

数学

○ CONTENTS ○

1	関数とグラフ	2
2	関数とグラフ～記述	3
3	2次関数のグラフ	4
4	2次関数のグラフ～記述	5
5	グラフの移動/絶対値を含む関数	6
6	グラフの移動/絶対値を含む関数～記述	7
7	2次関数の最大・最小	8
8	2次関数の最大・最小～記述	9
9	最大・最小の応用	10
10	最大・最小の応用～記述	11
11	最大・最小の応用	12
12	最大・最小の応用～記述	13
13	関数のグラフと最大・最小	14
14	2次関数の決定	18
15	2次関数の決定～記述	19
16	2次関数のグラフの式	20
17	2次関数のグラフの式～記述	21
18	2次方程式の解法	22
19	2次方程式の解法～記述	23
20	2次方程式の実数解・応用	24
21	2次方程式の実数解・応用～記述	25
22	2次関数と2次方程式	26
23	2次関数と2次方程式～記述	27
24	2次不等式	28
25	2次不等式～記述	29
26	2次不等式の応用	30
27	2次不等式の応用～記述	31
28	2次方程式と2次不等式	32
29	2次方程式と2次不等式～記述	33
30	2次関数と方程式・不等式	34

1 関数とグラフ

① 次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = 4x - 3$ のとき, $f(-2)$ の値を求めよ。

(2) $g(x) = x^2 - 3x + 1$ のとき, $g(2a - 1)$ の値を求めよ。

② 周囲の長さが 30 cm の長方形がある。この長方形の縦の長さを x cm とし, 面積を y cm² とすると, y は x の関数である。次の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) この関数の定義域を答えよ。

③ 次の関数の値域を求めよ。

(1) $y = -2x + 5$ ($-2 < x < 3$)

(2) $y = x^2$ ($-4 \leq x \leq -1$)

(3) $y = -\frac{1}{2}x^2$ ($-5 \leq x < 4$)

④ 次の関数の最大値・最小値があれば, それを求めよ。

(1) $y = \frac{1}{3}x - 1$ ($-3 \leq x < 6$)

(2) $y = -2x^2$ ($-1 < x \leq 2$)

(3) $y = \frac{1}{4}x^2$ ($-2 \leq x < 4$)

- 1 $f(x) = x^2 - 2x + 7$ であるとき,
 $f(1-a) = f(1+a)$ を証明せよ。

- 2 次の関数のグラフの概形をかき、その値域を求めよ。また、最大値・最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y = -\frac{3}{4}x - 2 \quad (-4 < x \leq 2)$

(2) $y = -\frac{2}{3}x^2 \quad (-3 < x \leq 2)$

- 3 関数 $y = ax + b \quad (-2 \leq x \leq 6)$ の最大値は 10, 最小値は -2 である。このとき, a, b の値を求めよ。
ただし, a, b は定数で $a < 0$ である。

- 4 2 次関数 $y = ax^2 \quad (-2 \leq x \leq 1)$ の値域が
 $b \leq y \leq 12$ となるように, 定数 a, b の値を定めよ。

① 2 次関数 $y = -3x^2$ のグラフを次のように平行移動したものの方程式を求めよ。

(1) y 軸方向に 3 だけ平行移動

(2) x 軸方向に -5 だけ平行移動

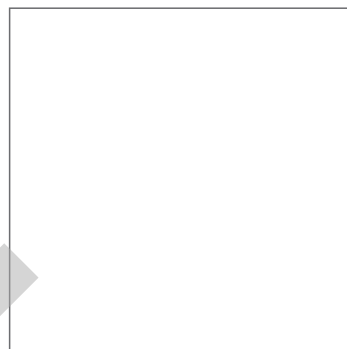
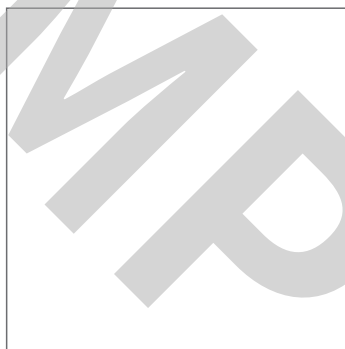
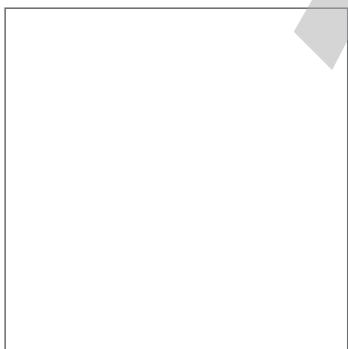
(3) x 軸方向に 1, y 軸方向に -2 だけ平行移動

② 次の 2 次関数のグラフの概形をかけ。また、その軸と頂点を答えよ。

(1) $y = x^2 - 4$

(2) $y = 2(x + 2)^2$

(3) $y = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 1$



軸

軸

軸

頂点

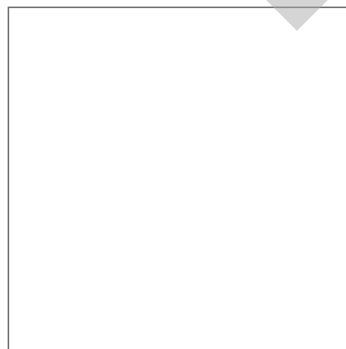
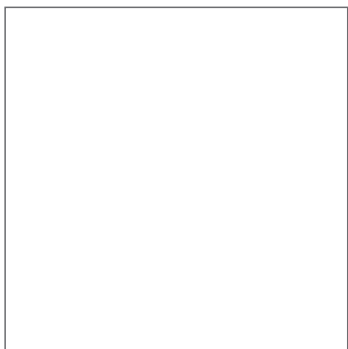
頂点

頂点

③ 次の 2 次関数のグラフの概形をかけ。また、その軸と頂点を答えよ。

(1) $y = x^2 - 6x + 4$

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$



軸

軸

頂点

頂点

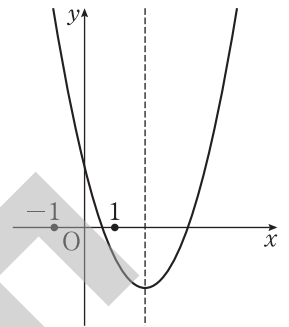
- 1 放物線 $y = x^2 + bx + c$ の頂点が $(2, 1)$ となるように、定数 b, c の値を定めよ。

- 2 放物線 $y = -x^2 + 4x - 5$ を平行移動して放物線 $y = -x^2 - 2x + 6$ に重ねるには、どのように平行移動すればよいか。

- 3 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフについて、次の問いに答えよ。

(1) 軸と頂点を求めよ。

- (2) グラフが右の図のようであるとき、 $a, b, c, b^2 - 4ac, a + b + c, a - b + c, 2a + b$ の符号をそれぞれいえ。



① 次の問いに答えよ。

(1) 直線 $y = -2x + 3$ を, x 軸方向に 3, y 軸方向に -4 だけ平行移動した直線の方程式を求めよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - 4x$ を, x 軸方向に -3 , y 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(3) 放物線 $y = -3x^2 + 6x + 2$ を, x 軸方向に -1 , y 軸方向に -7 平行移動した放物線の方程式を求めよ。

② 次の問いに答えよ。

(1) 直線 $y = \frac{1}{3}x - 1$ を, x 軸に関して対称移動した直線の方程式を求めよ。

(2) 放物線 $y = 2x^2 - x + 3$ を, y 軸に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

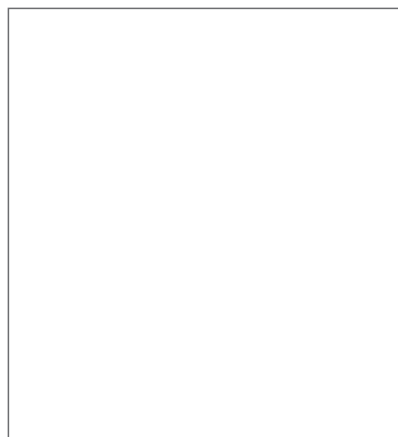
(3) 放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$ を, 原点に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

③ 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = |2x - 6|$



(2) $y = x^2 - 4|x| + 3$



- 1** 2次関数 $y = -x^2 + 4x - 1$ のグラフを原点に関して対称移動し、さらに x 軸に関して対称移動したグラフを表す方程式を求めよ。

- 3** 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2|x| - |x + 1|$

- 2** 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを x 軸に関して対称移動し、さらにそれを x 軸方向に 1, y 軸方向に -4 だけ平行移動したところ、 $y = -3x^2$ のグラフが得られた。このとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(2) $y = -(x - 2)^2 + 2|x - 2| + 5$

1 次の関数の最大値・最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y = 3x^2 - 4$

(2) $y = -4x^2 + 12x + 1$

2 次の関数の最大値・最小値を求め、そのときの x の値をいえ。

(1) $y = -(x+3)^2 + 5 \quad (-4 \leq x \leq 0)$

(2) $y = x^2 - 4x + 1 \quad (-2 \leq x \leq 1)$

(3) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 3 \quad (-2 < x \leq 3)$

3 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

(1) $x + y = 6$ のとき、 xy の最大値、最小値を考える。

$x + y = 6$ より、 $y = 6 - x$

xy に代入して、変形すると、

$$xy = -(x - \boxed{\text{ア}})^2 + \boxed{\text{イ}}$$

よって、 xy は、 $x = \boxed{\text{ア}}$ 、 $y = \boxed{\text{ウ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり、
最小値はない。

ア イ ウ

(2) $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $2x + y = 2$ のとき、 $x^2 + y^2$ の最大値、最小値を考える。

$2x + y = 2$ より、 $y = 2 - 2x$

$x^2 + y^2$ に代入して、変形すると、

$$x^2 + y^2 = 5(x - \boxed{\text{ア}})^2 + \boxed{\text{イ}}$$

ここで、 $x \geq 0$ 、 $y = 2 - 2x \geq 0$ であるから、 $0 \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$

よって、 $x = \boxed{\text{エ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{オ}}$ をとり、

$x = \boxed{\text{ア}}$ のとき、最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ ウ

エ オ

1 関数 $y = ax^2 + 6x + c$ が、 $x = -1$ のとき最小値 4 をとるように、定数 a 、 c の値を定めよ。

3 $x + 2y = 3$ のとき、 $2x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。

2 関数 $f(x) = x^2 - 8x + a$ の $2 \leq x \leq 7$ における最大値が 11 となるように、定数 a の値を定めよ。

4 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $3x + 2y = 1$ のとき、 $3x^2 + 4y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

1 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

- (1) 幅 36 cm のアルミ板を図のように折り曲げ、切り口が長方形のたいを作りたい。

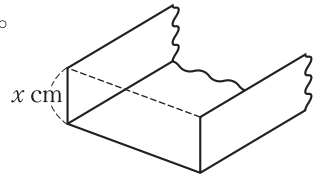
折り曲げる部分の長さを x cm とすると、長方形の残りの 1 辺の長さは

ア cm になる。

$x > 0$ かつ ア > 0 であるから、 $0 < x < \text{イ}$ …①

長方形の面積を $S \text{ cm}^2$ とすると、 $S = -2(x - \text{ウ})^2 + \text{エ}$ と表される。

①から、長方形の面積を最大にするには、折り曲げる部分の長さを ウ cm にすればよい。



ア イ ウ エ

- (2) 直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 である直角三角形において、

直角をはさむ 2 辺のうち的一方の長さを x とおくと、他方の長さは ア になる。

$x > 0$ かつ ア > 0 であるから、 $0 < x < \text{イ}$ …①

斜辺の長さを l とすると、三平方の定理より、 $l^2 = 2(x - \text{ウ})^2 + \text{エ}$ と表される。

よって、①から、 l^2 は $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

$l > 0$ であるから、このとき l も最小となり、その値は オ である。

ア イ ウ

エ オ

2 $0 \leq x \leq 4$ を定義域とする関数 $y = x^2 - 2ax + 3$ の最大値と最小値について考える。次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

- (1) $y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 + \text{ア}$ と変形できるから、グラフの軸は直線 $x = a$ である。

- (2) グラフの軸 $x = a$ と定義域 $0 \leq x \leq 4$ の位置関係から、関数の最大値と最小値は次のようになる。

- ① $a \leq 0$ のとき、
 $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ
 $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

ア イ ウ エ

- ② $0 < a < 2$ のとき、
 $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ
 $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

ア イ ウ エ

- ③ $a = 2$ のとき、
 $x = 0$ または ア のとき最大値 イ
 $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

ア イ ウ エ

- ④ $2 < a < 4$ のとき、
 $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ
 $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

ア イ ウ エ

- ⑤ $4 \leq a$ のとき、
 $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ
 $x = \text{ウ}$ のとき最小値 エ をとる。

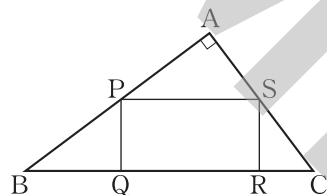
ア イ ウ エ

- 1 長さ l の針金を 2 つに切り、それぞれ折り曲げて正方形を 2 つ作るとき、それらの面積の和が最小となるためには、針金をどのように切ればよいか。

- 3 a を定数とする次の関数の最大値と最小値を調べよ。

$$y = -2x^2 - 2ax + 9 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

- 2 $AB = 4$, $AC = 3$, $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形の辺 AB 上(両端を除く)に点 P をとり、点 P を 1 つの



頂点として 4 つの頂点が $\triangle ABC$ の辺上にある、図のような長方形 PQRS を作る。このとき、長方形 PQRS の面積の最大値を求めよ。

- ① $a \leq x \leq a+2$ を定義域とする関数 $y = -x^2 - 4x + 3$ の最大値と最小値について考える。次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

(1) $y = -x^2 - 4x + 3 = -(x+2)^2 + \boxed{}$ と変形できるから、グラフの軸は直線 $x = -2$ である。

(2) グラフの軸 $x = -2$ と定義域 $a \leq x \leq a+2$ の位置関係から、最大値は次のようになる。

① $a < -4$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

② $-4 \leq a \leq -2$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

③ $a > -2$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

(3) グラフの軸 $x = -2$ と定義域 $a \leq x \leq a+2$ の中央の値 $a+1$ の位置関係から、最小値は次のようになる。

① $a \leq -3$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

② $a > -3$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

- ② 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

(1) $y = x^2 + 4kx + 16k$ の最小値を $m(k)$ とするとき、 $m(k)$ の最大値を考える。

$y = x^2 + 4kx + 16k = (x + \boxed{\text{ア}})^2 + \boxed{\text{イ}}$ より、この関数のグラフは下に凸であるから、 $x = -\boxed{\text{ア}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

よって、 $m(k) = \boxed{\text{イ}} = -4(k - \boxed{\text{ウ}})^2 + \boxed{\text{エ}}$

$y = m(k)$ のグラフは上に凸であるから、 $m(k)$ は、 $k = \boxed{\text{ウ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

ア イ ウ エ

(2) x, y を変数とすると、 $P = x^2 - 2xy + 2y^2 - 6y + 5$ の最小値を考える。

$$P = x^2 - 2xy + 2y^2 - 6y + 5 \\ = (x - \boxed{\text{ア}})^2 + (y - \boxed{\text{イ}})^2 - \boxed{\text{ウ}}$$

よって、 P は、 $\boxed{\text{エ}} = 0$ 、 $\boxed{\text{オ}} = 0$ のとき、最小値 $-\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

すなわち、 $x = y = \boxed{\text{イ}}$ のとき、最小値 $-\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

ア イ ウ

エ オ

1 関数 $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ の $a - 1 \leq x \leq a + 1$ における最大値と最小値を求めよ。

2 関数 $y = -x^2 + 6kx + 18k + 4$ の最大値を $M(k)$ とする。 $M(k)$ の最小値と、そのときの k の値を求めよ。

3 x, y を変数とするとき、
$$4x^2 + 4xy + 6y^2 - 5y + 1$$

の最小値と、そのときの x, y の値を求めよ。

13 関数のグラフと最大・最小

①～②は解答のみ記せ。③～⑥は解答に至る過程も記せ。

① 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

(1) $f(x) = x^2 - 3x$ のとき, $f(a+1) - f(a) = \boxed{}$ である。

(2) 2次関数 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 9$ のグラフの軸は直線 $\boxed{\text{ア}}$ で, 頂点は点 $\boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

(3) 2次関数 $y = 2x^2 - 3x + 5$ のグラフについて,

① このグラフを, x 軸方向に -3 , y 軸方向に 1 だけ平行移動したグラフを表す式は $y = \boxed{}$ である。

② このグラフを, x 軸に関して対称移動したグラフを表す式は $y = \boxed{}$ である。

③ このグラフを, y 軸に関して対称移動したグラフを表す式は $y = \boxed{}$ である。

④ このグラフを, 原点に関して対称移動したグラフを表す式は $y = \boxed{}$ である。

(4) 2次関数 $y = -x^2 + 3x - 2$ は, $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき, 最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ

(5) 2次関数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$ について, $-2 \leq x \leq 4$ における最大値は $\boxed{\text{ア}}$, 最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

2 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

- (1) 関数 $y = -3x + a$ ($b \leq x \leq 3$) の値域が、 $-8 \leq y \leq 7$ であるとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- (2) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを、 x 軸に関して対称移動し、さらにそれを x 軸方向に -2 、 y 軸方向に 3 だけ平行移動したところ、 $y = -x^2 + 1$ のグラフが得られた。

このとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

ア イ ウ

- (3) 図のように、1 辺が x 軸上にあって、放物線 $y = -x^2 + 8x$ と x 軸とで囲まれる部分に内接する長方形 PQRS を作り、その周の長さについて考える。

放物線の軸は直線 $x = 4$ 、また、点 P の x 座標を t とすると、

$PQ = -t^2 + 8t$ 、 $QR = \boxed{\text{ア}}$ となる。

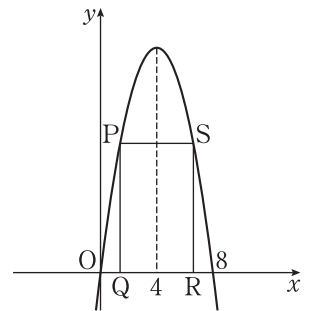
長方形 PQRS の縦と横の長さの和を l とすると、

$$l = PQ + QR$$

$$= -(t - \boxed{\text{イ}})^2 + \boxed{\text{ウ}} \quad (0 < t < \boxed{\text{エ}})$$

したがって、長方形 PQRS の周の長さ (l の 2 倍) が最大になるのは、

$t = \boxed{\text{イ}}$ のときである。



ア イ ウ エ

- (4) $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $3x + y = 6$ のとき、 xy の最大値を考える。

xy を、 x の式で表して変形すると、

$$xy = -3(x - \boxed{\text{ア}})^2 + \boxed{\text{イ}}$$

ここで、 $0 \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ であるから、

この範囲において、 xy は、 $x = \boxed{\text{ア}}$ 、 $y = \boxed{\text{エ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ア イ ウ エ

- (5) 関数 $y = x^2 + 2kx + 3k - 1$ の最小値を $m(k)$ とするとき、 $m(k)$ の最大値を考える。

$y = x^2 + 2kx + 3k - 1$ は、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとるから、

$$m(k) = \boxed{\text{イ}}$$

したがって、 $m(k)$ は、 $k = \boxed{\text{ウ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

ア イ ウ エ

- ③ 関数 $y = |x + 1| + 2|x - 3|$ のグラフをかけ。また、関数の最小値を求めよ。

- ④ a を定数とする関数

$f(x) = -x^2 + 2ax - a^2 + 2a + 1$ の $0 \leq x \leq 2$ における最小値を $m(a)$ とする。 $m(a)$ を a の式で表し、 $m(a) = -10$ であるときの a の値を求めよ。

- 5 関数 $f(x) = x^2 - 6x + 7$ の $a \leq x \leq a + 2$ における最小値を $m(a)$ とする。 $m(a)$ を a の式で表し、 $y = m(a)$ のグラフをかけ。

- 6 x, y の関数 $P = x^2 - 4xy + 5y^2 + 4y + 7$ の最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。

14 | 2 次関数の決定

1 グラフが次の条件を満たす 2 次関数を, $y = ax^2 + bx + c$ の形で求めよ。

(1) 頂点の座標が $(0, -3)$ で, 点 $(1, -1)$ を通る。

(2) 頂点の座標が $(-2, 7)$ で, 点 $(-3, 4)$ を通る。

2 グラフが次の条件を満たす 2 次関数を, $y = ax^2 + bx + c$ の形で求めよ。

(1) 軸の方程式が $x = 2$ で, 2 点 $(0, -2)$, $(1, -5)$ を通る。

(2) 軸の方程式が $x = -3$ で, 2 点 $(-5, 3)$, $(1, -3)$ を通る。

3 グラフが 3 点 $(-1, 2)$, $(0, -2)$, $(2, 8)$ を通る 2 次関数を求めよ。

1 次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

- (1) $x=4$ で最小値 -7 をとり、グラフは点 $(-2, 11)$ を通る。

- (2) 直線 $x=-5$ に関して対称で、グラフは 2 点 $(-6, 7)$, $(-1, -8)$ を通る。

- (3) $x=-1$ で最大値をとり、グラフは 2 点 $(-3, -4)$, $(2, -19)$ を通る。

2 グラフが 2 点 $(-2, -1)$, $(1, 2)$ を通り、放物線 $y=-2x^2$ を平行移動したものであるような 2 次関数を求めよ。

3 3 点 $(-1, -3)$, $(2, 0)$, $(3, 13)$ を通る放物線を、原点に関して対称移動した放物線の式を求めよ。

16 | 2 次関数のグラフの式

- ① グラフが x 軸と 2 点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ で交わり, 点 $(2, -6)$ を通る 2 次関数を求めよ。

- ② グラフが 3 点 $(-4, 3)$, $(0, 11)$, $(2, 3)$ を通る 2 次関数を, 次のように求めた。空欄に当てはまる数や式を答えよ。

グラフが直線 $y=3$ と $(-4, 3)$, $(2, 3)$ で交わることから, 求める 2 次関数は,

$$y - \boxed{\text{ア}} = a(x + \boxed{\text{イ}})(x - \boxed{\text{ウ}}) \text{ とおける。}$$

グラフが点 $(0, 11)$ を通ることから, この条件を代入して, a の値を求めると,

$$a = \boxed{\text{エ}}$$

よって, 求める 2 次関数は, $y = \boxed{\text{オ}}$

ア イ ウ

エ オ

- ③ x 軸方向に -3 , y 軸方向に 2 平行移動すると, 頂点の座標が $(-1, -3)$ で, 点 $(2, 6)$ を通るような放物線の式を求めよ。

- ④ グラフが放物線 $y = -2x^2$ を平行移動したもので, 点 $(1, -3)$ を通り, 頂点が直線 $y = 2x + 7$ 上にある 2 次関数を, 次のように求めた。空欄に当てはまる数や式を答えよ。(オ, カは $ax^2 + bx + c$ の形で答えよ。)

放物線 $y = -2x^2$ を平行移動して, 頂点が $y = 2x + 7$ 上にあることから, 頂点の x 座標を p とすると,

求める 2 次関数は, $y = \boxed{\text{ア}}(x - p)^2 + \boxed{\text{イ}}$ とおける。

グラフが点 $(1, -3)$ を通ることから, この条件を代入して, p の値を求めると,

$$p = \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$$

$p = \boxed{\text{ウ}}$ のとき, 求める 2 次関数は, $y = \boxed{\text{オ}}$

$p = \boxed{\text{エ}}$ のとき, 求める 2 次関数は, $y = \boxed{\text{カ}}$

ア イ ウ

エ オ カ

- ⑤ 区間 $-3 \leq x \leq 2$ において, $x = -2$ で最小値 -7 , $x = 2$ で最大値 1 をとる 2 次関数を求めよ。

1 グラフが3点 $(-3, -5)$, $(1, -5)$, $(2, 5)$ を通る2次関数を求めよ。

3 2次関数 $y = ax^2 - 4ax + b$ の区間 $1 \leq x \leq 4$ における最大値は2, 最小値は -10 である。考えられる定数 a , b の値の組をすべて求めよ。

2 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ を平行移動したもので, 点 $(2, 1)$ を通り, その頂点が直線 $y = -x + 3$ 上にある放物線の式を求めよ。

18 | 2 次方程式の解法

① 次の空欄に当てはまる数や式を答えよ。

(1) $x^2 - x - 20 = 0$

左辺を因数分解して、

$(x+4)(\boxed{\text{ア}}) = 0$

よって、 $x+4=0$ または $\boxed{\text{ア}}=0$

したがって、 $x=\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}$

ア イ

ウ

(2) $6x^2 - 11x + 3 = 0$

左辺を因数分解して、

$(2x-3)(\boxed{\text{ア}}) = 0$

よって、 $2x-3=0$ または $\boxed{\text{ア}}=0$

したがって、 $x=\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}$

ア イ

ウ

② 次の方程式を解け。

(1) $2x^2 - 5 = 0$

(2) $(3x-1)^2 - 2 = 0$

③ 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

(1) $x^2 + 6x + 2 = 0$

$x^2 + 6x = -2$

$x^2 + 6x + \boxed{\text{ア}}^2 = -2 + \boxed{\text{ア}}^2$

$(x + \boxed{\text{ア}})^2 = \boxed{\text{イ}}$

よって、 $x + \boxed{\text{ア}} = \pm \boxed{\text{ウ}}$

したがって、 $x = \boxed{\text{エ}}$

ア イ

ウ エ

(2) $2x^2 - x - 7 = 0$

$x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{7}{2}$

$x^2 - \frac{1}{2}x + (\boxed{\text{ア}})^2 = \frac{7}{2} + (\boxed{\text{ア}})^2$

$(x - \boxed{\text{ア}})^2 = \boxed{\text{イ}}$

よって、 $x - \boxed{\text{ア}} = \pm \boxed{\text{ウ}}$

したがって、 $x = \boxed{\text{エ}}$

ア イ

ウ エ

④ 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

(1) $2x^2 - 3x - 4 = 0$

$x = \frac{- (\boxed{\text{イ}}) \pm \sqrt{(\boxed{\text{イ}})^2 - \boxed{\text{ウ}} \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot \boxed{\text{ア}}}$

$= \boxed{\text{エ}}$

ア イ

ウ エ

(2) $3x^2 + 4x - 5 = 0$

$3x^2 + 2 \cdot 2x - 5 = 0$ であるから、

$x = \frac{- (\boxed{\text{イ}}) \pm \sqrt{(\boxed{\text{イ}})^2 - \boxed{\text{ア}} \cdot (-5)}}{\boxed{\text{ア}}}$

$= \boxed{\text{ウ}}$

ア イ

ウ

1 次の2次方程式を、因数分解を利用して解け。

(1) $x^2 + 10x + 21 = 0$

(2) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

(3) $5x^2 - 2x - 16 = 0$

(4) $6x^2 + 11x - 10 = 0$

2 次の2次方程式を、 $(x + m)^2 = k$ の形に変形して解け。

(1) $x^2 - 8x + 3 = 0$

(2) $4x^2 + 5x - 2 = 0$

3 次の2次方程式を、解の公式を利用して解け。

(1) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

(2) $5x^2 - 6x - 2 = 0$

20 | 2 次方程式の実数解・応用

- ① 2 次方程式 $x^2 - 2x + m = 0$ の 1 つの解が -3 であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 定数 m の値を求めよ。

(2) m が(1)で求めた値をとるとき、もう一方の解を求めよ。

- ② 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解が -1 , -6 であるとき、定数 a , b の値を求めよ。

- ③ 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $2x^2 - 5x - 1 = 0$

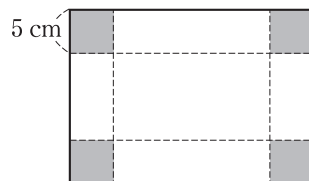
(2) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

- ④ 2 次方程式 $x^2 - 6x + 5 - m = 0$ について、次の問いに答えよ。

(1) 重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。

(2) 異なる 2 つの実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

- ⑤ 横が縦より 8 cm 長い長方形の紙がある。この紙の 4 すみから、1 辺の長さが 5 cm の正方形を切り取って折り曲げ、ふたのない直方体の容器を作ったら、容積が 410 cm^3 になった。もとの長方形の縦と横の長さを求めよ。



1 2 次方程式 $x^2 - 2mx + m^2 - 9 = 0$ の 1 つの解が -2 のとき，定数 m の値と他の解を求めよ。

3 2 次方程式 $x^2 + 8x - 3m + 1 = 0$ の実数解の個数は，定数 m の値によってどのように変わるかを調べよ。

2 2 次方程式 $x^2 - mx + m + 3 = 0$ が重解をもつように，定数 m の値を定めよ。

4 ある商品を 100 個仕入れ，原価の $x\%$ 増しの定価をつけて売ったところ，40 個売れた。残りの 60 個を定価の $x\%$ 引きで売ったところ，すべて売れ，原価の 5.6% の利益を得た。 x を求めよ。ただし， $0 < x < 30$ とする。

22 | 2 次関数と 2 次方程式

1 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = x^2 - 2x - 15$

(2) $y = 3x^2 + 4x - 2$

2 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = x^2 - 5x + 3$

(2) $y = -3x^2 + 4x - 2$

(3) $y = 4x^2 - 12x + 9$

3 2 次関数 $y = 2x^2 - 3x + m$ のグラフについて、次の問いに答えよ。

(1) x 軸と異なる 2 点で交わるような定数 m の値の範囲を求めよ。

(2) x 軸と接するときの定数 m の値を求めよ。

(3) x 軸と共有点をもたないような定数 m の値の範囲を求めよ。

4 次の 2 つのグラフの交点の座標を求めよ。

(1) 放物線 $y = x^2 - 2x - 1$ と直線 $y = x + 3$

(2) 放物線 $y = x^2 + x - 1$ と放物線 $y = 2x^2 - x - 2$

- 1 2 次関数 $y = -x^2 + 4x - 2m + 1$ のグラフと x 軸の共有点の個数は、定数 m の値によってどのように変わるか。
- 2 2 次関数 $y = x^2 + 2mx + 6$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さが 4 であるとき、定数 m の値を求めよ。
- 3 2 次関数 $y = x^2 - (m - 1)x + m + 7$ のグラフが x 軸と接するとき、定数 m の値を求めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。
- 4 放物線 $y = x^2 - x + 3$ と直線 $y = mx + 2$ が接するように、定数 m の値を定めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

24 | 2 次不等式

① 次の 2 次不等式を解け。

(1) $(x+2)(x+5) < 0$

(2) $(x-8)(x+1) \geq 0$

(3) $x^2 - 4x - 21 > 0$

(4) $3x^2 - 4x - 1 < 0$

② 次の 2 次不等式を解け。

(1) $-x^2 + 11x - 24 < 0$

(2) $-2x^2 + 7x + 4 \geq 0$

③ 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2 - 10x + 25 > 0$

(2) $4x^2 + 4x + 1 < 0$

(3) $x^2 + 12x + 36 \geq 0$

(4) $9x^2 - 30x + 25 \leq 0$

④ 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 7 > 0$

(2) $2x^2 + 5x + 4 \leq 0$

1 次の 2 次不等式を解け。

(1) $20 - x > x^2 - 2x$

(2) $x^2 + 6x \leq 2x^2 + 2$

(3) $-x^2 + x - 16 < 9x$

(4) $x - 8 > 2x^2 + 8x - 3$

(5) $-2x^2 + 5x \leq x^2 - 3x + 6$

(6) $x^2 - 7x + 5 < -3x^2 + 5x - 4$

2 2 次不等式 $x^2 + mx + m + 3 > 0$ がすべての実数 x で成り立つように、定数 m の値の範囲を定めよ。

3 2 次不等式 $x^2 - 2(m+1)x - m + 5 < 0$ を満たす実数 x が存在しないように、定数 m の値の範囲を定めよ。

26 | 2 次不等式の応用

① 2 次方程式 $x^2 - mx + 9 = 0$ の解が次のようなとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) 2 つの異なる実数解をもつ。

(2) 実数解をもつ。

(3) 実数解をもたない。

② 2 次関数 $y = mx^2 + 2mx - 3$ のグラフと x 軸の位置関係が次のようなとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) 異なる 2 点を共有する。

(2) 共有点をもつ。

(3) 共有点をもたない。

③ 次の連立不等式を解け。

(1)
$$\begin{cases} x^2 - 3x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x^2 + 9x + 14 < 0 \\ x^2 + 4x - 5 \leq 0 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x^2 - 10x + 16 < 0 \\ x^2 - 6x + 4 > 0 \end{cases}$$

1 次の連立不等式を解け。

(1) $1 < x^2 - 5x + 7 \leq x$

(2)
$$\begin{cases} 3 - 4x > -x \\ x^2 - x - 20 < 0 \\ -2x^2 + 5x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

2 2 次方程式 $x^2 + 2mx - m + 6 = 0$ が実数解をもつような定数 m の値の範囲を求めよ。

3 2 次関数 $y = 2x^2 - mx + m - 1$ のグラフが, x 軸と共有点をもたないような定数 m の値の範囲を求めよ。

4 2 次関数 $y = x^2 - 2(m - 3)x - 2m + 1$ のグラフは, どのような m の値に対しても x 軸と共有点をもつことを示せ。

28 | 2 次方程式と 2 次不等式

- ① 長さ 16 cm の針金を折り曲げて長方形をつくる。縦の長さを x cm とすると、長方形の面積が 5 cm^2 以上 12 cm^2 以下となるのは、 x の値がどのような範囲にあるときか。

- ② 2 次関数 $y = x^2 - 4mx - 4m + 24$ のグラフがある。ただし、 m は定数とする。

(1) 軸が $x > 0$ の部分にあるような定数 m の値の範囲を求めよ。

(2) x 軸と異なる 2 点で交わるような定数 m の値の範囲を求めよ。

(3) y 軸との交点の y 座標が正であるような定数 m の値の範囲を求めよ。

(4) x 軸の正の部分と異なる 2 点で交わるような定数 m の値の範囲を求めよ。

- ③ 関数 $y = |x^2 - 4x - 5|$ について、次の問いに答えよ。

(1) この関数のグラフをかけ。

(2) この関数のグラフと直線 $y = k$ が異なる 4 点で交わるような定数 k の値の範囲を求めよ。



- 1 $BC = 12$, $AC = 6$, $\angle C = 90^\circ$ の $\triangle ABC$ の斜辺 AB 上に点 P をとり, P から BC , AC に垂線 PQ , PR を下ろし, 長方形 $PQCR$ をつくる。長方形 $PQCR$ の面積が 10 以上 14 以下になるときの辺 PQ の長さの範囲を求めよ。

- 2 2 次方程式 $x^2 + 2(k-3)x + 5 - k = 0$ が, 異なる 2 つの負の実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

- 3 関数 $y = |x^2 - 4x| - 3$ について, 次の問いに答えよ。

(1) この関数のグラフをかけ。

- (2) この関数のグラフと直線 $y = x + k$ (k は定数) のグラフが共有点を 3 個もつとき, k の値を求めよ。

30 | 2 次関数と方程式・不等式

①～③ は解答のみ記せ。④～⑦ は解答に至る過程も記せ。

① 次の不等式を解け。

(1) $x^2 - 5x - 14 < 0$

(2) $9x^2 - 6x + 1 > 0$

(3)
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \end{cases}$$

② 次の問いに答えよ。

(1) グラフの頂点の座標が $(1, -5)$ で、 y 軸と $(0, -2)$ で交わる 2 次関数を、 $y = ax^2 + bx + c$ の形で求めよ。

(2) 2 次関数 $y = -4x^2 + 5x - 2$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めよ。

(3) 2 次関数 $y = x^2 - kx + k^2 - 3k$ のグラフが、 x 軸に接するように、定数 k の値を定めよ。ただし、 $k > 0$ とする。

(4) 放物線 $y = -x^2 + 6x - 3$ と直線 $y = 2x + m$ が接するように、定数 m の値を定めよ。

(5) 2 次不等式 $x^2 + 2mx - m + 6 > 0$ が、すべての実数 x に関して成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

(6) 2 次方程式 $2x^2 - (k+1)x + 2 = 0$ が、実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

3 次の空欄に当てはまる数を答えよ。

- (1) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが, 3点 $(-1, 0)$, $(2, 6)$, $(3, 0)$ を通るとき,
 $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$, $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

ア イ ウ

- (2) 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b$ の区間 $0 \leq x \leq 3$ における最大値は7, 最小値は3である。
 $a < 0$ とするとき, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- (3) 2次関数 $y = x^2 - 2ax + a + 2$ のグラフが, x 軸から切り取る長さが4であるとき, $a = \boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- (4) 2次関数 $f(x) = x^2 - mx + m^2 - 6m$ のグラフについて

- ① このグラフが, x 軸の正と負の部分で共有点をもつように, 定数 m の範囲を定めると,
 $\boxed{\text{ア}} < m < \boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- ② このグラフが, x 軸の正の部分で異なる2つの共有点をもつように, 定数 m の範囲を定めると,
 $\boxed{\text{ア}} < m < \boxed{\text{イ}}$ である。

ア イ

- 4 放物線 $y=2x^2$ を平行移動したもので、点 $(-1, -9)$ を通り、その頂点が放物線 $y=-x^2+x-5$ 上にある放物線の式を求めよ。

- 5 $0 \leq x \leq 3$ において、2 次不等式 $x^2 - 2ax + 4a > 0$ が常に成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

⑥ 2次方程式 $x^2 - (k-4)x + \frac{k}{2} = 0$ が,

$1 < x < 4$ の範囲に異なる2つの実数解をもつとき、
実数 k のとりうる値の範囲を求めよ。

⑦ 関数 $y = |x^2 - 6x + 5| - 3$ のグラフと関数

$y = ax + 8$ のグラフが、共有点を4個もつとき、定
数 a の値の範囲を求めよ。

SAMPLE