

数学II・vol.2

いろいろな関数、微分と積分

— 目 次 —

1章 三角関数

1 一般角	4
□ Q1 基本 一般角	
□ Q2 基本 動径の表す角	
2 弧度法	8
□ Q1 基本 弧度法	
□ Q2 基本 扇形の弧の長さと面積	
3 一般角の三角関数	12
□ Q1 基本 一般角の三角関数	
□ Q2 基本 三角関数の符号	
4 三角関数の相互関係	16
□ Q1 基本 三角関数の相互関係(1)	
□ Q2 基本 三角関数の相互関係(2)	
5 三角関数の相互関係と式の値	20
□ Q1 重要 三角関数の相互関係と \sin , \cos の式の値	
□ Q2 重要 三角関数の相互関係と \tan の式の値	
6 三角関数の性質①	24
□ Q1 基本 $\theta + 2\pi n$ の三角関数	
□ Q2 基本 $-\theta$ の三角関数	
7 三角関数の性質②	28
□ Q1 基本 $\theta + \pi$ の三角関数	
□ Q2 基本 $\theta + \frac{\pi}{2}$ の三角関数	
8 三角関数のグラフ①	32
□ Q1 基本 $y = \sin\theta$, $y = \cos\theta$ のグラフ	
□ Q2 基本 $y = \tan\theta$ のグラフ	
9 三角関数のグラフ②	38
□ Q1 基本 $y = a\sin\theta$ のグラフ	
□ Q2 基本 $y = \sin(\theta - \alpha)$ のグラフ	
10 三角関数のグラフ③	42
□ Q1 基本 $y = \sin a\theta$ のグラフ	
□ Q2 関連 $y = \sin(a\theta + b)$ のグラフ	
11 三角関数を含む方程式①	46
□ Q1 基本 方程式 $\sin\theta = k$, $\cos\theta = k$ の解	
□ Q2 基本 方程式 $\tan\theta = k$ の解	
12 三角関数を含む方程式②	50
□ Q1 重要 角が θ ではない三角関数の方程式	
□ Q2 重要 三角関数の2次方程式	
13 三角関数を含む不等式	56
□ Q1 基本 $\sin\theta$, $\cos\theta$ の不等式	
□ Q2 基本 $\tan\theta$ の不等式	

テスト① 三角関数 (1~13のまとめ)

14 加法定理①	64
□ Q1 基本 \sin の加法定理	
□ Q2 基本 \cos の加法定理	
15 加法定理②	68
□ Q1 基本 $\alpha + \beta$ の三角関数の値を求める問題	
□ Q2 基本 \tan の加法定理	
16 正接の加法定理の応用	72
□ Q1 基本 直線の傾きと \tan	
□ Q2 基本 2直線のなす角	
17 2倍角の公式	76
□ Q1 基本 2倍角の公式(\sin , \cos)	
□ Q2 基本 2倍角の公式(\tan)	
18 半角の公式	80
□ Q1 基本 半角の公式	
□ Q2 基本 半角の公式の利用	

19 2倍角の公式の応用

84

□ Q1 重要 角に 2θ と θ を含む三角関数の方程式

□ Q2 重要 角に 2θ と θ を含む三角関数の最大・最小

20 三角関数の合成

90

□ Q1 基本 三角関数の合成

□ Q2 関連 方程式 $a\sin\theta + b\cos\theta = c$ の解き方

21 三角関数の合成の応用

94

□ Q1 重要 三角関数の合成と最大・最小(1)

□ Q2 重要 三角関数の合成と最大・最小(2)

テスト② 加法定理 (14~21のまとめ)

98

テスト③ 三角関数 (1~21のまとめ)

102

チャレンジテスト 三角関数

106

2章 指数関数、対数関数

22 整数の指数

110

□ Q1 基本 指数が0や負の整数のときの表し方

□ Q2 基本 指数法則(指数が整数)

23 累乗根

114

□ Q1 基本 累乗根

□ Q2 基本 累乗根の性質

24 有理数の指数

118

□ Q1 基本 指数が有理数のときの表し方

□ Q2 基本 指数法則(指数が有理数)

25 指数関数のグラフ

122

□ Q1 基本 指数関数のグラフ

□ Q2 基本 累乗根の大小

26 指数関数を含む方程式・不等式①

126

□ Q1 基本 a^x を含む方程式

□ Q2 基本 a^x を含む不等式

27 指数関数を含む方程式・不等式②

130

□ Q1 関連 2種類の a^x を含む方程式

□ Q2 関連 2種類の a^x を含む不等式

テスト④ 指数関数 (22~27のまとめ)

134

28 対数

138

□ Q1 基本 指数と対数

□ Q2 基本 指数の等式から対数の値を求める

29 対数の性質

142

□ Q1 基本 対数の値

□ Q2 基本 対数の性質

30 底の変換

146

□ Q1 基本 底の変換公式

□ Q2 基本 底の変換公式を使った計算

31 対数関数

150

□ Q1 基本 対数関数のグラフ

□ Q2 基本 対数の大小

32 対数関数を含む方程式・不等式

154

□ Q1 基本 $\log_a x$ の方程式, 不等式(1)

□ Q2 重要 $\log_a x$ の方程式, 不等式(2)

33 対数関数の最大・最小	158	47 関数の増減と不等式	232
□ Q1 基本 $\log_a x$ の2次方程式		□ Q1 基本 不等式が成り立つ条件	
□ Q2 重要 対数関数の最大・最小		□ Q2 重要 不等式の証明	
34 常用対数	162	テスト⑧ 関数の値の変化	236
□ Q1 基本 常用対数		(42~47)のまとめ)	
□ Q2 基本 常用対数を利用した対数の値			
35 常用対数の応用①	166	48 不定積分	240
□ Q1 基本 自然数の桁数と常用対数の関係		□ Q1 基本 原始関数	
□ Q2 重要 桁数の求め方		□ Q2 基本 不定積分	
36 常用対数の応用②	170	49 いろいろな不定積分	244
□ Q1 重要 小数と常用対数の関係		□ Q1 基本 いろいろな不定積分	
□ Q2 重要 常用対数の応用問題		□ Q2 重要 導関数 $F'(x)$ からの関数 $F(x)$ の決定	
テスト⑤ 対数関数	174	50 定積分	248
(28~36)のまとめ)		□ Q1 基本 定積分	
テスト⑥ 指数関数, 対数関数	178	□ Q2 基本 定数倍, 和・差の定積分	
(22~36)のまとめ)		51 定積分の性質	252
チャレンジテスト 指数関数, 対数関数	182	□ Q1 基本 定積分の性質	
		□ Q2 重要 定積分で表された関数(上端・下端が定数)	
		52 定積分と微分法	256
		□ Q1 基本 定積分と微分法	
		□ Q2 重要 定積分で表された関数(上端が x)	
		テスト⑨ 不定積分と定積分	260
		(48~52)のまとめ)	
37 平均変化率と極限値	186	53 定積分と面積①	264
□ Q1 基本 平均変化率		□ Q1 基本 x 軸より上にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(1)	
□ Q2 基本 極限値		□ Q2 基本 y 軸より上にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(2)	
38 微分係数と接線の傾き	190	54 定積分と面積②	268
□ Q1 基本 微分係数		□ Q1 基本 x 軸より下にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(1)	
□ Q2 基本 接線の傾きと微分係数		□ Q2 基本 x 軸より下にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(2)	
39 導関数	194	55 定積分と面積③	272
□ Q1 基本 導関数		□ Q1 基本 2つの放物線ではさまれた部分の面積	
□ Q2 基本 導関数の公式		□ Q2 基本 放物線と直線で囲まれた部分の面積	
40 導関数と微分係数	198	56 定積分と面積④	276
□ Q1 基本 微分係数と導関数		□ Q1 重要 グラフの上下が入れ替わる場合の面積	
□ Q2 重要 微分係数からの関数の決定		□ Q2 重要 放物線とその接線で囲まれた部分の面積	
41 接線の方程式	202	57 絶対値のついた関数の定積分	282
□ Q1 基本 接線の方程式		□ Q1 重要 絶対値のついた関数の定積分(1)	
□ Q2 基本 グラフ上にない点から引いた接線		□ Q2 重要 絶対値のついた関数の定積分(2)	
テスト⑦ 微分係数と導関数	206	テスト⑩ 定積分と面積	288
(37~41)のまとめ)		(53~57)のまとめ)	
42 関数の増減	210	テスト⑪ 微分と積分	292
□ Q1 基本 関数の増減		(37~57)のまとめ)	
□ Q2 基本 常に増加(または減少)する関数			
43 3次関数のグラフ	214	チャレンジテスト 微分と積分	296
□ Q1 基本 極大・極小			
□ Q2 基本 常に増加(または減少)する3次関数のグラフ			
44 極大値・極小値をとる条件	218	公式集	300
□ Q1 重要 極値をとるための条件(1)			
□ Q2 重要 極値をとるための条件(2)			
45 関数の最大・最小	222	三角関数表	310
□ Q1 基本 関数の最大・最小			
□ Q2 重要 3次関数の最大・最小の文章題			
46 関数の増減の方程式への応用	228	常用対数表	311
□ Q1 重要 3次方程式の実数解の個数			
□ Q2 重要 解の個数から定数 a の条件を求める問題			

1

三角関数

一般角

基本
本

Q1

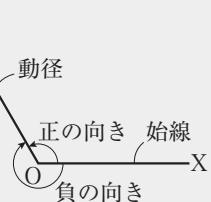
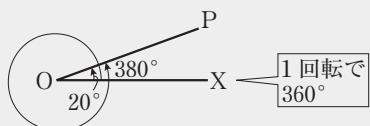
次の角の動径 OP を図示しなさい。

(1) 200° (2) 400° (3) -30°

一般角

動径 OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したもの **一般角** という。右の図のように反時計回りを正の向き、時計回りを負の向きと定めることで、一般角では負の角や、 360° を超える角を考えることができる。

(例)  負の角

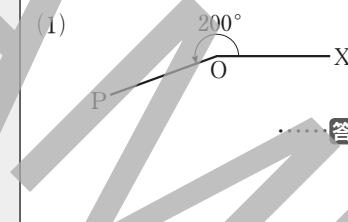


★考え方★

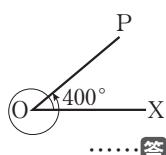
正の角は反時計回り、負の角は時計回りに回転する。

(2) $400^\circ = 360^\circ + 40^\circ$ だから、1周して、さらに 40° 回転した角となる。

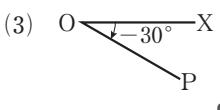
答案



(2)



(3)

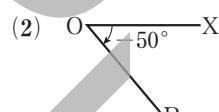
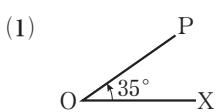


.....答

基本
本

Q2

次の図で、OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

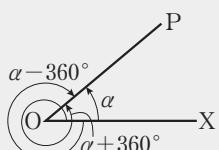


動径の表す角

動径は 1 回転 360° でもとの位置にもどることから、次のことがいえる。

動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると、動径 OP の表す一般角は、

$$\alpha + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$$



★考え方★

「角 α に 360° の整数倍を加えた角すべて」を、

$\alpha + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$ と表す。

答案

(1) $35^\circ + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$

(2) $-50^\circ + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$

.....答

.....答

● 学習の目標 ●

- ① 360° より大きい角や、負の角について理解しよう。
- ② 角を「動径の回転」としてとらえ、一般角の考え方を身につけよう。

Q1 ◀ <一般角>について、まとめよう。 

まとめ

■ OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したもの



という。回転の向きは、

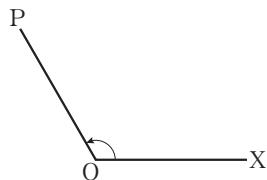
反時計回り …



の向き、時計回り …



の向き



確認問題

- 次の角の動径 OP を図示しなさい。



(1) 300°



(2) 700°



(3) -130°

(1)



(2)



(3)



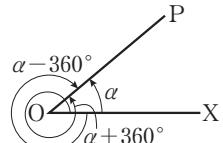
Q2 ◀ <動径の表す角>について、まとめよう。 

まとめ

■ 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると、動径 OP の表す一般角は、

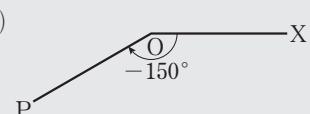
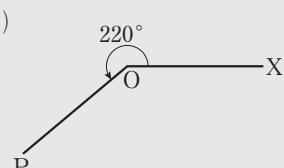
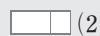
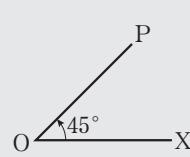


(n は整数)



確認問題

- 次の図で、OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。



(1)



(n は整数)



(n は整数)

(3)



(n は整数)

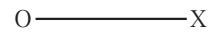
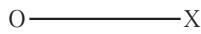
演習問題

1 次の角の動径 OP を図示しなさい。

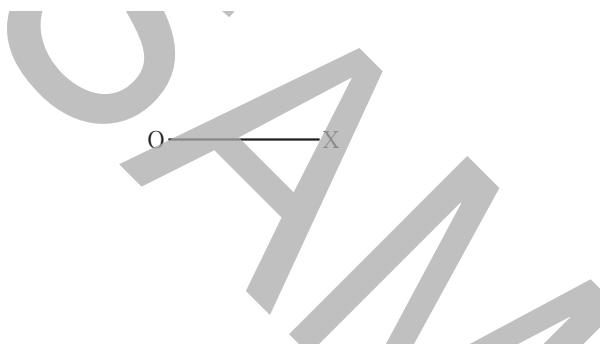
→ **Q1**

* (1) 250°

* (2) 450°



* (3) -70°



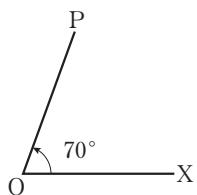
(4) -210°



2 次の図で、OXを始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

→ **Q2**

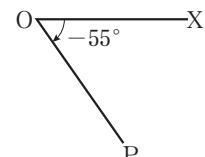
* (1)



(2)



(3)



3 次の角を $\alpha + 360^\circ \times n$ (n は整数) の形で表すとき、 α を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ とする。

(1) 480°

(2) 750°

(3) -50°

(4) -450°

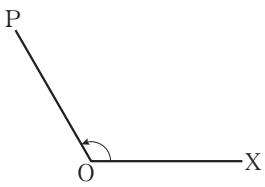
理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したもの

という。回転の向きは,

反時計回り … の向き, 時計回り … の向き

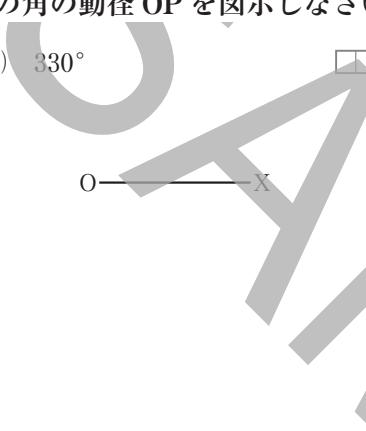


(2) 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると, 動径 OP の表す一般角は,

(n は整数)

1 次の角の動径 OP を図示しなさい。

(1) 330°



(2) 750°

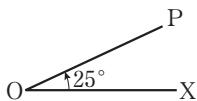


(3) -120°

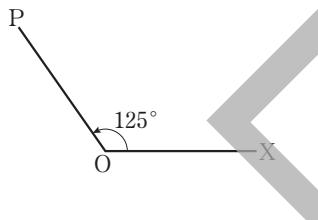


2 次の図で, OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

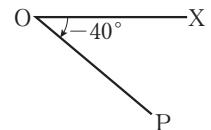
(1)



(2)



(3)



★自分でチェックしてみよう★

●一般角

先生メモ

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
正の角, 負の角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q1
360° を超える角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q1
動径の表す一般角を表せた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q2

2

三角関数
弧度法基本
本

Q1

次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

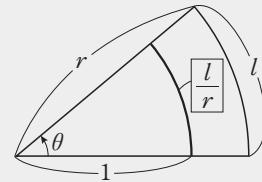
(1) 40°

(2) $\frac{5}{6}\pi$

弧度法

半径が r で一定の扇形の弧の長さ l は、中心角の大きさ θ に比例する。そこで、角の大きさ θ を、 $\theta = \frac{\text{弧の長さ } l}{\text{半径 } r} = (\text{半径 } 1 \text{ の扇形の弧の長さ})$ という新しい方法で表す。この角の大きさの表し方を**弧度法**という。弧度法における角の大きさの単位は**ラジアン**である。半径が 1、中心角が 180° の扇形の弧の長さは π であるから、 $2\pi \cdot 1 \cdot \frac{180}{360} = \pi$

$180^\circ = \pi \text{ ラジアン}, 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ラジアン}, 1 \text{ ラジアン} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

▶弧度法では、ふつう単位名の**ラジアン**は省略する。

★ 考え方 ★

次のように求める。

(1) $\bullet^\circ = \frac{\bullet}{180}\pi \text{ ラジアン}$

(2) $\blacksquare \pi \text{ ラジアン} = 180^\circ \times \blacksquare$

答案

(1) $40^\circ = \frac{40}{180}\pi = \frac{2}{9}\pi$

(2) $\frac{5}{6}\pi = 180^\circ \times \frac{5}{6} = 150^\circ$

答

基本

Q2

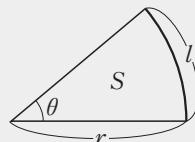
半径 6、中心角 $\frac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

扇形の弧の長さと面積

角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき、半径 r 、中心角 θ の扇形の弧の長さを l 、面積を S とすると、

$$l = r\theta \quad \text{弧度法の定義 } \theta = \frac{l}{r} \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}lr \quad S = \pi r^2 \times \frac{\theta}{2\pi} \quad \left(\text{円の面積} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ (= 2\pi \text{ ラジアン})} \right)$$
$$= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}lr \quad (r\theta = l \text{ より})$$



★ 考え方 ★

上の公式に、 $r = 6, \theta = \frac{\pi}{3}$ を代入する。

答案

$$l = 6 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{\pi}{3} = 6\pi$$

答

【面積 S を求める別解】

$$S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 6 = 6\pi$$

学習の目標

- 角度を表す新しい方法「弧度法」を理解し、度数と弧度のどちらでも角度を表せるようになろう。
- 弧度法での扇形の弧の長さと面積の公式を理解し、使いこなそう。

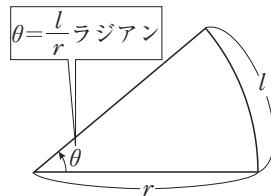
Q1 〈弧度法〉について、まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ を、 θ を中心角とする半径 1 の扇形の の長さで表す

方法を弧度法という。

$$180^\circ = \boxed{} \text{ ラジアン}, 1 \text{ ラジアン} = \boxed{}^\circ$$



確認問題

- 次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

$$\boxed{}(1) 240^\circ$$

$$\boxed{}(2) \frac{\pi}{9}$$

$$(1) 240^\circ = \frac{240}{\boxed{}} \pi \\ = \boxed{}$$

$$(2) \frac{\pi}{9} = \boxed{}^\circ \times \frac{1}{9} \\ = \boxed{}$$

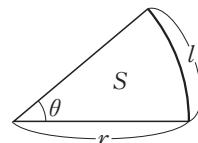
Q2 〈扇形の弧の長さと面積〉について、まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき、半径 r 、中心角 θ の扇形の弧の長さを l 。

面積を S とすると、

$$l = \boxed{} \quad S = \boxed{} = \frac{1}{2}lr$$



確認問題

半径 4、中心角 $\frac{5}{6}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

$$l = \boxed{} \cdot \boxed{} \pi \\ = \boxed{}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} \pi \\ = \boxed{}$$

演習問題

1 次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

→ Q1

★ (1) 135°

(2) 540°

(3) -100°

★ (4) $\frac{2}{3}\pi$

(5) $\frac{7}{4}\pi$

(6) $-\frac{11}{6}\pi$

2 次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

→ Q2

★ (1) 半径 8, 中心角 $\frac{3}{4}\pi$

(2) 半径 4, 中心角 $\frac{2}{5}\pi$

(3) 半径 5, 中心角 1

(4) 半径 3, 中心角 $\frac{5}{3}\pi$

3 次の問いに答えなさい。

(1) 次の角のうち、その動径が $\frac{\pi}{3}$ の動径と同じ位置にあるものをすべて選びなさい。

$$-\frac{5}{3}\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi$$

(2) 半径が 8, 面積が 24π の扇形の中心角 θ と弧の長さ l を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

$$\boxed{\quad}(1) \quad 180^\circ = \boxed{\quad} \text{ ラジアン}$$

$$1 \text{ ラジアン} = \boxed{\quad}^\circ$$

□□□(2) 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき、半径 r 、中心角 θ の扇形の弧の長さを l 、面積を S とすると、

$$l = \boxed{\quad}$$

$$S = \boxed{\quad} = \frac{1}{2} lr$$

① 次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

$$\boxed{\quad}(1) \quad 90^\circ$$

$$\boxed{\quad}(2) \quad 400^\circ$$

$$\boxed{\quad}(3) \quad \frac{3}{5}\pi$$

$$\boxed{\quad}(4) \quad -\frac{7}{6}\pi$$

② 次の問いに答えなさい。

□□□ 半径 3、中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

★自分でチェックしてみよう★

●弧度法

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
弧度法の定義が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q1
度数を弧度で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q1
弧度を度数で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q1
扇形の弧と面積が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	➡ Q2

先生メモ