数学Ⅰ

本書の構成と特色

このテキストは，高校数学を学習する諸君のために，数学の基本の習得から，ハイレベルな思考力の養成までできるように，工夫して編集してあります。

単元の構成

数学Ⅰの学習領域を中心に，数学Ⅱの学習範囲も見える形で単元が配列されています。

数学Ⅰの学習領域

全体は，大きく次の４つのまとまりに分かれており，それぞれが３～６の単元に分かれています。

- ❶ **数と式**
- ❷ **２次関数**
- ❸ **図形と計量**
- ❹ **データの分析**

各単元は，**ポイント → 確認問題 → 練成問題Ａ → 練成問題Ｂ**の順に構成されています。
また，大きなまとまりごとに，「**まとめの単元**」と，次の段階で何を学習するかがわかるような「**発展学習**（☆で表示）」が設けられています。

●**ポイント**	その単元で学習する項目を細かく分類し，それぞれについての用語の解説や，基本的な問題の解法から，応用問題までを扱っています。
●**確認問題**	**ポイント**で学習したことを, 実際に問題を解きながら理解していくようになっています。
●**練成問題Ａ**	**ポイント → 確認問題**で扱われた項目のうち，基本的なものの定着をみるための問題で，練成問題Ｂを行うための必要最低限の問題です。未定着の場合には，もう一度**ポイント**に戻ることができます。
●**練成問題Ｂ**	**ポイント**で扱われた項目のうち，応用的なものや，基本を組み合わせた問題が扱われています。
●**～のまとめ**	大きな単元のまとまりの終了時に，それらが完全に定着したかどうかを確認するための問題です。各学習領域の代表的な問題で構成されています。また，大学入試問題も掲載してあります。
●**発展学習**	大きな単元のまとまりが，次の段階ではどのように扱われていくかがわかる構成になっています。次の段階での内容を概観することにより，単元の学習内容の定着度がはかれます。

目次

CONTENTS

① 整式

学習日　　月　　日

Point ① 整式と同類項

● **単項式**……5，x，$-2ax^2$ のように，数や文字，およびそれらを掛け合わせた形の式を**単項式**という。

● **単項式の次数と係数**……単項式において，掛け合わせた文字の個数をその単項式の**次数**といい，数の部分をその単項式の**係数**という。

例 ①　$7a^4$ …次数は 4，係数は 7　　②　$-a^2b$ …次数は 3，係数は -1　　③　4 …次数は 0，係数は 4

● **多項式**……$5+x-2ax^2=5+x+(-2ax^2)$ のように，いくつかの単項式の和の形をした式を**多項式**といい，各単項式をその多項式の**項**という。

● **整式**……単項式と多項式を合わせて**整式**という。
単項式を項が 1 つの多項式と考え，多項式を整式と同じ意味で使うこともある。

● **同類項**……整式の項のうち，文字の部分が同じである項を**同類項**という。
同類項はまとめて 1 つの単項式として整理することができる。

例 ①　$2a^2-3ab+b^2-a^2+5ab+4b^2$
$=(2-1)a^2+(-3+5)ab+(1+4)b^2$
$=a^2+2ab+5b^2$

②　$2x^3+3x^2-x+1+x^3-3x^2+4x-5$
$=(2+1)x^3+(3-3)x^2+(-1+4)x+(1-5)$
$=3x^3+3x-4$

● **整式の次数**……整理された整式において，最も次数の高い項の次数を，その整式の**次数**という。
次数が n の整式を **n 次式**という。また，文字を含まない項を**定数項**という。

例 ①　$2x^3+5x-4$　…$2x^3$ は 3 次，$5x$ は 1 次，-4 は 0 次だから，3 次式。　定数項は -4
②　$4x^2-7x^2y+6y^2$ …$4x^2$ は 2 次，$-7x^2y$ は 3 次，$6y^2$ は 2 次だから，3 次式。定数項はない。

確認問題 1　次の問いに答えよ。

□(1)　次の単項式の次数と係数を答えよ。

□①　$-x^5$　　□②　$3ab^2c^3$　　□③　1　　□④　$-\dfrac{x^3y}{3}$

□(2)　次の式を簡単にせよ。

□①　$x-5x+8x$　　□②　$4a+3-5a+1$

□③　$3x+4y-2x-5y$　　□④　$a-3b+4a-5c$

□⑤　$x+2y-z+3y-4x+2z$　　□⑥　$x^2+x-1+2x^2+5-3x$

□⑦　$2a^2b-3ab^2+ab^2-2a^2b$　　□⑧　$x^3-2x^2+x-1-4x^2+2x^3-5-x$

□(3)　次の整式は何次式で，定数項は何か答えよ。

□①　$2x^4-6x^2+5$　　□②　$3-2x^3+2xy^4$　　□③　$a^2b^2+a^3b^2+b^3$　　□④　$abc+a^2+b^2+c^2-1$

Point 2 特定の文字に着目した次数

特定の文字に着目した次数……2種類以上の文字を含む単項式では，そのうちの何種類かの文字に着目して次数を考え，他の文字や数の積を係数とみることがある。

また，多項式でも，特定の文字に着目して係数や次数を考えることがある。

このとき，着目した文字を含まない項を**定数項**という。

例 ① $-2ax^2y$
(i) x に着目したとき …次数は2で，2次式。係数は $-2ay$
(ii) y に着目したとき …次数は1で，1次式。係数は $-2ax^2$
(iii) x と y に着目したとき…次数は3で，3次式。係数は $-2a$

② $a^2+2a^2b^2+5b^3$
(i) a に着目したとき …次数は2で，2次式。定数項は $5b^3$
(ii) b に着目したとき …次数は3で，3次式。定数項は a^2
(iii) a と b に着目したとき…次数は4で，4次式。定数項はない。

降べき・昇べき……整式を，項の次数が低くなる順に整理することを**降べきの順**に整理する，項の次数が高くなる順に整理することを**昇べきの順**に整理するという。

例 ① 降べきの順に整理された $3x^3+3x-4$ を昇べきの順に整理すると，$-4+3x+3x^3$ となる。

② a について降べきの順に整理された $a^2+2ab+5b^2$ を a について昇べきの順に整理すると，$5b^2+2ab+a^2$ となる。ここで，$a^2+2ab+5b^2$ は b について昇べきの順，$5b^2+2ab+a^2$ は b について降べきの順となっている。

③ 整式 $x^2+5xy+3y^2-2x+y-1$ の整理

(i) x について降べきの順に整理すると，
$x^2+(5y-2)x+(3y^2+y-1)$

(ii) y について降べきの順に整理すると，
$3y^2+(5x+1)y+(x^2-2x-1)$

＊(i)のとき，x^2 の係数は1，x の係数は $5y-2$，定数項は $3y^2+y-1$ である。

確認問題 2 次の問いに答えよ。

□(1) 次の単項式で，それぞれの[ ]内の文字に着目したときの次数と係数を答えよ。

□① $4ab^3$ [a]，[b]
□② $-\frac{1}{2}x^4y^3$ [x]，[y]
□③ $3a^2xy^2$ [x]，[x と y]
□④ abm^3n^2 [n]，[m と n]

□(2) 次の整式で，それぞれの[ ]内の文字に着目したときの次数と定数項を答えよ。

□① ax^2-4x+5 [a]，[x]
□② $2a^2+3ab-b^2$ [a]，[b]
□③ $x^2+xy+2x-y-3$ [x]，[y]
□④ $a^4-2ab^2+b^3+c$ [b]，[a と b]

□(3) 次の式を，x について降べきの順に整理せよ。

□① $4x-3+2x^2$
□② $x^2-3+4x-5x^3$
□③ $ax-3+4x^2+a^2$
□④ $3xy^2+5x^2y-2+5y^2$
□⑤ $x^2+3xy+4xy^2-y^2+5x^2y$
□⑥ $x^2-2xy+y^2-2x+3y-1$

Point ❸ 整式の加減

計算法則……整式の加法・減法・乗法は，次の計算法則をもとに行う。

① 交換法則 $A+B=B+A$ $AB=BA$

② 結合法則 $(A+B)+C=A+(B+C)$ $(AB)C=A(BC)$

③ 分配法則 $A(B+C)=AB+AC$ $(A+B)C=AC+BC$

整式の加減……整式の和や差は，同類項をまとめることにより行う。

例 題 **次の整式 A，B について，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ。**

$$\boldsymbol{A=x^2-3xy-4y^2,\quad B=4x^2+xy-y^2}$$

解き方 次の 2 通りの方法で計算できる。

解 答 $A+B$

(i) $(x^2-3xy-4y^2)+(4x^2+xy-y^2)$

$=x^2-3xy-4y^2+4x^2+xy-y^2$

$=(1+4)x^2+(-3+1)xy+(-4-1)y^2$

$=5x^2-2xy-5y^2$

(ii)
$$\begin{array}{rr} & x^2-3xy-4y^2 \\ +) & 4x^2+\ xy-\ y^2 \\ \hline & 5x^2-2xy-5y^2 \end{array}$$

$A-B$

(i) $(x^2-3xy-4y^2)-(4x^2+xy-y^2)$

$=x^2-3xy-4y^2-4x^2-xy+y^2$

$=(1-4)x^2+(-3-1)xy+(-4+1)y^2$

$=-3x^2-4xy-3y^2$

(ii)
$$\begin{array}{rr} & x^2-3xy-4y^2 \\ -) & 4x^2+\ xy-\ y^2 \\ \hline & -3x^2-4xy-3y^2 \end{array}$$

答 $A+B=5x^2-2xy-5y^2$，$A-B=-3x^2-4xy-3y^2$

確認問題 3 次の問いに答えよ。

□(1) 次の計算をせよ。

□① $(2a-3b+1)+(a+4b-3)$

□② $(3x^2+2x-5)+(2x^2-2x-1)$

□③ $(4a^2-3a+2)-(3a^2+4a-5)$

□④ $(xy-xy^2+3x^2y)-(2xy^2+5xy-2x^2y)$

□(2) 次の整式 A，B について，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

□① $A=2x+3y-5z$，$B=x-2y+z$

□② $A=a+b-4$，$B=2a+3b-1$

□③ $A=x^2+3x-5$，$B=2x^2+4x-1$

□④ $A=a^2-3ab+4b^2$，$B=6a^2-ab+b^2$

□(3) 次の整式 A，B，C について，$A+B-C$ と $A-B+C$ を計算せよ。

□① $A=3x^2+4x-2$，$B=2x^2+3x+1$，$C=x^2-5x+3$

□② $A=x^4+2x^2-2$，$B=2x^3-x+8$，$C=2x^4-3x^3+x^2-2x-1$

Point 4 指数法則

● **指数法則**……文字 a をいくつか掛けたものを a の**累乗**という。a を n 個掛けたものを **a の n 乗**といい，a^n と書く。このとき，n を a^n の**指数**という。

一般に次の指数法則が成り立つ。

m，n を正の整数とする。

$$\boldsymbol{a^m a^n = a^{m+n}} \qquad \boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}} \qquad \boldsymbol{(ab)^n = a^n b^n}$$

例 ① $a^5 \times a^3 = a^{5+3}$
$= a^8$

② $4x^2 \times 3x^3 = (4\cdot 3)x^{2+3}$ ＊4・3の・は積を表す記号
$= 12x^5$

③ $3ab^2 \times (-2a^3b) = 3\cdot(-2)a^{1+3}b^{2+1}$
$= -6a^4b^3$

④ $(2xy)^2 \times (-3x^2y)^3 = 2^2x^2y^2 \times (-3)^3x^{2\cdot 3}y^3$
$= 4\cdot(-27)x^{2+6}y^{2+3}$
$= -108x^8y^5$

● **整式の計算**……整式の計算は，分配法則や指数法則を用いて行う。

例 ① $2(x^2+3x-1)-3(x^2-x-2)$
$= 2x^2+6x-2-3x^2+3x+6$
$= -x^2+9x+4$

② $a(3a-4b)-5b(a+4b)$
$= 3a^2-4ab-5ab-20b^2$
$= 3a^2-9ab-20b^2$

確認問題 4 次の問いに答えよ。

□(1) 次の計算をせよ。

□① $x \times x^4$　□② $2a^2 \times 3a^3$　□③ $6x^3 \times (-2x^4)$

□④ $3ab \times 4a^2b$　□⑤ $4xy^2 \times 5x^3y$　□⑥ $3abc \times (-4a^2b^3c)$

□⑦ $-3xy^2 \times (2x^2y)^3$　□⑧ $5a^2b \times (-3ab^3)^2$　□⑨ $(-2a^2b)^3 \times (-3ab^2)^4$

□(2) 次の計算をせよ。

□① $3(2a-b+1)+2(a-3b-2)$　□② $2(x+3y-4z)+5(-2x+y-3z)$

□③ $(3a^2-5a+3)-2(2a^2+a-9)$　□④ $3(x^2+4xy+y^2)-2(x^2-5xy+2y^2)$

□⑤ $2x(x+3y)+y(4x-y)$　□⑥ $3a(a+2b-3)-4b(a-b+1)$

□(3) 次の整式 A，B，C について，$2A-B+3C$ を計算せよ。

$A = x^2+3$，$B = 2x^2+5x$，$C = 3x^2-2x+2$

□(4) 次の整式 A，B，C について，$2(A+2B)-3(2B+C)+5(C-A)$ を計算せよ。

$A = 2a^2+3ab+b^2$，$B = a^2-ab-2b^2$，$C = -a^2+ab-b^2$

Point ⑤ 式の展開・乗法公式 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$

● **展開**……いくつかの整式の積の形をした式を計算し，1つの整式に表すことを，その式を**展開**するという。展開は分配法則を用いて行う。

例 $(x^2-2x+3)(x-4)$

(i) $(x^2-2x+3)(x-4)$

$=(x^2-2x+3)x+(x^2-2x+3)\cdot(-4)$

$=x^3-2x^2+3x-4x^2+8x-12$

$=x^3-6x^2+11x-12$

(ii)
$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & x^2 & -2x & +\ 3 \\
\times) & & & x & -4 \\
\hline
 & x^3 & -2x^2 & +\ 3x & \\
 & & -4x^2 & +\ 8x & -12 \\
\hline
 & x^3 & -6x^2 & +11x & -12
\end{array}
$$

● **乗法公式**……式の展開には，次の基本的な公式が利用される。

$\boxed{1}$ $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

$\boxed{2}$ $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$

$\boxed{3}$ $(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{x}^2+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{x}+\boldsymbol{ab}$

例 ① $(3x+1)^2$

$=(3x)^2+2\cdot3x\cdot1+1^2$

$=9x^2+6x+1$

② $(2x-3y)^2$

$=(2x)^2-2\cdot2x\cdot3y+(3y)^2$

$=4x^2-12xy+9y^2$

③ $(3a+4b)(3a-4b)$

$=(3a)^2-(4b)^2$

$=9a^2-16b^2$

④ $(x+4y)(x+5y)$

$=x^2+(4+5)yx+4y\cdot5y$

$=x^2+9xy+20y^2$

⑤ $(2x-3)(2x+1)$

$=(2x)^2+(-3+1)\cdot2x-3\cdot1$

$=4x^2-4x-3$

確認問題5 次の式を展開せよ。

☐(1) $(x^2+x+1)(x-1)$

☐(2) $(x+2)(x^2-2x+1)$

☐(3) $(x^2+3x+1)(x+3)$

☐(4) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$

☐(5) $(x^2+2xy-y^2)(x-2y)$

☐(6) $(x+3y)(x^2-xy+3y^2)$

☐(7) $(x+8)^2$

☐(8) $(x+3y)^2$

☐(9) $(3x+2y)^2$

☐(10) $(x-7)^2$

☐(11) $(2x-y)^2$

☐(12) $(3x-5y)^2$

☐(13) $(x+6)(x-6)$

☐(14) $(2x-y)(2x+y)$

☐(15) $(5x+3y)(5x-3y)$

☐(16) $(x+7)(x+9)$

☐(17) $(x-3)(x-6)$

☐(18) $(x+4)(x-5)$

☐(19) $(x+2y)(x-3y)$

☐(20) $(x-5y)(x+8y)$

☐(21) $(x-7y)(x-3y)$

☐(22) $(2x+1)(2x+3)$

☐(23) $(3x+2)(3x-1)$

☐(24) $(5x-1)(5x+3)$

☐(25) $(2x+3y)(2x-y)$

☐(26) $(4x-y)(4x+3y)$

☐(27) $(2x^2+5)(2x^2-7)$

Point 6 乗法公式 4

● **$(ax+b)(cx+d)$ の展開**……次のように展開すると，乗法公式4が得られる。

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d)&=ax(cx+d)+b(cx+d)\\&=ax\cdot cx+ax\cdot d+b\cdot cx+bd\\&=acx^2+(ad+bc)x+bd\end{aligned}$$

4 $\quad \boldsymbol{(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd}$

例

① $(x+3)(2x+7)$
$=2x^2+(7+3\cdot2)x+3\cdot7$
$=2x^2+13x+21$

② $(3x-2)(2x+3)$
$=3\cdot2x^2+(3\cdot3-2\cdot2)x-2\cdot3$
$=6x^2+5x-6$

③ $(4x-3y)(3x-5y)$
$=4\cdot3x^2+\{4\cdot(-5)-3\cdot3\}xy-3\cdot(-5)y^2$
$=12x^2-29xy+15y^2$

④ $(2x+3y)(5x-4y)$
$=2\cdot5x^2+\{2\cdot(-4)+3\cdot5\}xy+3\cdot(-4)y^2$
$=10x^2+7xy-12y^2$

確認問題 6 次の式を展開せよ。

□(1) $(x+1)(2x+1)$ □(2) $(x-1)(3x-1)$ □(3) $(x+2)(2x-3)$

□(4) $(x-2)(3x+1)$ □(5) $(x+5)(2x+3)$ □(6) $(x-7)(4x+1)$

□(7) $(3x+2)(x-5)$ □(8) $(2x-1)(x+4)$ □(9) $(5x-3)(x-5)$

□(10) $(2x+5)(x-4)$ □(11) $(4x-1)(x+7)$ □(12) $(6x+5)(x-9)$

□(13) $(2x+1)(3x+1)$ □(14) $(3x-1)(5x-2)$ □(15) $(4x+3)(2x-1)$

□(16) $(3x+5)(5x-3)$ □(17) $(2x+3)(6x-1)$ □(18) $(4x-1)(3x-5)$

□(19) $(3x-2)(7x+1)$ □(20) $(6x-1)(3x+7)$ □(21) $(5x+4)(3x-4)$

□(22) $(x+y)(2x-y)$ □(23) $(x-y)(3x+y)$ □(24) $(x-2y)(2x-5y)$

□(25) $(2x-3y)(x+3y)$ □(26) $(3x-2y)(x-4y)$ □(27) $(4x+y)(x+5y)$

□(28) $(3x+y)(2x+y)$ □(29) $(4x-y)(5x-2y)$ □(30) $(6x-y)(2x+3y)$

□(31) $(5x+4y)(3x-y)$ □(32) $(2x-7y)(3x+5y)$ □(33) $(7x-y)(8x-3y)$

□(34) $(2x^2+1)(3x^2-5)$ □(35) $(ab-4)(3ab+1)$ □(36) $(2ab+3c)(4ab-c)$

Point 7 いろいろな展開①

例題 次の式を展開せよ。

(1) $(x+y-z)^2$　　(2) $(a+b-c)(a-b+c)$

解き方 整式の一部を1つのものとみて，公式を使えるように考える。

解答 (1) $(x+y-z)^2$

$=\{(x+y)-z\}^2$

$=(x+y)^2-2(x+y)z+z^2$

$=x^2+2xy+y^2-2zx-2yz+z^2$

$=x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2zx$

答 $x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2zx$

(2) $(a+b-c)(a-b+c)$

$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-(b^2-2bc+c^2)$

$=a^2-b^2-c^2+2bc$

答 $a^2-b^2-c^2+2bc$

確認問題 7 次の式を展開せよ。

□(1) $(a+b+c)^2$　□(2) $(x-y-z)^2$　□(3) $(x-2y+3z)^2$

□(4) $(a+b+2)(a+b-2)$　□(5) $(x+y+z)(x+y-z)$　□(6) $(a-2b+c)(a+2b-c)$

□(7) $(x+y+1)(x+y-3)$　□(8) $(a-2b+3c)(a-2b-c)$　□(9) $(x^2+x-4)(x^2+x+3)$

Point 8 いろいろな展開②

例題 次の式を展開せよ。

(1) $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$　　(2) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

解き方 効率よく展開できるように工夫する。

解答 (1) $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$

$=\{(a-1)(a+1)\}(a^2+1)(a^4+1)$

$=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$

$=\{(a^2-1)(a^2+1)\}(a^4+1)$

$=(a^4-1)(a^4+1)$

$=a^8-1$

答 a^8-1

(2) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

$=\{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\}$

$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$

$=\{(x^2-x)-2\}\{(x^2-x)-12\}$

$=(x^2-x)^2-14(x^2-x)+24$

$=x^4-2x^3+x^2-14x^2+14x+24$

$=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

答 $x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

確認問題 8 次の式を展開せよ。

□(1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$　□(2) $(a+2)(a-2)(a^2-4)$　□(3) $(2x+y)(4x^2+y^2)(2x-y)$

□(4) $(x+2)^2(x-2)^2$　□(5) $(x-1)^2(x+1)^2(x^2+1)^2$　□(6) $(x-1)^2(x-2)^2$

□(7) $(x-2)(x+5)(x-6)(x+9)$　□(8) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$　□(9) $(x-1)(x+6)(x-2)(x+3)$

Point 9 3次の乗法公式

3乗の和・差になる乗法公式……次の式の展開の結果から，乗法公式5が得られる。

$$\begin{aligned}&(a+b)(a^2-ab+b^2)\\&=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)\\&=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3\\&=a^3+b^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(a-b)(a^2+ab+b^2)\\&=a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)\\&=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3\\&=a^3-b^3\end{aligned}$$

5 $\boldsymbol{(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3}$
$\boldsymbol{(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3}$

例 ① $(x+1)(x^2-x+1)$
$=(x+1)(x^2-x\cdot1+1^2)$
$=x^3+1^3$
$=x^3+1$

② $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$
$=(x-2y)\{x^2+x\cdot2y+(2y)^2\}$
$=x^3-(2y)^3$
$=x^3-8y^3$

和・差の3乗の乗法公式……$(a+b)^3$，$(a-b)^3$ を展開することで，乗法公式6が得られる。

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b\\&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a-b)^3&=(a-b)^2(a-b)\\&=(a^2-2ab+b^2)(a-b)\\&=(a^2-2ab+b^2)a-(a^2-2ab+b^2)b\\&=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3\\&=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\end{aligned}$$

6 $\boldsymbol{(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$
$\boldsymbol{(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$

例 ① $(x+2)^3$
$=x^3+3x^2\cdot2+3x\cdot2^2+2^3$
$=x^3+6x^2+12x+8$

② $(2x-3y)^3$
$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot3y+3\cdot2x\cdot(3y)^2-(3y)^3$
$=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

確認問題 9 次の式を展開せよ。

□(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$
□(2) $(x+3)(x^2-3x+9)$
□(3) $(x+5y)(x^2-5xy+25y^2)$
□(4) $(x-1)(x^2+x+1)$
□(5) $(x-7y)(x^2+7xy+49y^2)$
□(6) $(x^2+8xy+64y^2)(x-8y)$
□(7) $(x+1)^3$
□(8) $(x+3)^3$
□(9) $(x+5y)^3$
□(10) $(x-2)^3$
□(11) $(x-4)^3$
□(12) $(x-2y)^3$
□(13) $(2x+1)^3$
□(14) $(3x-2)^3$
□(15) $(2x-5y)^3$

練成問題 A

1 次の計算をせよ。 Point ❸・❹

□(1) $(x^2-3x+1)+(2x^2-x+4)$

□(2) $(3x^2+2x-1)-(x^2+3x-1)$

□(3) $3(x^2-2x+5)+2(x^2-3x+2)$

□(4) $2(3a^2-ab+b^2)-5(a^2+3ab-b^2)$

□(5) $xy(x-3y)-x^2(x-y)+y^2(2x+y)$

□(6) $2(a^2+ab)-3a(a-3b)+b(2a+3b)$

2 次の式を展開せよ。 Point ❺・❻

□(1) $(2x+3y)^2$

□(2) $(-4x+5y)^2$

□(3) $(5a+4b)(5a-4b)$

□(4) $(a+3b)(a-5b)$

□(5) $(3x+8)(3x-1)$

□(6) $(2x-5y)(2x+4y)$

□(7) $(7x+1)(x-7)$

□(8) $(2x+9)(5x-2)$

□(9) $(3a+4b)(5a-2b)$

3 次の計算をせよ。 Point ❺・❻

□(1) $(x+y)^2-x(x+2y)$

□(2) $4x^2-(2x-5y)^2$

□(3) $(3x+2)(2x+1)-(3x+1)^2$

□(4) $(2a-b)^2-(a+3b)(3a-5b)$

□(5) $(2x+3y)(3x-2y)-(2x+y)(2x-y)$

□(6) $(3a-b)(4a+b)-(2a+5b)(2a-b)$

4 次の式を展開せよ。 Point ❼

□(1) $(a-b+c)^2$

□(2) $(x-y+z)(x-y-z)$

□(3) $(a+b-1)(a-b-1)$

□(4) $(a-b+c)(a-b-2c)$

□(5) $(x+2y+3z)(x+2y+z)$

□(6) $(x^2-x-1)(x^2-x-3)$

□(7) $(2x-y+z)(2x+y-z)$

□(8) $(3a-2b+1)(3a+b-1)$

□(9) $(x^2+x-2)(x^2-x+5)$

5 次の式を展開せよ。 Point ❾

□(1) $(a+4)(a^2-4a+16)$

□(2) $(x-5y)(x^2+5xy+25y^2)$

□(3) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

□(4) $(x+5)^3$

□(5) $(3a-b)^3$

□(6) $(4x+3y)^3$

練成問題 B

1 次の問いに答えよ。

□(1) $A=2x+3y-4z$，$B=x-y+5z$，$C=3x-2y+z$ のとき，$A+B-C$ を計算せよ。

□(2) $A=x^2-3x+1$，$B=2x^2-x-3$ のとき，$2A-3B$ を計算せよ。

□(3) $A=2a^2+ab-b^2$，$B=a^2-2ab+3b^2$ のとき，$2(A+B)-3A$ を計算せよ。

□(4) $A=3x^2+x+1$，$B=x^2-3x-4$，$C=2x^2+x-3$ のとき，$3(A-2B)-2(C-2B)$ を計算せよ。

□(5) $A=a+b-c$，$B=2a-3b+c$ のとき，$A(A+B)$ を計算せよ。

□(6) $A=x^2-6x+4$，$B=x-4$，$C=4x+1$ のとき，$A-BC$ を計算せよ。

2 次の式を展開せよ。

□(1) $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$

□(2) $(x+y-z+1)(x-y+z-1)$

□(3) $(x+y+z)^2+(x-y-z)^2$

□(4) $(a+2b-1)^2-(2a+b+1)^2$

□(5) $(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

□(6) $x^2+y^2-z^2-(x-y+z)(x+y-z)$

3 次の計算をせよ。

□(1) $(a+b)^3(a-b)^3$

□(2) $(a+2)^2(a^2-2a+4)^2$

□(3) $(a+1)(a-1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

□(4) $(x-1)(x^2+x+1)^2(x^2-x+1)$

□(5) $(a-1)^3(a+1)^3(a^2+1)^3$

□(6) $(a+b)^3(a^2-ab+b^2)^3$

□(7) $(a-b)^3+3ab(a-b)$

□(8) $(x+1)^3-(x-1)^3$

□(9) $(a-2b)^3+(a+2b)^3$

□(10) $(a+b+c)^3-3(a+b)(ab+bc+ca)$

4 次の問いに答えよ。

□(1) $(x^2-5x+1)(2x^2+x-3)$ を展開したときの，x^2 の係数を答えよ。

□(2) $(3a+4b)^2(2a-5b)^2$ を展開したときの a^3b の係数を答えよ。