

数学 I - vol.1

数と式 2次関数

— 目 次 —

1章 数と式

1 正負の数と文字式	4
□ Q1 復習 正負の数の計算	
□ Q2 復習 1次式の計算	
2 単項式と多項式	8
□ Q1 基本 単項式	
□ Q2 基本 整式	
3 整式の整理	12
□ Q1 基本 特定の文字に着目した多項式	
□ Q2 基本 整式の整理	
4 整式の加法・減法・乗法	16
□ Q1 基本 整式の加法と減法	
□ Q2 基本 指数法則	
5 整式の展開	20
□ Q1 基本 分配法則	
□ Q2 基本 多項式の積	
6 展開の公式	24
□ Q1 基本 展開の公式1～3	
□ Q2 基本 展開の公式4	
7 展開の工夫	28
□ Q1 基本 おき換えを利用する展開	
□ Q2 重要 組み合わせを工夫する展開	
8 因数分解(1)	32
□ Q1 基本 共通因数	
□ Q2 基本 因数分解の公式1～3	
9 因数分解(2)	36
□ Q1 基本 因数分解の公式4	
□ Q2 基本 共通因数→公式	
10 因数分解の工夫(1)	40
□ Q1 重要 おき換えを利用する因数分解	
□ Q2 重要 組み合わせを工夫する因数分解	
11 因数分解の工夫(2)	44
□ Q1 重要 次数に着目する因数分解	
□ Q2 重要 1つの文字に着目する因数分解	
テスト① 式の計算	48
(2～11のまとめ)	
12 実数	52
□ Q1 基本 実数	
□ Q2 基本 絶対値	
13 平方根	56
□ Q1 基本 平方根の性質	
□ Q2 基本 平方根の積と商	
14 根号を含む式の計算	60
□ Q1 基本 根号を含む式の加法、減法	
□ Q2 基本 根号を含む式の展開	
15 分母の有理化	64
□ Q1 基本 分母の有理化(1)	
□ Q2 重要 分母の有理化(2)	
テスト② 実数	68
(12～15のまとめ)	

16 方程式とその解	72
□ Q1 復習 1次方程式の解法	
□ Q2 復習 連立方程式の解法	
17 不等号と不等式	76
□ Q1 基本 不等式による表現	
□ Q2 基本 不等式の性質	
18 1次不等式の解法	80
□ Q1 基本 不等式の性質を利用した不等式の解法	
□ Q2 基本 不等式の解法	
19 連立不等式の解法	84
□ Q1 基本 共通範囲の求め方	
□ Q2 基本 不等式 $A < B < C$	
20 1次不等式の応用	88
□ Q1 基本 1次不等式の文章題(買い物)	
□ Q2 基本 1次不等式の文章題(基本料金と単価)	
21 連立不等式の応用	92
□ Q1 基本 2つの数量関係を表す連立不等式	
□ Q2 重要 速さについての文章題	
22 絶対値を含む方程式・不等式	96
□ Q1 重要 絶対値と方程式・不等式(1)	
□ Q2 応用 絶対値と方程式・不等式(2)	
テスト③ 不等式	100
(16～22のまとめ)	
23 集合	104
□ Q1 基本 集合と要素	
□ Q2 基本 部分集合	
24 共通部分と和集合、補集合	108
□ Q1 基本 共通部分と和集合	
□ Q2 重要 補集合の性質	
25 命題と集合	112
□ Q1 基本 命題	
□ Q2 基本 命題 $p \Rightarrow q$	
26 必要条件と十分条件	116
□ Q1 基本 必要条件と十分条件	
□ Q2 基本 同値	
27 否定、逆・対偶・裏	120
□ Q1 基本 条件の否定	
□ Q2 基本 逆・対偶・裏	
28 命題と証明	124
□ Q1 基本 対偶を用いた証明	
□ Q2 基本 背理法を用いた証明	
テスト④ 集合と命題	128
(23～28のまとめ)	
テスト⑤ 数と式	132
(2～28のまとめ)	
チャレンジテスト 数と式	136

2章 2次関数

29 関数	140
□ Q1 基本 関数と定義域	
□ Q2 基本 関数 $f(x)$ の値	
30 1次関数とそのグラフ	144
□ Q1 基本 1次関数の最大値・最小値	
□ Q2 重要 絶対値記号を含む関数	
31 2次関数のグラフ(1)	148
□ Q1 基本 2次関数 $y=ax^2$ のグラフ	
□ Q2 基本 2次関数 $y=ax^2+q$ のグラフ	
32 2次関数のグラフ(2)	152
□ Q1 基本 2次関数 $y=a(x-p)^2$ のグラフ	
□ Q2 基本 2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ	
33 2次関数のグラフ(3)	156
□ Q1 基本 2次関数のグラフの平行移動	
□ Q2 基本 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフ	
34 関数のグラフの移動	160
□ Q1 重要 関数のグラフの移動	
□ Q2 重要 対称移動した放物線の方程式	
テスト⑥ 2次関数とグラフ	164
(29～34のまとめ)	
35 2次関数の最大・最小	168
□ Q1 基本 2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ の最大・最小	
□ Q2 基本 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ の最大・最小	
36 定義域と最大・最小(1)	172
□ Q1 基本 2次関数 $y=ax^2$ の最大・最小(定義域に制限のある場合)	
□ Q2 基本 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ の最大・最小(定義域に制限のある場合)	
37 定義域と最大・最小(2)	176
□ Q1 応用 2次関数の最大・最小(定義域に文字を含む場合)	
□ Q2 応用 2次関数の最大・最小(関数の係数に文字を含む場合)	
38 最大・最小の応用	180
□ Q1 基本 2次関数の最小の応用	
□ Q2 基本 2次関数の最大の応用	
39 2次関数の決定(1)	184
□ Q1 基本 放物線の頂点と通る1点から関数を決定	
□ Q2 基本 放物線の軸と通る2点から関数を決定	
40 2次関数の決定(2)	188
□ Q1 基本 x 軸との2つの交点と通る1点から関数を決定	
□ Q2 基本 通る3点から関数を決定	
41 2次関数の決定(3)	192
□ Q1 重要 定義域内の最大値、最小値から関数を決定	
□ Q2 重要 最大値、最小値から関数を決定	
テスト⑦ 2次関数の値の変化	196
(35～41のまとめ)	
42 2次方程式の解法(1)	200
□ Q1 基本 因数分解の公式1～3による解法	
□ Q2 基本 因数分解の公式4による解法	
43 2次方程式の解法(2)	204
□ Q1 基本 平方根の考え方による解法	
□ Q2 基本 $(x+m)^2=a$ の解法	
44 2次方程式の解の公式	208
□ Q1 基本 2次方程式の解の公式1	
□ Q2 応用 2次方程式の解の公式2(x の係数が偶数の場合)	
45 2次方程式の実数解	212
□ Q1 基本 2次方程式の実数解の個数	
□ Q2 重要 異なる2つの実数解をもつような定数	
46 2次関数と2次方程式	216
□ Q1 基本 2次関数のグラフと x 軸の共有点の座標	
□ Q2 基本 2次関数のグラフと x 軸の位置関係	
47 関数と不等式	220
□ Q1 基本 1次関数が $y>0$ となる x の範囲	
□ Q2 基本 2次関数が $y>0$ となる x の範囲	
48 2次不等式の解法(1)	224
□ Q1 基本 $(x-a)(x-b)>0$ の形の2次不等式	
□ Q2 基本 2次関数のグラフと x 軸の共有点が2個の場合の2次不等式	
49 2次不等式の解法(2)	228
□ Q1 基本 x^2 の係数が負の2次不等式	
□ Q2 基本 2次関数のグラフと x 軸の共有点が1個の場合の2次不等式	
50 2次不等式の解法(3)	232
□ Q1 基本 2次関数のグラフと x 軸の共有点が0個の場合の2次不等式	
□ Q2 重要 2次不等式の解き方のまとめ	
51 2次不等式の応用	236
□ Q1 基本 2次関数のグラフが x 軸と異なる2点を共有する条件	
□ Q2 重要 2次不等式の解がすべての実数となる条件	
52 連立不等式	240
□ Q1 基本 2次不等式を含む連立不等式の解法	
□ Q2 重要 2次不等式を含む連立不等式の応用	
53 2次方程式の解と不等式	244
□ Q 応用 2次方程式が異なる2つの正の解をもつ条件	
テスト⑧ 2次関数と方程式・不等式	248
(42～53のまとめ)	
テスト⑨ 2次関数	252
(29～53のまとめ)	
チャレンジテスト 2次関数	256
公式集	260

1

数と式

正負の数と文字式

復習

Q1

次の計算をなさい。

(1) $-8+3-(-2)$

(2) $4 \div (-6) \times (-3)$

(3) $2 \times (-5)^2$

(4) $9+2 \times (-3^2+4)$

正負の数の計算

加法 同符号のときは、絶対値の和に共通の符号をつける。

異符号のときは、絶対値の差に絶対値の大きい方の符号をつける。

減法 引く数の符号を変えて加法に直す。**乗法** 絶対値の積に、負の数が偶数個のときは $+$ 、奇数個のときは $-$ をつける。**除法** 割る数を逆数にして乗法に直す。**四則計算** かっこの中・累乗 \rightarrow 乗法・除法 \rightarrow 加法・減法 の順に計算する。

★ 考え方 ★

(1) $-8+3$ は、 $(-8)+(+3)$ の項だけを並べたもの。(2) -6 の逆数は $-\frac{1}{6}$

(3) 累乗を先に計算する。

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5)$$

(4) 累乗を先に計算する。

$$-3^2 = -(3 \times 3)$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3)$$

かっこの有無に注意する。

答案

(1) $-8+3-(-2)$

$$= -8+3+2$$

$$= -8+5$$

$$= -3 \quad \cdots \cdots \text{答}$$

(2) $4 \div (-6) \times (-3)$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-3)$$

$$= 4 \times \frac{1}{6} \times 3$$

$$= 2 \quad \cdots \cdots \text{答}$$

(3) $2 \times (-5)^2$

$$= 2 \times 25$$

$$= 50 \quad \cdots \cdots \text{答}$$

(4) $9+2 \times (-3^2+4)$

$$= 9+2 \times (-9+4)$$

$$= 9+2 \times (-5)$$

$$= 9-10$$

$$= -1 \quad \cdots \cdots \text{答}$$

復習

Q2

次の計算をなさい。

(1) $(2x-5)+(3x+2)$

(2) $(x-3y)-(2x-y)$

(3) $2(x-2y)-3(2x-3y)$

1次式の計算

文字の部分と同じである項を**同類項**という。

同類項は、分配法則を逆に使って1つの項にまとめることができる。

加法 かっこをはずし、同類項や数の項をそれぞれまとめる。**減法** 引く方の式の各項の符号を変えて加える。

分配法則

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$(a+b)c = ac+bc$$

★ 考え方 ★

(1) $+$ () はかっこをはずしても、項の符号は変わらない。(2) $-(2x-y) = -2x+y$
各項の符号を変える。

(3) $-3(2x-3y)$
$$= -3 \times 2x + (-3) \times (-3y)$$
$$= -6x+9y$$

答案

(1) $(2x-5)+(3x+2) = 2x-5+3x+2 = (2+3)x+(-5+2)$
$$= 5x-3 \quad \cdots \cdots \text{答}$$

(2) $(x-3y)-(2x-y) = x-3y-2x+y = (1-2)x+(-3+1)y$
$$= -x-2y \quad \cdots \cdots \text{答}$$

(3) $2(x-2y)-3(2x-3y) = 2x-4y-6x+9y = (2-6)x+(-4+9)y$
$$= -4x+5y \quad \cdots \cdots \text{答}$$

学習の目標

- ① 正負の数の四則計算を復習しよう。
- ② 1次式の加法、減法や分配法則について復習しよう。

Q1 〈正負の数の計算〉について、まとめよう。

まとめ

■ **加法** 同符号のときは、絶対値の に の符号をつける。

異符号のときは、絶対値の に絶対値の の方の符号をつける。

減法 引く数の を変えて加法に直す。

乗法 絶対値の に、負の数が偶数個のときは , 奇数個のときは をつける。

除法 割る数を にして乗法に直す。

確認問題

- 次の計算をなさい。

(1) $-9+4-(-3)$ (2) $6 \div (-8) \times 4$ (3) $3 \times (-2)^2$ (4) $15-3 \times (-4^2+10)$

(1) $-9+4-(-3)$	(2) $6 \div (-8) \times 4$	(3) $3 \times (-2)^2$	(4) $15-3 \times (-4^2+10)$
$= -9+4+ \text{ }$	$= 6 \times (\text{ }) \times 4$	$= 3 \times \text{ }$	$= 15-3 \times (\text{ })$
$= \text{ }$	$= \text{ }$	$= \text{ }$	$= 15+ \text{ }$
			$= \text{ }$

Q2 〈1次式の計算〉について、まとめよう。

まとめ

■ 文字の部分が同じである項を という。

は、 法則を逆に使って1つの項にまとめることができる。

加法 かっこをはずし、 項や数の項をそれぞれまとめる。

減法 引く方の式の各項の を変えて加える。

確認問題

- 次の計算をなさい。

(1) $(3x-2)+(4x+3)$ (2) $(2x+y)-(3x-4y)$ (3) $3(2x-y)-2(x-3y)$

(1) $(3x-2)+(4x+3)$	(2) $(2x+y)-(3x-4y)$	(3) $3(2x-y)-2(x-3y)$
$= 3x-2+ \text{ }$	$= 2x+y- \text{ }$	$= \text{ } - \text{ }$
$= \text{ }$	$= \text{ }$	$= \text{ }$

演習問題

1 次の計算をなさい。

→ **Q1**

★ □□□ (1) $-6-2-(-5)$

★ □□□ (2) $9 \div (-12) \times 8$

★ □□□ (3) $(-2)^4 \times (-5)$

□□□ (4) $(7-5^2) \div (-9)$

2 次の計算をなさい。

→ **Q2**

★ □□□ (1) $(4a-5) + (5a-3)$

★ □□□ (2) $(2x-5y) - (5x-6y)$

★ □□□ (3) $5(3a-2b) - 4(2a-b)$

□□□ (4) $15\left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{3}y\right) + \frac{1}{2}(-8x+2y)$

3 次の計算をなさい。

□□□ (1) $\frac{14}{15} \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \div \frac{5}{6}$

□□□ (2) $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-2y}{4}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) 正負の数の加法は、同符号ならば、絶対値の□□□に共通の符号をつけ、異符号ならば、絶対値の□□□に絶対値の□□□い方の符号をつける。減法は、引く数の□□□を変えて加法に直す。乗法では、積の符号は、負の数が偶数個のときは□□□，奇数個のときは□□□となる。除法は、割る数を□□□にして乗法に直す。

□□□(2) 1次式で、文字の部分が同じである項を□□□といい、1つの項にまとめることができる。

1 次の計算をしなさい。

□□□(1) $-7+5-(-6)$

□□□(2) $(-4) \div (-10) \times 15$

□□□(3) $4 \times (-3)^3$

□□□(4) $11-8 \times (-2^2+3)$

2 次の計算をしなさい。

□□□(1) $(3x-8)+(5x+1)$

□□□(2) $(3x-2y)-(4x-5y)$

□□□(3) $3(4x-y)-2(3x-4y)$

★自分でチェックしてみよう★

●正負の数と文字式

先生メモ

項 目	1 回目(/)	2 回目(/)	3 回目(/)	ここに戻る
正負の数の加減乗除ができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
正負の数の四則計算ができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
1次式の加減ができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
分配法則が使えた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

2

数と式

単項式と多項式

基本

Q1

- (1) 単項式 $-4a^2bx^3$ の係数と次数を答えなさい。
 (2) 単項式 $-4a^2bx^3$ の x に着目した係数と次数を答えなさい。

単項式

数や文字およびそれらを掛けただけで作られる式を**単項式**という。

数の部分をその単項式の**係数**といい、掛けた文字の個数をその単項式の**次数**という。

数だけの単項式の次数は0である。ただし、数0の次数は考えない。

単項式が2種類以上の文字を含むとき、特定の文字に着目して係数や次数を考えることがある。

この場合、残りの文字は数と同じように扱う。

★ 考え方 ★

- (1) 文字が特に指示されていない場合、係数は数の部分、次数は掛けた文字の個数である。
 (2) 文字が指示されている場合、その文字以外のものは数とみなす。

答案

- (1) $-4a^2bx^3 = -4 \times a \times a \times b \times x \times x \times x$
 数の部分は -4 、掛けた文字の個数は6である。
 係数は -4 、次数は6 ……**答**
 (2) $-4a^2bx^3 = -4a^2b \times x^3$
 着目する x の個数は3、それ以外の部分は係数である。
 係数は $-4a^2b$ 、次数は3 ……**答**

基本

Q2

次の整式の同類項をまとめなさい。

- (1) $x^2 + x - 3 - 2x + 2x^2 - 1$ (2) $3a^2 - 2ab + 5 - 2a^2 - ab - 2$

整式

単項式の和として表される式を**多項式**といい、その1つ1つの単項式を、この多項式の**項**という。

単項式と多項式を合わせて**整式**という。

多項式の項の中で、文字の部分が同じである項を**同類項**という。

同類項は、次のように、係数の和を計算して、1つの項にまとめることができる。

$$ma + na = (m+n)a \quad ma - na = (m-n)a$$

同類項をまとめた多項式において、最も次数の高い項の次数を、その多項式の**次数**という。

また、次数が n の多項式を n **次式**という。

★ 考え方 ★

- (1) 同類項は、 x^2 と $2x^2$ 、
 x と $-2x$ 、 -3 と -1 である。
 $x^2 = x \times x$ だから、 x^2 と x は同類項ではないので、注意する。
 (2) 同類項は、 $3a^2$ と $-2a^2$ 、
 $-2ab$ と $-ab$ 、 5 と -2 である。

答案

- (1) $x^2 + x - 3 - 2x + 2x^2 - 1 = x^2 + 2x^2 + x - 2x - 3 - 1$
 $= (1+2)x^2 + (1-2)x + (-3-1)$
 $= 3x^2 - x - 4$ ……**答**
 (2) $3a^2 - 2ab + 5 - 2a^2 - ab - 2 = 3a^2 - 2a^2 - 2ab - ab + 5 - 2$
 $= (3-2)a^2 + (-2-1)ab + (5-2)$
 $= a^2 - 3ab + 3$ ……**答**

学習の目標

- ① 単項式について理解し、係数と次数がいえるようになる。
- ② 多項式について理解し、同類項がまとめられるようになる。

Q1 〈単項式〉について、まとめよう。

まとめ

■ 数や文字およびそれらを掛けただけで作られる式を という。

数の部分をその単項式の といい、掛けた文字の個数をその単項式の という。

単項式が2種類以上の文字を含むとき、特定の文字に着目して や を考えることがある。この場合、残りの文字は と同じように扱う。

確認問題

- ☐ (1) 単項式 $-3ab^2x^2$ の係数と次数を答えなさい。
☐ (2) 単項式 $-3ab^2x^2$ の x に着目した係数と次数を答えなさい。

(1) 係数は , 次数は (2) 係数は , 次数は

Q2 〈整式〉について、まとめよう。

まとめ

■ 単項式の和として表される式を といい、その1つ1つの単項式を という。

単項式と多項式を合わせて という。

多項式の項の中で、文字の部分が同じである項を という。

同類項は、 の和を計算して、1つの項にまとめることができる。

同類項をまとめた多項式において、最も次数の高い項の次数を、その多項式の という。

また、次数が n の多項式を という。

確認問題

- 次の整式の同類項をまとめなさい。

☐ (1) $x^2+2x-4-4x+3x^2-5$ ☐ (2) $4a^2-5ab+7-3a^2-ab-1$

$$(1) \quad x^2+2x-4-4x+3x^2-5 \\ = (\quad + 3)x^2 + (2 - \quad)x + (\quad - 5) = \quad$$

$$(2) \quad 4a^2-5ab+7-3a^2-ab-1 \\ = (4 - \quad)a^2 + (\quad - 1)ab + (\quad - 1) = \quad$$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。

→ Q1

□□□(1) 次の単項式の係数と次数を答えなさい。

★ □□□① $8x^3$

★ □□□② $-a^2b^3$

□□□③ $-6ax^3y^2$

□□□(2) 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき、その係数と次数を答えなさい。

★ □□□① $7ab^2x^2$ [x]

★ □□□② $-2a^2bx$ [a]

□□□③ $-9ab^3x^2$ [a と x]

2 次の整式の同類項をまとめなさい。

→ Q2

★ □□□(1) $2x^3 - 5x^2 + 1 + 3x^3 - x^2 - 4x - 8$

□□□(2) $6x^2 - 7xy + 5 - 4x^2 + 3xy + y^2 - 5$

★ □□□(3) $4a^2 - 3ab + 5b^2 - 5a^2 + 8ab - 7b^2$

□□□(4) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3$

3 次の整式は何次式か答えなさい。

□□□(1) $x^3 - 2x + 5$

□□□(2) $a - 2a^2 + 5a^3 - a^4$

□□□(3) $3x^2 - 3x - 5 - 2x^2 + x + 6$

□□□(4) $a^3b - 2a^2b + 3ab^2 - 5$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) 単項式では、数の部分を□□□といい、掛けた文字の個数を□□□という。

□□□(2) 単項式の和として表される式を□□□といい、その1つ1つの単項式を□□□という。
文字の部分が同じである□□□を□□□といい、1つにまとめることができる。

1 次の問いに答えなさい。

□□□(1) 次の単項式の係数と次数を答えなさい。

□□□① $4abx$

□□□② $-7x^2y^2$

□□□(2) 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき、その係数と次数を答えなさい。

□□□① $-8ax^3$ [x]

□□□② $10ab^2x$ [a]

2 次の整式の同類項をまとめなさい。

□□□(1) $5x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 7x + 1$

□□□(2) $a^2 - 4a + 5 - 2a^2 + 6a - 6$

□□□(3) $3a^2 - 4ab + 7 - a^2 + 2ab - 2$

□□□(4) $6x^2 - 3xy + 1 - 5x^2 + 7xy - 1$

★自分でチェックしてみよう★

●単項式と多項式

先生メモ

項 目	1 回目(/)	2 回目(/)	3 回目(/)	ここに戻る
係数と次数がいった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
特定の文字に着目できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
多項式を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
同類項をまとめられた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2