < b$ のとき, $a - 5$ $b - 5$

(2) $a > b$ のとき, $-\frac{a}{7}$ $-\frac{b}{7}$

(3) $2a - 3 < 2b - 3$ のとき, a b

(4) $\frac{1-a}{3} > \frac{1-b}{3}$ のとき, a b

② 次の不等式を解け。

(1) $3x - 8 > 7$

(2) $x + 4 < 2x + 13$

(3) $9 - 2x \leq 5x - 5$

(4) $3(4x + 2) < 7x - 4$

(5) $4(x - 4) \geq 5(2x - 5)$

(6) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6} < \frac{1}{2}x - 1$

(7) $x - 4 > \frac{2x + 1}{5}$

(8) $2.2x + 3 < 1.4x - 2.6$

1 次の不等式を解け。

(1) $5(x-3) - 4(3x-1) < 38$

(2) $x + 3(2x-1) \leq 4(x-1)$

2 次の不等式を解け。

(1) $\frac{x+4}{5} > \frac{x-2}{3}$

(2) $\frac{4x+3}{2} - \frac{x-2}{3} \geq 1$

(3) $\frac{x-2}{3} < \frac{4x+1}{2} - \frac{8}{9}$

(4) $0.3x - 0.84 > 0.32x - 0.4$

(5) $4x - 2.9 \geq 8(0.2 - x) - 0.9$

(6) $0.13x + 0.5 < 0.02(x-4) + 0.8$

3 次の不等式の解が $x < 1$ となるように、定数 a の値を定めよ。

$$\frac{2+x}{3} + \frac{a-3x}{5} > 1$$

16 | 1 次不等式の応用

- ① ある自然数から 3 を引いて 4 倍した数は、もとの自然数に 5 を加えた数よりも大きくなる。このような自然数の中で、最も小さいものを求めよ。

- ② 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

- (1) 1 個 190 円のりんごと 1 個 160 円のなしを合わせて 14 個買い、代金の合計を 2400 円以下にしたい。りんごをできるだけ多く買うとすると、りんごは何個まで買えるかを考える。

りんごを x 個買うとすると、

代金の関係から、不等式 $\boxed{\text{ア}} \leq 2400$ が成り立つ。

これを解くと、 $x \leq \boxed{\text{イ}}$

x は整数であるから、 $x \leq \boxed{\text{ウ}}$

したがって、りんごは $\boxed{\text{ウ}}$ 個まで買える。

ア イ ウ

- (2) ある人が、家から 3 km 離れた駅へ行くのに、初めは毎時 4 km の速さで歩いていましたが、遅れそうになったので、途中から毎時 12 km の速さで走ったら、家を出てから 40 分以内で駅に着くことができたという。このとき、毎時 12 km の速さで走った道のりについて考える。

毎時 12 km の速さで走った道のりを x km とすると、

時間の関係から、不等式 $\boxed{\text{ア}} + \frac{x}{12} \leq \boxed{\text{イ}}$ が成り立つ。

これを解くと、 $x \geq \boxed{\text{ウ}}$

したがって、毎時 12 km の速さで走った道のりは $\boxed{\text{ウ}}$ km 以上である。

ア イ ウ

- (3) ある学校で、校歌などの入った CD を作ることにした。費用は 100 枚まで 17000 円であるが、100 枚を超える分については 1 枚 120 円かかるという。1 枚当たり 150 円以下の値段にするには、何枚以上作ればよいのかを考える。

CD を x 枚作る ($x > 100$) とすると、

代金の関係から、不等式 $\boxed{\text{ア}} \leq 150x$ が成り立つ。

これを解くと、 $x \geq \boxed{\text{イ}}$

x は整数であるから、 $x \geq \boxed{\text{ウ}}$

したがって、CD は $\boxed{\text{ウ}}$ 枚以上作ればよい。

ア イ ウ

17 | 1次不等式の応用 ~記述

- 1** 1個70円の菓子と1個85円の菓子を合わせて30個箱に詰めてもらい、代金は箱代200円を含めて2500円以下になるようにしたい。85円の菓子をできるだけ多く入れるとすると、85円の菓子は何個まで入れることができるか。
- 2** ある人が住居を定めるのに、会社まで自動車で50分以内の場所にしたいと思っている。自動車は会社から10km以内では平均時速30kmでしか走れないが、そのほかでは平均時速50kmで走ることができる。この人は、会社から何km以内のところに住居を定めればよいか。
- 3** ある美術館の入場料は1人480円であるが、30人以上の団体の場合は15%引きになる。30人未満の団体が入場するのに、30人の団体として料金を支払った方が安くなるのは、団体の人数が何人以上の場合か。
- 4** ある品物に原価の2割5分の利益を見込んで定価をつけたが、売れないので300円値引きして売った。それでも、原価の1割以上の利益が得られたという。この品物の原価は何円以上か。

18 連立不等式の解法と応用

① 次の連立不等式を解け。

$$(1) \begin{cases} 3x - 7 \geq 8 \\ 2x > x + 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7 - x > 3 \\ 3x + 8 \geq 5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 5x + 8 < 3x - 6 \\ x - 2 \leq 4x - 11 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 4x + 3 \geq 5x + 2 \\ 7x - 1 < 2x - 5 \end{cases}$$

② 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

- (1) 1個170円のりんごと1個90円のオレンジを合わせて20個買うことにした。全体の金額が2800円以下になるようにし、また、りんごの個数がオレンジの個数より多くなるようにしたい。このとき、りんごを何個買えばよいかを考える。

りんごを x 個買うとすると、

個数の関係から、不等式 $x > \boxed{\text{ア}}$ が成り立つ。

これを解くと、 $x > \boxed{\text{イ}}$ …①

全体の金額の関係から、不等式 $\boxed{\text{ウ}} \leq 2800$ が成り立つ。

これを解くと、 $x \leq \boxed{\text{エ}}$ …②

①, ②の共通範囲を求めると、 $\boxed{\text{イ}} < x \leq \boxed{\text{エ}}$

x は自然数であるから、

$$x = \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}$$

したがって、りんごを $\boxed{\text{オ}}$ 個、または $\boxed{\text{カ}}$ 個買えばよい。

ア イ ウ

エ オ カ

- (2) 何人かの子供に鉛筆を配るのに、1人に3本ずつ配ると、鉛筆が13本余る。また、1人に4本ずつ配ると、1本ももらえない子供が2人で、1人の子供は4本もらうことができないという。このとき、子供の人数は何人かを考える。

子供の人数を x 人とすると、鉛筆の本数は $\boxed{\text{ア}}$ 本と表されるから、

鉛筆の本数の関係から、不等式 $4(x - 3) < \boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ が成り立つ。

$4(x - 3) < \boxed{\text{ア}}$ を解くと、 $x < \boxed{\text{ウ}}$ …①

$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ を解くと、 $x > \boxed{\text{エ}}$ …②

①, ②の共通範囲を求めると、 $\boxed{\text{エ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$

x は自然数であるから、子供の人数は $\boxed{\text{オ}}$ 人以上 $\boxed{\text{カ}}$ 人以下である。

ア イ ウ

エ オ カ

1 次の連立不等式を解け。

$$(1) \begin{cases} 3x - 11 \leq 5x - 4 \\ 2(1 - x) < 5x + 16 \end{cases}$$

$$(2) 5x \leq 3(2 - x) + 2 < x + 11$$

2 倉庫に同じ大きさの製品がある。これを大型と小型の2種類のトラックを使って運び出したい。1台に積める個数は、大型が16個、小型が10個である。また、1台の運賃は、大型が8500円、小型が6000円である。この2種類のトラックを合わせて12台使って、150個以上の製品を同時に運び出し、運賃の合計を88000円以下にするには、大型トラックを何台使えばよいか。

3 ある会の会費を集めるのに、1人当たり250円ずつ集めると450円余る。1人当たり220円ずつ集めると、会員のうちの1人が220円より多く出さなければならず、1人当たり230円ずつ集めると、会員のうちの1人は110円未満で済むという。この会の会員は何人か。

4 9%の食塩水が200gある。この食塩水から水分を蒸発させて、12%以上15%以下の食塩水にしたい。蒸発させる水の量の範囲をどのようにすればよいか。

20 絶対値を含む方程式・不等式

① 次の方程式を解け。

(1) $|x|=3$

(2) $2|x|=10$

(3) $|x-1|=4$

(4) $|x+6|=10$

(5) $|x-4|-5=0$

(6) $|2x+3|=7$

② 次の不等式を解け。

(1) $|x|<2$

(2) $|x|>5$

(3) $|x-2|\geq 6$

(4) $|x+3|\leq 5$

③ 方程式 $|x|-2|x-5|=2$ を次のように解いた。空欄に当てはまる数や式を答えよ。

$x < 0$ のとき、

与式は、 $\boxed{\text{ア}}=2$ となり、これを解くと、 $x=\boxed{\text{イ}}$ (不適)

$0 \leq x < 5$ のとき、

与式は、 $\boxed{\text{ウ}}=2$ となり、これを解くと、 $x=\boxed{\text{エ}}$

$5 \leq x$ のとき、

与式は、 $\boxed{\text{オ}}=2$ となり、これを解くと、 $x=\boxed{\text{カ}}$

以上から、 $x=\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{カ}}$

ア イ ウ

エ オ カ

1 次の方程式を解け。

(1) $2|x| + 1 = 5$

(2) $|3x - 1| = 8$

(3) $2|2x + 1| = 14$

2 次の不等式を解け。

(1) $|2x + 5| > 13$

(2) $|3x - 1| + 2 < 7$

(3) $4 - |x + 7| > 1$

3 次の方程式, 不等式を解け。

(1) $|x + 4| = 3x$

(2) $|2x - 6| < x$

4 方程式 $3|x + 1| - 2|x - 3| = 7$ を解け。

22 | 不等式, 絶対値

①, ② は解答のみ記せ。③ ~ ⑥ は解答に至る過程も記せ。

① 次の不等式, 方程式を解け。

(1) $4x + 1 > 2x - 7$

(2) $\frac{1-2x}{3} < 1$

(3)
$$\begin{cases} x + 5 > 8 \\ 3x - 4 < 5x \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 8x - 6 \leq 9x - 10 \\ -2(7 - 3x) < 20 \end{cases}$$

(5) $-x + 5 < 3x + 1 < 5x + 5$

(6) $|2x - 1| = 3$

(7) $|x| \leq 7$

(8) $|3 - x| > 4$

2 次の空欄に当てはまる数や式，記号を答えよ。

(1) $a < b$ のとき， $-5a$ $-5b$ であり， $\frac{a+1}{2}$ $\frac{b+1}{2}$ である。

ア イ

(2) $1-3c > 1-3d$ のとき， c d である。

(3) 不等式 $7 - \frac{x-3}{2} > x$ を満たす x の範囲は， $x <$ である。したがって，この不等式を満たす x のうち，自然数は 個ある。

ア イ

(4) 1本120円のボールペンと1本90円の色鉛筆を合わせて20本買い，代金の合計を2000円以下にしたい。

ボールペンをできるだけ多く買うとすると，ボールペンは何本まで買えるかを考える。

ボールペンを x 本買うとすると，

代金の関係から，不等式 ≤ 2000 が成り立つ。

これを解くと， $x \leq$

x は整数であるから， $x \leq$

したがって，ボールペンは 本まで買える。

ア イ ウ

(5) A, Bの2人は，合わせて64枚のカードを持っている。いま，Aが自分のカードのちょうど $\frac{1}{5}$ をBにあげても，まだAの方が多く，さらにAがBに5枚あげるとBの方が多くなる。このとき，Aが初めに持っていたカードの枚数を x 枚とすると，

$$\text{不等式} \begin{cases} \frac{4}{5}x > \text{ア} \\ \frac{4}{5}x - 5 < \text{ア} + 5 \end{cases} \text{が成り立つ。}$$

これを解くと， $< x <$

$\frac{1}{5}x$ は整数であるから， $x =$

したがって，Aが初めに持っていたカードは 枚である。

ア イ ウ エ

③ 不等式 $|x-2|+|x+4| \geq 1$ を解け。

④ x についての不等式 $\frac{x}{2} + a < 3 - x < 4x + 1$

を満たす整数 x の個数が 3 個であるように、定数 a の値の範囲を定めよ。

CAMP

5 200 枚の紙をあるクラスの生徒全員に配るのに、1 人に 4 枚ずつ配ったら 70 枚以上余った。そこで、その余った紙をさらに 1 人に 3 枚ずつ配ったところ、1 枚ももらえない生徒が 6 人以上いた。このクラスの生徒は何人か。

6 1 個 80 円の商品 A と 1 個 120 円の商品 B を合わせて何個か買ったところ、合計 2400 円であった。商品 B の個数は、商品 A の個数より多く、商品 A の個数の 2 倍より少ない。商品 A と商品 B はそれぞれ何個買ったか。

23 | 集合

- ① 集合 $\{2x \mid x \text{ は奇数}, -3 \leq x \leq 5\}$ を, 要素を書き並べる方法で表せ。
- ② $A = \{3n - 1 \mid n \text{ は } 8 \text{ 以下の正の整数}\}$ とする。次の空欄に当てはまる, \in または \notin のいずれかを答えよ。
- (1) $-1 \square A$ (2) $20 \square A$
- ③ 2つの集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ の正の約数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 45 \text{ の正の約数}\}$ の間に成り立つ関係を, 記号 \subset を用いて表せ。
- ④ $A = \{x \mid x > -3\}$, $B = \{x \mid -5 \leq x < 1\}$ とするとき, $A \cap B$, $A \cup B$ を求めよ。
- $A \cap B$ $A \cup B$
- ⑤ 集合 $\{2, 4, 6, 8\}$ の部分集合をすべてあげよ。
- ⑥ $U = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ けたの自然数}\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{1, 2, 4, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 6, 9\}$ について, 次の集合を求めよ。
- (1) \overline{A} (2) $\overline{A} \cap B$
- (3) $\overline{A \cup B}$ (4) $\overline{A} \cap \overline{B}$

- 1 2つの集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の素数}\}$,
 $B = \{2x + 1 \mid x = 1, 2, 3\}$ の間に成り立つ関係を,
記号 \subset を用いて表せ。

- 3 S は整数全体の集合とする。

$$A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \in S\}$$

$$B = \{2x \mid -1 \leq x \leq 4, x \in S\}$$

のとき, $A \cap B$, $A \cup B$ を, 要素を書き並べて表せ。

- 2 $A = \{4n - 3 \mid n \text{ は整数}\}$, $B = \{4n + 5 \mid n \text{ は整数}\}$
について, $A = B$ であることを, $A \subset B$, $A \supset B$ を
示すことにより証明せよ。

- 4 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{ は整数}\}$ を全体集合とする。

U の部分集合 A, B を $A = \{4, 6, 8, 9\}$,

$B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ とするとき, $A \cap \overline{B}$,

$\overline{A} \cup \overline{B}$ を求めよ。

25 | 命題と証明

1 次の命題の真偽を答え、偽の場合は反例を示せ。

(1) $x^2 = 49 \implies x = 7$

(2) n は奇数 $\implies n$ は素数

(3) n は 9 の倍数 $\implies n$ は 3 の倍数

(4) $a + b = 0 \implies a = 0, b = 0$

(5) $-1 < x < 2 \implies x > -2$

2 次の空欄に当てはまるものを、必要条件、十分条件、必要十分条件の中から選んで答えよ。

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ は $x = 2$ であるための である。

(2) $a = 0$ は $ab = 0$ であるための である。

(3) $a = b$ であることは、 $a - c = b - c$ であるための である。

(4) $ab > 0$ であることは、 $a > 0, b > 0$ であるための である。

(5) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であることは、 $\triangle ABC = \triangle DEF$ であるための である。

1 集合を用いて、次の命題の真偽を調べよ。

(1) $x < -3 \implies x < -1$

(2) x は 18 の約数 $\implies x$ は 30 の約数

2 次の命題について、真であるものは証明し、偽であるものは反例をあげよ。

(1) a が有理数、 b が無理数ならば、 ab は無理数である。

(2) a, b が奇数ならば、 $a + b$ は偶数である。

3 次の条件 p, q について、 p は q であるための必要条件、十分条件、必要十分条件のうちどれか調べよ。

(1) 実数 a, b について、

$$p: a = b = 0$$

$$q: a^2 + b^2 = 0$$

(2) 実数 a, b について、

$$p: a + b, ab \text{ は整数}$$

$$q: a, b \text{ は整数}$$

(3) $\triangle ABC$ において、

$$p: \angle A > 90^\circ$$

$$q: \triangle ABC \text{ は鈍角三角形}$$

27 | 逆・裏・対偶

1 次の条件の否定を作れ。ただし, x, y は実数とする。

(1) $x=0$ または $y \neq 0$

(2) $-3 \leq x < 4$

(3) x, y のうち少なくとも1つは1である。

(4) x, y ともに正の数

2 次の命題の逆, 裏, 対偶を書き, それらの真偽をいえ。

(1) $xy=10 \implies x=2$ かつ $y=5$

逆

裏

対偶

(2) $a \neq b \implies a^2 \neq b^2$

逆

裏

対偶

(3) ひし形は平行四辺形である。

逆

裏

対偶

1 次の命題の逆, 裏, 対偶を書け。また, もとの命題の真偽を調べよ。ただし, x, y は実数とする。

(1) $x + y > 3 \implies x > 1$ または $y > 2$

(2) $xy \neq 0 \implies x \neq 0$ かつ $y \neq 0$

(3) $x \neq 2$ または $y \neq 2 \implies x^2 + y^2 \neq 8$

2 対偶を利用して, 次の命題を証明せよ。

(1) n は整数とする。 n^3 が偶数ならば, n は偶数である。

(2) m, n は整数とする。 $m^2 + n^2$ が奇数ならば, m, n の少なくとも1つは偶数である。

29 背理法／命題の否定

1 背理法を利用して、命題を証明した。次の空欄に当てはまる語句や式を答えよ。

(1) n は整数とする。 n^2 が偶数ならば、 n は偶数である。

〔証明〕 n は と仮定すると、

m を整数として、 $n = 2m + 1$ とおける。

このとき、 $n^2 = (2m + 1)^2 =$ と変形できる。

この右辺は であることを示すから、 n^2 が であるという仮定に矛盾する。

よって、 n は偶数である。

ア イ ウ エ

(2) $\sqrt{5}$ が無理数ならば、 $1 - \sqrt{20}$ は無理数である。

〔証明〕 $1 - \sqrt{20}$ は と仮定すると、

r を有理数として、 $1 - \sqrt{20} = r$ …①とおける。

①を変形すると、 $\sqrt{5} =$ …②

ここで、 r は有理数であるから、②の右辺は である。

よって、②は $\sqrt{5}$ が であることに矛盾する。

したがって、 $1 - \sqrt{20}$ は無理数である。

ア イ ウ エ

2 次の命題の否定を作り、その真偽をいえ。

(1) ある偶数は素数である。

(2) すべての実数 x について、 $x^2 > 0$

(3) a, b を実数とする。 $a + b \geq 2 \implies a > 1$ または $b > 1$

1 背理法を利用して、次の命題を証明せよ。

(1) m, n は整数とする。 $m^2 + n^2$ が奇数ならば、 m, n の少なくとも1つは偶数である。

(2) $\sqrt{6}$ が無理数ならば、 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ は無理数である。

2 次の命題の否定を作り、その真偽を調べよ。

(1) 任意の実数 x について、 $x^2 - 4x + 4 > 0$

(2) $a^2 + b^2 \leq 0$ となる実数 a, b が存在する。

(3) 整数 n が2の倍数であり、かつ3の倍数であれば、 n は12の倍数である。

31 | 集合と論理

①～⑥は解答のみ記せ。⑦～⑩は解答に至る過程も記せ。

① 全体集合 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ の部分集合を A, B とする。(1)～(3)のそれぞれの部分集合 A, B の間に成り立つ関係は、次のア～エのうちどれか。1つずつ選び、記号で答えよ。

ア $A \subset B$ イ $A = B$ ウ $B \subset A$ エ ア～ウのいずれでもない。

(1) $A = \{x \mid x \text{ は素数}, x \in U\}, B = \{2x - 1 \mid x \in U\}$

(2) $A = \{x \mid x^2 - 7x + 6 = 0, x \in U\}, B = \{5x - 4 \mid x \in U\}$

(3) $A = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ の約数}, x \in U\}, B = \{\sqrt{x} \mid x \in U\}$

② 全体集合 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{ は整数}\}$ の部分集合 A, B について、次の問いに答えよ。

(1) $A = \{1, 2, 4, 7, 8\}, B = \{2, 3, 7, 10\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

① $A \cup B$

② $\overline{A \cap B}$

(2) $A \cap B = \{4, 6, 9\}, \overline{A \cap B} = \{3, 5, 8\}, A \cap \overline{B} = \{2, 10\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

① A

② $A \cup B$

3 次の命題の真偽を答え、偽の場合は反例を示せ。

(1) $x = -5 \implies x^2 = 25$

(2) n は偶数 $\implies n$ は 4 の倍数

4 次の空欄に、必要条件、十分条件、必要十分条件のうち、最も適当なものを当てはめよ。

(1) $xy = 6$ は、 $x = 3$, $y = 2$ であるための である。

(2) $x^2 < 1$ は、 $|x| < 1$ であるための である。

(3) $\angle A = 90^\circ$ は、 $\triangle ABC$ が直角三角形であるための である。

5 次の条件の否定を作れ。ただし、 x , y は実数とする。

(1) x は正の数である。

(2) $x = 1$ または $y = 1$

6 次の命題の逆・裏・対偶を書き、それらの真偽をいえ。

$$x + y = 4 \implies x = 1 \text{ かつ } y = 3$$

逆

裏

対偶

7 2つの集合

$$A = \{4m + 6n \mid m, n \text{ は整数}\}$$

$$B = \{2m \mid m \text{ は整数}\}$$

について、 $A=B$ であることを、 $A \subset B$, $A \supset B$ を示して証明せよ。

8 次の命題を考える。ただし、 x, y は実数とする。

① $x < 1$ ならば、 $x + 5 > 3x + 1$

② $x > 0$ かつ $y > 0$ ならば、 $xy > 0$

③ ある実数 x について、 $x^2 - 2x + 2 \leq 0$

(1) ①の命題の真偽を、集合を用いて調べよ。

(2) ②の命題の逆、裏、対偶を述べ、それぞれの真偽を調べよ。

(3) ③の命題の否定を作り、その真偽を調べよ。

9 m, n を整数とすると、積 mn が 3 の倍数ならば、 m, n の少なくとも 1 つは 3 の倍数である。このことを、対偶を利用して証明せよ。

10 $\sqrt{3}$ が無理数ならば、 $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ は無理数である。このことを、背理法を用いて証明せよ。

CAMP

CAMP