

いろいろな関数，微分と積分

— 目 次 —

1章 三角関数

1 一般角	4
□ Q1 基本 一般角	
□ Q2 基本 動径の表す角	
2 弧度法	8
□ Q1 基本 弧度法	
□ Q2 基本 扇形の弧の長さや面積	
3 一般角の三角関数	12
□ Q1 基本 一般角の三角関数	
□ Q2 基本 三角関数の符号	
4 三角関数の相互関係	16
□ Q1 基本 三角関数の相互関係(1)	
□ Q2 基本 三角関数の相互関係(2)	
5 三角関数の相互関係と式の値	20
□ Q1 基本 三角関数の相互関係と \sin , \cos の式の値	
□ Q2 基本 三角関数の相互関係と \tan の式の値	
6 三角関数の性質①	24
□ Q1 基本 $\theta + 2n\pi$ の三角関数	
□ Q2 基本 $-\theta$ の三角関数	
7 三角関数の性質②	28
□ Q1 基本 $\theta + \pi$ の三角関数	
□ Q2 基本 $\theta + \frac{\pi}{2}$ の三角関数	
8 三角関数のグラフ①	32
□ Q1 基本 $y = \sin\theta$, $y = \cos\theta$ のグラフ	
□ Q2 基本 $y = \tan\theta$ のグラフ	
9 三角関数のグラフ②	38
□ Q1 基本 $y = a\sin\theta$ のグラフ	
□ Q2 基本 $y = \sin(\theta - \alpha)$ のグラフ	
10 三角関数のグラフ③	42
□ Q1 基本 $y = \sin a\theta$ のグラフ	
□ Q2 応用 $y = \sin(a\theta + b)$ のグラフ	
11 三角関数を含む方程式①	46
□ Q1 基本 方程式 $\sin\theta = k$, $\cos\theta = k$ の解	
□ Q2 基本 方程式 $\tan\theta = k$ の解	
12 三角関数を含む方程式②	50
□ Q1 基本 角が θ ではない三角関数の方程式	
□ Q2 基本 三角関数の2次方程式	
13 三角関数を含む不等式	56
□ Q1 基本 $\sin\theta$, $\cos\theta$ の不等式	
□ Q2 基本 $\tan\theta$ の不等式	
テスト① 三角関数	60
(1~13のまとめ)	
14 加法定理①	64
□ Q1 基本 \sin の加法定理	
□ Q2 基本 \cos の加法定理	
15 加法定理②	68
□ Q1 基本 $\alpha + \beta$ の三角関数の値を求める問題	
□ Q2 基本 \tan の加法定理	
16 正接の加法定理の応用	72
□ Q1 基本 直線の傾きと \tan	
□ Q2 基本 2直線のなす角	
17 2倍角の公式	76
□ Q1 基本 2倍角の公式(\sin , \cos)	
□ Q2 基本 2倍角の公式(\tan)	
18 半角の公式	80
□ Q1 基本 半角の公式	
□ Q2 基本 半角の公式の利用	

19 2倍角の公式の応用	84
□ Q1 基本 角に 2θ と θ を含む三角関数の方程式	
□ Q2 基本 角に 2θ と θ を含む三角関数の最大・最小	
20 三角関数の合成	90
□ Q1 基本 三角関数の合成	
□ Q2 基本 方程式 $a\sin\theta + b\cos\theta = c$ の解き方	
21 三角関数の合成の応用	94
□ Q1 基本 三角関数の合成と最大・最小(1)	
□ Q2 基本 三角関数の合成と最大・最小(2)	
テスト② 加法定理	98
(14~21のまとめ)	
テスト③ 三角関数	102
(1~21のまとめ)	
チャレンジテスト 三角関数	106
2章 指数関数，対数関数	
22 整数の指数	110
□ Q1 基本 指数が0や負の整数のときの表し方	
□ Q2 基本 指数法則(指数が整数)	
23 累乗根	114
□ Q1 基本 累乗根	
□ Q2 基本 累乗根の性質	
24 有理数の指数	118
□ Q1 基本 指数が有理数のときの表し方	
□ Q2 基本 指数法則(指数が有理数)	
25 指数関数のグラフ	122
□ Q1 基本 指数関数のグラフ	
□ Q2 基本 累乗根の大小	
26 指数関数を含む方程式・不等式①	126
□ Q1 基本 a^x を含む方程式	
□ Q2 基本 a^x を含む不等式	
27 指数関数を含む方程式・不等式②	130
□ Q1 基本 2種類の a^x を含む方程式	
□ Q2 基本 2種類の a^x を含む不等式	
テスト④ 指数関数	134
(22~27のまとめ)	
28 対数	138
□ Q1 基本 指数と対数	
□ Q2 基本 指数の等式から対数の値を求める	
29 対数の性質	142
□ Q1 基本 対数の値	
□ Q2 基本 対数の性質	
30 底の変換	146
□ Q1 基本 底の変換公式	
□ Q2 基本 底の変換公式を使った計算	
31 対数関数	150
□ Q1 基本 対数関数のグラフ	
□ Q2 基本 対数の大小	
32 対数関数を含む方程式・不等式	154
□ Q1 基本 $\log_a x$ の方程式，不等式(1)	
□ Q2 基本 $\log_a x$ の方程式，不等式(2)	

33 対数関数の最大・最小	158
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> $\log_a x$ の2次方程式	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 対数関数の最大・最小	
34 常用対数	162
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 常用対数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 常用対数を利用した対数の値	
35 常用対数の応用①	166
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 自然数の桁数と常用対数の関係	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 桁数の求め方	
36 常用対数の応用②	170
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 小数と常用対数の関係	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 常用対数の応用問題	
テスト⑤ 対数関数	174
(28～36のまとめ)	
テスト⑥ 指数関数, 対数関数	178
(22～36のまとめ)	
チャレンジテスト 指数関数, 対数関数	182

3章 微分と積分

37 平均変化率と極限值	186
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 平均変化率	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 極限值	
38 微分係数と接線の傾き	190
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 微分係数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 接線の傾きと微分係数	
39 導関数	194
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 導関数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 導関数の公式	
40 導関数と微分係数	198
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 微分係数と導関数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 微分係数からの関数の決定	
41 接線の方程式	202
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 接線の方程式	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> グラフ上にない点から引いた接線	
テスト⑦ 微分係数と導関数	206
(37～41のまとめ)	
42 関数の増減	210
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 関数の増減	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 常に増加(または減少)する関数	
43 3次関数のグラフ	214
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 極大・極小	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 常に増加(または減少)する3次関数のグラフ	
44 極大値・極小値をとる条件	218
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 極値をとるための条件(1)	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 極値をとるための条件(2)	
45 関数の最大・最小	222
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 関数の最大・最小	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 3次関数の最大・最小の文章題	
46 関数の増減の方程式への応用	228
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 3次方程式の実数解の個数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 解の個数から定数 a の条件を求める問題	

47 関数の増減と不等式	232
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 不等式が成り立つ条件	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 不等式の証明	

テスト⑧ 関数の値の変化	236
(42～47のまとめ)	

48 不定積分	240
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 原始関数	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 不定積分	
49 いろいろな不定積分	244
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> いろいろな不定積分	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 導関数 $F'(x)$ からの関数 $F(x)$ の決定	
50 定積分	248
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 定積分	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 定数倍, 和・差の定積分	
51 定積分の性質	252
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 定積分の性質	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 定積分で表された関数(上端・下端が定数)	
52 定積分と微分法	256
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 定積分と微分法	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 定積分で表された関数(上端が x)	

テスト⑨ 不定積分と定積分	260
(48～52のまとめ)	

53 定積分と面積①	264
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> x 軸より上にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(1)	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> x 軸より上にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(2)	
54 定積分と面積②	268
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> x 軸より下にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(1)	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> x 軸より下にあるグラフと x 軸で囲まれた面積(2)	
55 定積分と面積③	272
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 2つの放物線ではさまれた部分の面積	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 放物線と直線で囲まれた部分の面積	
56 定積分と面積④	276
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> グラフの上下が入れ替わる場合の面積	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 放物線とその接線で囲まれた部分の面積	
57 絶対値のついた関数の定積分	282
<input type="checkbox"/> Q1 <small>基礎</small> 絶対値のついた関数の定積分(1)	
<input type="checkbox"/> Q2 <small>基礎</small> 絶対値のついた関数の定積分(2)	

テスト⑩ 定積分と面積	288
(53～57のまとめ)	

テスト⑪ 微分と積分	292
(37～57のまとめ)	

チャレンジテスト 微分と積分	296
-----------------------------	-----

公式集	300
------------------	-----

三角関数表	310
--------------------	-----

常用対数表	311
--------------------	-----

1

三角関数 一般角

基本 Q1

次の角の動径 OP を図示しなさい。

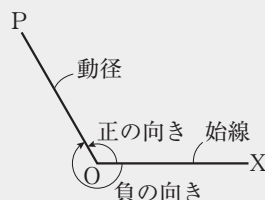
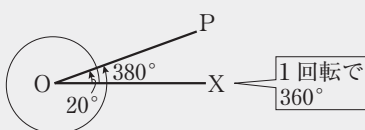
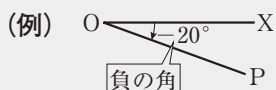
(1) 200°

(2) 400°

(3) -30°

一般角

動径 OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したものを**一般角**という。右の図のように反時計回りを正の向き、時計回りを負の向きと定めることで、一般角では負の角や、 360° を超える角を考えることができる。

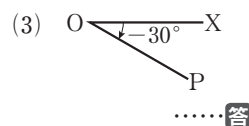
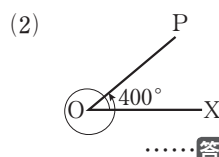
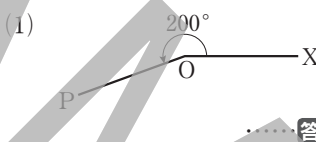


★ 考え方 ★

正の角は反時計回り、負の角は時計回りに回転する。

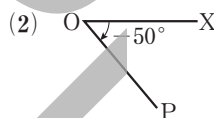
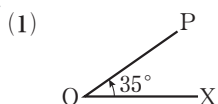
(2) $400^\circ = 360^\circ + 40^\circ$ だから、1 周して、さらに 40° 回転した角となる。

答案



基本 Q2

次の図で、OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

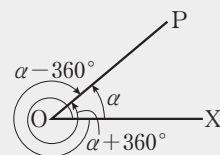


動径の表す角

動径は 1 回転 360° でもとの位置にもどることから、次のことがいえる。

動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると、動径 OP の表す一般角は、

$$\alpha + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$$



★ 考え方 ★

「角 α に 360° の整数倍を加えた角すべて」を、

$$\alpha + 360^\circ \times n \quad (n \text{ は整数})$$

と表す。

答案

(1) $35^\circ + 360^\circ \times n$ (n は整数) (2) $-50^\circ + 360^\circ \times n$ (n は整数)

..... 答

..... 答

学習の目標

- 360° より大きい角や、負の角について理解しよう。
- 角を「動径の回転」としてとらえ、一般角の考え方を身につけよう。

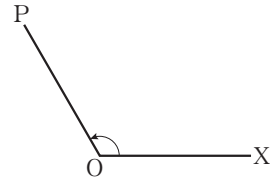
Q1 〈一般角〉について、まとめよう。

まとめ

■ OP の始線 OX からの回転の向きと大きさを角を表したものを

という。回転の向きは、

反時計回り … の向き, 時計回り … の向き



確認問題

● 次の角の動径 OP を図示しなさい。

(1) 300°

(2) 700°

(3) -130°

(1)

(2)

(3)

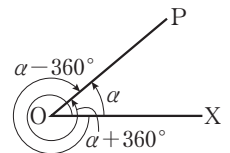


Q2 〈動径の表す角〉について、まとめよう。

まとめ

■ 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると、動径 OP の表す一般角は、

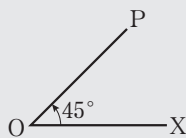
(n は整数)



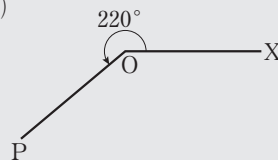
確認問題

● 次の図で、OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

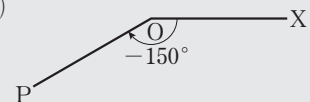
(1)



(2)



(3)



(1)

(n は整数)

(2)

(n は整数)

(3)

(n は整数)

演習問題

1 次の角の動径 OP を図示しなさい。

→ **Q1**

★ (1) 250°

★ (2) 450°

O ————— X

O ————— X

★ (3) -70°

(4) -210°

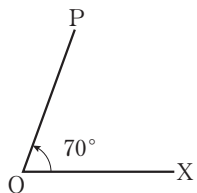
O ————— X

O ————— X

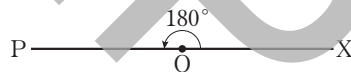
2 次の図で、OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

→ **Q2**

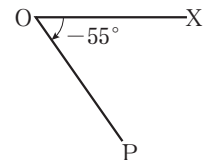
★ (1)



(2)



(3)



👑 **3** 次の角を $\alpha + 360^\circ \times n$ (n は整数) の形で表すとき、 α を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ とする。

(1) 480°

(2) 750°

(3) -50°

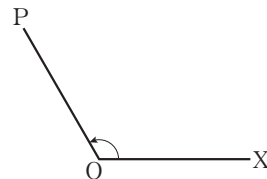
(4) -450°

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□ (1) □□□ OP の始線 OX からの回転の向きと大きさを角を表したものを
□□□ という。回転の向きは、

反時計回り … □□□ の向き, 時計回り … □□□ の向き



□□□ (2) 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると, 動径 OP の表す一般角は,
□□□ (n は整数)

1 次の角の動径 OP を図示しなさい。

□□□ (1) 330°

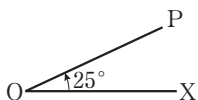
□□□ (2) 750°

□□□ (3) -120°

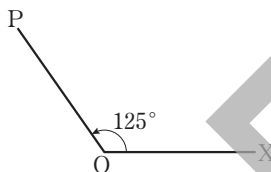


2 次の図で, OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

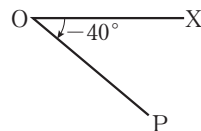
□□□ (1)



□□□ (2)



□□□ (3)



★自分でチェックしてみよう★

●一般角

先生メモ

項 目	1 回目 (/)	2 回目 (/)	3 回目 (/)	ここに戻る
正の角, 負の角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
360° を超える角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
動径の表す一般角を表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

2

三角関数 弧度法

基本 Q1

次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

(1) 40°

(2) $\frac{5}{6}\pi$

弧度法

半径が r で一定の扇形の弧の長さ l は，中心角の大きさ θ に比例する。

そこで，角の大きさ θ を， $\theta = \frac{\text{弧の長さ } l}{\text{半径 } r} = (\text{半径 } 1 \text{ の扇形の弧の長さ})$

という新しい方法で表す。この角の大きさの表し方を**弧度法**という。

弧度法における角の大きさの単位は**ラジアン**である。

半径が 1，中心角が 180° の扇形の弧の長さは π であるから， $\leftarrow 2\pi \cdot 1 \cdot \frac{180}{360} = \pi$

$$180^\circ = \pi \text{ ラジアン}, 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ラジアン}, 1 \text{ ラジアン} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

▶ 弧度法では，ふつう単位名のラジアンは省略する。

★ 考え方 ★

次のように求める。

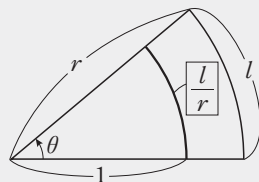
(1) $\bullet^\circ = \frac{\bullet}{180}\pi$ ラジアン

(2) $\blacksquare\pi$ ラジアン $= 180^\circ \times \blacksquare$

答案

$$\begin{aligned} (1) \quad 40^\circ &= \frac{40}{180}\pi \\ &= \frac{2}{9}\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{5}{6}\pi &= 180^\circ \times \frac{5}{6} \\ &= 150^\circ \end{aligned}$$



基本 Q2

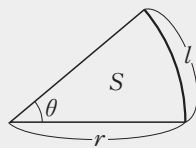
半径 6，中心角 $\frac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

扇形の弧の長さ と 面積

角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき，半径 r ，中心角 θ の扇形の弧の長さを l ，面積を S とすると，

$$l = r\theta \quad \leftarrow \text{弧度法の定義 } \theta = \frac{l}{r} \text{ より}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}lr \quad \leftarrow S = \pi r^2 \times \frac{\theta}{2\pi} \quad \left(\text{円の面積} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ (= 2\pi \text{ ラジアン})} \right) \\ &= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}lr \quad (r\theta = l \text{ より}) \end{aligned}$$



★ 考え方 ★

上の公式に， $r = 6$ ， $\theta = \frac{\pi}{3}$ を代入する。

答案

$$\begin{aligned} l &= 6 \cdot \frac{\pi}{3} \\ &= 2\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{\pi}{3} \\ &= 6\pi \end{aligned}$$

【面積 S を求める別解】

$$S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 6 = 6\pi$$

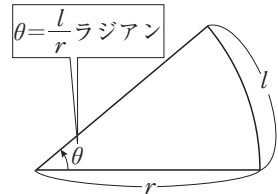
学習の目標

- ① 角度を表す新しい方法「弧度法」を理解し、度数と弧度のどちらでも角度を表せるようになる。
- ② 弧度法での扇形の弧の長さや面積の公式を理解し、使いこなそう。

Q1 〈弧度法〉について、まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ を、 θ を中心角とする半径 1 の扇形の の長さで表す方法を弧度法という。



$$180^\circ = \text{ } \text{ラジアン}, 1 \text{ ラジアン} = \text{ } ^\circ$$

確認問題

- 次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

(1) 240°

(2) $\frac{\pi}{9}$

$$(1) \quad 240^\circ = \frac{240}{\text{ }} \pi$$

$$= \text{ }$$

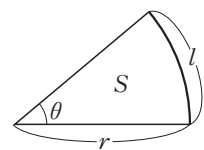
$$(2) \quad \frac{\pi}{9} = \text{ } ^\circ \times \frac{1}{9}$$

$$= \text{ }$$

Q2 〈扇形の弧の長さや面積〉について、まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき、半径 r 、中心角 θ の扇形の弧の長さを l 、面積を S とすると、



$$l = \text{ } \quad S = \text{ } = \frac{1}{2} lr$$

確認問題

半径 4、中心角 $\frac{5}{6}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

$$l = \text{ } \cdot \text{ } \pi$$

$$= \text{ }$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \text{ } \cdot \text{ } \pi$$

$$= \text{ }$$

演習問題

1 次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

→ **Q1**

★ (1) 135°

(2) 540°

(3) -100°

★ (4) $\frac{2}{3}\pi$

(5) $\frac{7}{4}\pi$

(6) $-\frac{11}{6}\pi$

2 次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

→ **Q2**

★ (1) 半径 8, 中心角 $\frac{3}{4}\pi$

(2) 半径 4, 中心角 $\frac{2}{5}\pi$

(3) 半径 5, 中心角 1

(4) 半径 3, 中心角 $\frac{5}{3}\pi$

3 次の問いに答えなさい。

(1) 次の角のうち，その動径が $\frac{\pi}{3}$ の動径と同じ位置にあるものをすべて選びなさい。

$$-\frac{5}{3}\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi$$

(2) 半径が 8, 面積が 24π の扇形の中心角 θ と弧の長さ l を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□ (1) $180^\circ = \square$ ラジアン
 $1 \text{ ラジアン} = \square^\circ$

□□□ (2) 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき、半径 r 、中心角 θ の扇形の弧の長さを l 、面積を S とすると、

$l = \square$
 $S = \square = \frac{1}{2}lr$

1 次の角を、度数は弧度に、弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

□□□ (1) 90°

□□□ (2) 400°

□□□ (3) $\frac{3}{5}\pi$

□□□ (4) $-\frac{7}{6}\pi$

2 次の問いに答えなさい。

□□□ 半径 3、中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

★自分でチェックしてみよう★

●弧度法

先生メモ

項 目	1 回目 (/)	2 回目 (/)	3 回目 (/)	ここに戻る
弧度法の定義が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
度数を弧度で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
弧度を度数で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
扇形の弧と面積が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2