数学Ⅱ - vol.2

いろいろな関数，微分と積分

―― 目　次 ――

1章　三角関数

2章　指数関数，対数関数

SAMPLE

SAMPLE

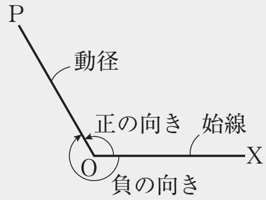
1 三角関数
一般角

基本 **Q1** 次の角の動径 OP を図示しなさい。

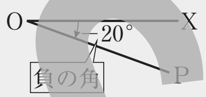
(1)　200°　　(2)　400°　　(3)　−30°

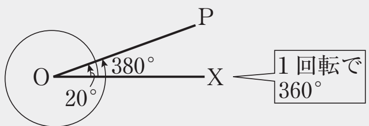
一般角

動径 OP の**始線** OX からの回転の向きと大きさで角を表したものを**一般角**という。右の図のように反時計回りを正の向き，時計回りを負の向きと定めることで，一般角では負の角や，360° を超える角を考えることができる。



(例)





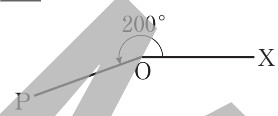
★ 考え方 ★

正の角は反時計回り，負の角は時計回りに回転する。

(2)　400° = 360° + 40° だから，1 周して，さらに 40° 回転した角となる。

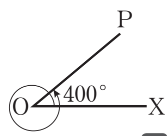
答案

(1)



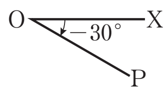
……答

(2)



……答

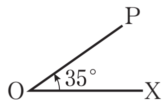
(3)



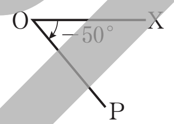
……答

基本 **Q2** 次の図で，OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

(1)



(2)

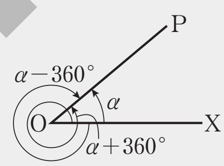


動径の表す角

動径は 1 回転 360° でもとの位置にもどることから，次のことがいえる。

動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると，動径 OP の表す一般角は，

$\alpha + 360° \times n$（n は整数）



★ 考え方 ★

「角 α に 360° の整数倍を加えた角すべて」を，

$\alpha + 360° \times n$（n は整数）

と表す。

答案

(1)　$35° + 360° \times n$（n は整数）……答

(2)　$-50° + 360° \times n$（n は整数）……答

SAMPLE

学習の目標

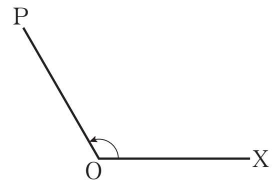
❶ 360° より大きい角や，負の角について理解しよう。
❷ 角を「動径の回転」としてとらえ，一般角の考え方を身につけよう。

Q1 〈一般角〉について，まとめよう。

まとめ

■ [　　] OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したものを [　　] という。回転の向きは，

反時計回り … [　　] の向き，時計回り … [　　] の向き



確認問題

● 次の角の動径 OP を図示しなさい。

(1) 300°　(2) 700°　(3) -130°

(1)

(2)

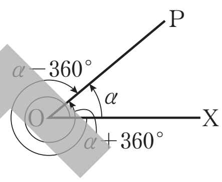
(3)

Q2 〈動径の表す角〉について，まとめよう。

まとめ

■ 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると，動径 OP の表す一般角は，

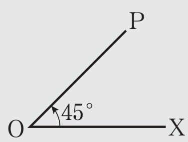
[　　] （n は整数）



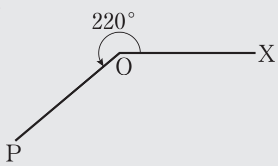
確認問題

● 次の図で，OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。

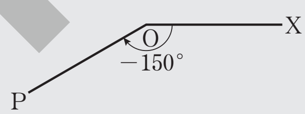
(1)



(2)



(3)



(1) [　　] （n は整数）

(2) [　　] （n は整数）

(3) [　　] （n は整数）

SAMPLE

演習問題

1 次の角の動径 OP を図示しなさい。 Q1

☀ □□□ (1)　250°

☀ □□□ (2)　450°

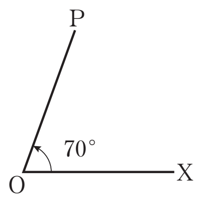
☀ □□□ (3)　$-70°$

□□□ (4)　$-210°$

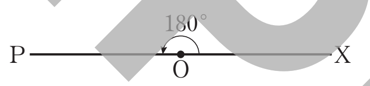
SAMPLE

2 次の図で，OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。 Q2

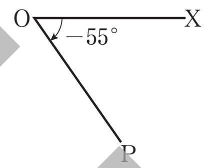
☀ □□□ (1)



□□□ (2)



□□□ (3)



3 次の角を $\alpha + 360° \times n$（n は整数）の形で表すとき，α を求めなさい。ただし，$0° \leqq \alpha < 360°$ とする。

□□□ (1)　480°

□□□ (2)　750°

□□□ (3)　$-50°$

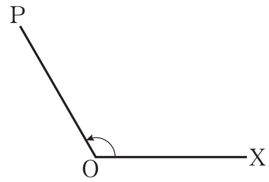
□□□ (4)　$-450°$

理解度チェック

★ **次の空欄をうめなさい。**

□□□ (1) [　　　] OP の始線 OX からの回転の向きと大きさで角を表したものを [　　　] という。回転の向きは，

反時計回り … [　　　] の向き，時計回り … [　　　] の向き



□□□ (2) 動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると，動径 OP の表す一般角は，

[　　　　　] （n は整数）

1 **次の角の動径 OP を図示しなさい。**

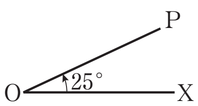
□□□ (1) 330°

□□□ (2) 750°

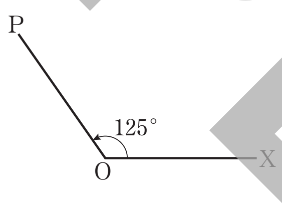
□□□ (3) $-120°$

2 **次の図で，OX を始線としたときの動径 OP の表す一般角を求めなさい。**

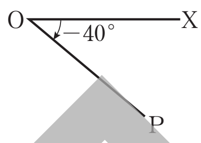
□□□ (1)



□□□ (2)



□□□ (3)



SAMPLE

★自分でチェックしてみよう★　　●一般角

項　目	1 回目(　／　)	2 回目(　／　)	3 回目(　／　)	ここに戻る
正の角，負の角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
360° を超える角が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
動径の表す一般角を表せた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

2 三角関数

弧度法

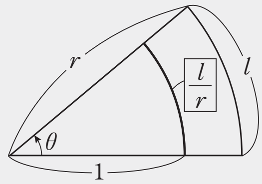
基本 Q1 次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

(1)　40°　　　　(2)　$\dfrac{5}{6}\pi$

弧度法

半径が r で一定の扇形の弧の長さ l は，中心角の大きさ θ に比例する。

そこで，角の大きさ θ を，$\theta=\dfrac{\text{弧の長さ}\,l}{\text{半径}\,r}=$（**半径1の扇形の弧の長さ**）



という新しい方法で表す。この角の大きさの表し方を**弧度法**という。

弧度法における角の大きさの単位は**ラジアン**である。

半径が1，中心角が 180° の扇形の弧の長さは π であるから，　← $2\pi\cdot1\cdot\dfrac{180}{360}=\pi$

$$180^\circ=\pi\ \textbf{ラジアン},\quad 1^\circ=\frac{\pi}{180}\ \text{ラジアン},\quad 1\ \text{ラジアン}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

▶弧度法では，ふつう単位名のラジアンは省略する。

★考え方★

次のように求める。

(1)　$●^\circ=\dfrac{●}{180}\pi$ ラジアン

(2)　$■\pi$ ラジアン $=180^\circ\times■$

答案

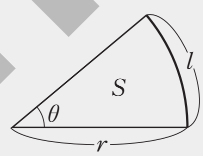
(1)　$40^\circ=\dfrac{40}{180}\pi$
$=\dfrac{2}{9}\pi$ ……………… 答

(2)　$\dfrac{5}{6}\pi=180^\circ\times\dfrac{5}{6}$
$=150^\circ$ ……………… 答

基本 Q2 半径6，中心角 $\dfrac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

扇形の弧の長さと面積

角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき，半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると，



$\boldsymbol{l=r\theta}$ ←―――― 弧度法の定義 $\theta=\dfrac{l}{r}$ より

$\boldsymbol{S=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}lr}$ ←― $S=\pi r^2\times\dfrac{\theta}{2\pi}$ $\left(\text{円の面積}\times\dfrac{\text{中心角}}{360^\circ(=2\pi\text{ラジアン})}\right)$

$=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}lr$　（$r\theta=l$ より）

★考え方★

上の公式に，$r=6$，$\theta=\dfrac{\pi}{3}$ を代入する。

答案

$l=6\cdot\dfrac{\pi}{3}$
$=2\pi$ ……………… 答

$S=\dfrac{1}{2}\cdot6^2\cdot\dfrac{\pi}{3}$
$=6\pi$ ……………… 答

【面積 S を求める別解】

$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}\cdot2\pi\cdot6=6\pi$

SAMPLE

学習日　　　月　　日

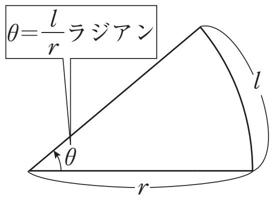
学習の目標

❶ 角度を表す新しい方法「弧度法」を理解し，度数と弧度のどちらでも角度を表せるようになろう。
❷ 弧度法での扇形の弧の長さと面積の公式を理解し，使いこなそう。

Q1 〈弧度法〉について，まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ を，θ を中心角とする半径 1 の扇形の $\boxed{}$ の長さで表す方法を弧度法という。



$$180^\circ = \boxed{} \text{ ラジアン},\quad 1 \text{ ラジアン} = \boxed{}^\circ$$

確認問題

● 次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。

(1) 240°　　(2) $\dfrac{\pi}{9}$

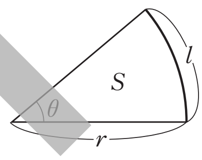
(1) $240^\circ = \dfrac{240}{\boxed{}}\pi$
$= \boxed{}$

(2) $\dfrac{\pi}{9} = \boxed{}^\circ \times \dfrac{1}{9}$
$= \boxed{}$

Q2 〈扇形の弧の長さと面積〉について，まとめよう。

まとめ

■ 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき，半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると，



$$l = \boxed{} \qquad S = \boxed{} = \frac{1}{2}lr$$

確認問題

半径 4，中心角 $\dfrac{5}{6}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

$l = \boxed{} \cdot \boxed{}\,\pi$
$= \boxed{}$

$S = \dfrac{1}{2} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}\,\pi$
$= \boxed{}$

SAMPLE

演習問題

1 次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。 Q1

(1) 135°　(2) 540°　(3) -100°

(4) $\dfrac{2}{3}\pi$　(5) $\dfrac{7}{4}\pi$　(6) $-\dfrac{11}{6}\pi$

2 次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。 Q2

(1) 半径 8，中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$　(2) 半径 4，中心角 $\dfrac{2}{5}\pi$

(3) 半径 5，中心角 1　(4) 半径 3，中心角 $\dfrac{5}{3}\pi$

3 次の問いに答えなさい。

(1) 次の角のうち，その動径が $\dfrac{\pi}{3}$ の動径と同じ位置にあるものをすべて選びなさい。

$$-\frac{5}{3}\pi,\quad -\frac{\pi}{3},\quad \frac{2}{3}\pi,\quad \frac{4}{3}\pi,\quad \frac{7}{3}\pi$$

(2) 半径が 8，面積が 24π の扇形の中心角 θ と弧の長さ l を求めなさい。

SAMPLE

理解度チェック

★ **次の空欄をうめなさい。**

□□□ (1) $180^\circ = \boxed{}$ ラジアン

1 ラジアン $= \boxed{}^\circ$

□□□ (2) 角の大きさ θ が弧度法で与えられたとき，半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると，

$l = \boxed{}$

$S = \boxed{} = \dfrac{1}{2}lr$

SAMPLE

1 **次の角を，度数は弧度に，弧度は度数にそれぞれ書き直しなさい。**

□□□ (1) 90°

□□□ (2) 400°

□□□ (3) $\dfrac{3}{5}\pi$

□□□ (4) $-\dfrac{7}{6}\pi$

2 **次の問いに答えなさい。**

□□□ 半径 3，中心角 $\dfrac{2}{3}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

★自分でチェックしてみよう★

●弧度法

項　目	1回目（ ／ ）	2回目（ ／ ）	3回目（ ／ ）	ここに戻る
弧度法の定義が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
度数を弧度で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
弧度を度数で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
扇形の弧と面積が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ