

— 目 次 —

場合の数と確率

1 集合	4
□ Q1 基本 共通部分と和集合	
□ Q2 基本 補集合の性質	
2 集合の要素の個数	8
□ Q1 基本 集合の要素の個数	
□ Q2 基本 補集合の要素の個数	
3 集合の応用	12
□ Q1 基本 倍数の個数	
□ Q2 基本 集合の応用	
4 樹形図	16
□ Q1 基本 樹形図	
□ Q2 基本 和の法則	
5 積の法則	20
□ Q1 基本 積の法則	
□ Q2 基本 約数の個数	
6 順列	24
□ Q1 基本 順列	
□ Q2 基本 順列の考え方の利用	
7 円順列, 重複順列	28
□ Q1 基本 円順列	
□ Q2 基本 重複順列	
8 組合せ	32
□ Q1 基本 組合せ	
□ Q2 基本 ${}_nC_r$ の性質	
9 いろいろな組合せ	36
□ Q1 基本 積の法則	
□ Q2 基本 補集合の利用	
10 組合せの応用①	40
□ Q1 基本 組分け	
□ Q2 基本 同じものを含む順列	
11 組合せの応用②	44
□ Q1 基本 同じものを含む順列 (文字列)	
□ Q2 基本 同じものを含む順列 (最短経路)	
テスト① 場合の数	48
(1~11のまとめ)	
12 確率の意味	52
□ Q1 基本 確率の意味	
□ Q2 基本 確率の求め方	
13 事象の確率	56
□ Q1 基本 順列・組合せと確率	
□ Q2 基本 場合の数の性質と確率	
14 確率の基本性質	60
□ Q1 基本 和事象・積事象の確率	
□ Q2 基本 確率の基本性質	
15 確率の加法定理	64
□ Q1 基本 確率の加法定理	
□ Q2 基本 確率の加法定理 (3つの事象)	
16 余事象, 和事象の確率	68
□ Q1 基本 余事象の確率	
□ Q2 基本 一般の和事象の確率	

テスト② 確率	72
(12~16のまとめ)	
17 独立な試行の確率①	76
□ Q1 基本 独立な試行の確率	
□ Q2 基本 独立な試行の確率の利用	
18 独立な試行の確率②	80
□ Q1 基本 余事象の確率と独立な試行の確率	
□ Q2 基本 和事象の確率と独立な試行の確率	
19 反復試行の確率①	84
□ Q1 基本 反復試行の確率の考え方	
□ Q2 基本 反復試行の確率	
20 反復試行の確率②	88
□ Q1 基本 いろいろな確率と反復試行の確率	
□ Q2 基本 さまざまな事象と反復試行の確率	
21 条件付き確率	92
□ Q1 基本 条件付き確率(1)	
□ Q2 基本 条件付き確率(2)	
22 確率の乗法定理	96
□ Q1 基本 確率の乗法定理	
□ Q2 基本 確率の乗法定理の応用	
23 期待値	100
□ Q1 基本 期待値	
□ Q2 基本 期待値の求め方	
24 期待値の応用	104
□ Q1 基本 期待値と損得の判定	
□ Q2 基本 正負の値をとる期待値	
テスト③ 確率の応用	108
(17~24のまとめ)	
テスト④ 場合の数と確率	112
(1~24のまとめ)	
チャレンジテスト 場合の数と確率	116

図形の性質

1 平行線と比	120
□ Q1 基本 内分, 外分	
□ Q2 基本 三角形と比	
2 三角形の内角・外角の二等分線と比	124
□ Q1 基本 三角形の内角の二等分線と比	
□ Q2 基本 三角形の外角の二等分線と比	
3 三角形の辺と角の大小関係	128
□ Q1 基本 三角形の辺と角の大小	
□ Q2 基本 三角形の辺の長さの関係	
4 三角形の重心	132
□ Q1 基本 中点連結定理	
□ Q2 基本 三角形の重心	
5 三角形の外心・内心	136
□ Q1 基本 三角形の外心	
□ Q2 基本 三角形の内心	

6	チェバの定理, メネラウスの定理	140
	□ Q1 (応用) チェバの定理	
	□ Q2 (応用) メネラウスの定理	
テスト① 三角形の性質		
	(1~6のまとめ)	144
7	円の弧と弦	148
	□ Q1 (基本) 円の弧と弦	
	□ Q2 (基本) 円周角の定理	
8	円周角の定理とその逆	152
	□ Q1 (基本) 円周角と弧の長さ	
	□ Q2 (基本) 円周角の定理の逆	
9	円に内接する四角形	156
	□ Q1 (基本) 円に内接する四角形	
	□ Q2 (基本) 四角形が円に内接するための条件	
10	円と直線	160
	□ Q1 (基本) 円と直線の位置関係	
	□ Q2 (基本) 接線の長さ	
11	円と接線	164
	□ Q1 (難問) 円と接線	
	□ Q2 (基本) 円の接線と弦の作る角	
12	方べきの定理	168
	□ Q1 (基本) 方べきの定理(1)	
	□ Q2 (基本) 方べきの定理(2)	
13	2つの円の位置関係	172
	□ Q1 (基本) 2円の位置関係	
	□ Q2 (難問) 共通接線	
テスト② 円の性質		
	(7~13のまとめ)	176
14	作図(1)	180
	□ Q (基本) 基本の作図	
15	作図(2)	184
	□ Q1 (基本) 内分点の作図	
	□ Q2 (基本) 長さの作図	
16	直線と平面	188
	□ Q (基本) 直線と平面	
17	空間図形と多面体	192
	□ Q1 (基本) 正多面体	
	□ Q2 (基本) オイラーの多面体定理	
テスト③ 図形の性質		
	(14~17のまとめ)	196
チャレンジテスト 図形の性質		
		200

数学と人間の活動

1	約数と倍数	204
	□ Q1 (基本) 約数, 倍数	
	□ Q2 (難問) 倍数であることの証明	
2	倍数の判定法	208
	□ Q1 (基本) 倍数の判定法	
	□ Q2 (難問) 条件を満たす倍数の求め方	
3	素因数分解	212
	□ Q1 (基本) 素因数分解	
	□ Q2 (難問) \sqrt{N} が自然数となるような N の決定	
4	約数の個数	216
	□ Q1 (基本) 約数の個数	
	□ Q2 (難問) 約数の個数からの自然数の決定	
5	最大公約数, 最小公倍数	220
	□ Q1 (基本) 最大公約数, 最小公倍数	
	□ Q2 (難問) 最小公倍数からの自然数の決定	
6	互いに素	224
	□ Q1 (基本) 互いに素	
	□ Q2 (難問) 互いに素な自然数の性質	
テスト① 約数と倍数		
	(1~6のまとめ)	228
7	整数の割り算における商と余り	232
	□ Q1 (基本) 整数の割り算	
	□ Q2 (難問) 文字式を整数で割ったときの余り	
8	余りによる整数の分類	236
	□ Q (基本) 余りによる整数の分類	
9	ユークリッドの互除法	240
	□ Q1 (基本) ユークリッドの互除法	
	□ Q2 (難問) 等式を満たす整数	
10	$ax+by=c$の整数解	244
	□ Q (基本) $ax+by=c$ の整数解	
11	分数と有限小数, 循環小数	248
	□ Q1 (基本) 有限小数, 循環小数	
	□ Q2 (基本) 有限小数で表される分数	
12	n進法	252
	□ Q1 (基本) n 進法 \rightarrow 10進法の変換	
	□ Q2 (基本) 10進法 \rightarrow n 進法の変換	
テスト② ユークリッドの互除法		
	(7~12のまとめ)	256
テスト③ 数学と人間の活動		
	(1~12のまとめ)	260
チャレンジテスト 数学と人間の活動		
		264
13	空間の位置の表し方, 測量	268
	□ Q1 (基本) 空間座標	
	□ Q2 (基本) 測量	
14	数学とゲーム	274
	□ Q1 (基本) 図形の敷き詰め	
	□ Q2 (基本) 石取りゲーム	
公式集		
		280

1

場合の数と確率 集合

基本

Q1

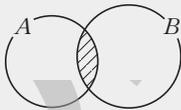
$A=\{1, 4, 6, 7, 9\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$ について、次の集合を求めなさい。
(1) $A \cap B$ (2) $A \cup B$

共通部分と和集合

「1 から 10 までの自然数の集まり」のように、範囲がはっきりしたものの集まりを**集合**といい、集合に入っている 1 つ 1 つのものをその集合の**要素**という。

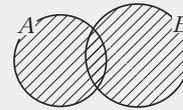
A , B の両方に属する要素全体の集合を A と B の**共通部分**といい、 $A \cap B$ で表す。

共通部分
 $A \cap B$



A , B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の**和集合**といい、 $A \cup B$ で表す。

和集合
 $A \cup B$

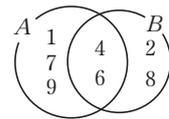


★ 考え方 ★

- (1) 両方に属する要素を並べる。
- (2) 少なくとも一方に入っている要素を並べる。

答案

- (1) A と B のどちらにも入っている要素は 4, 6 だから、
 $A \cap B = \{4, 6\}$ ……答
- (2) A と B の少なくとも一方に入っている要素は 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9 だから、
 $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9\}$ ……答



重要

Q2

$U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ を全体集合とし、 $A = \{1, 4, 6, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ とするとき、次の集合を求めなさい。
(1) $\overline{A \cup B}$ (2) $\overline{A \cap B}$

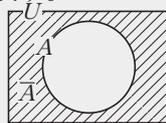
補集合の性質

U を全体集合とし、 A を U の部分集合とする。
 U の要素で A に属さない要素全体の集合を、 U に関する A の**補集合**といい、 \overline{A} で表す。

$$A \cap \overline{A} = \phi$$

$$A \cup \overline{A} = U \quad \overline{\overline{A}} = A$$

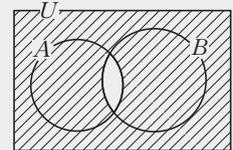
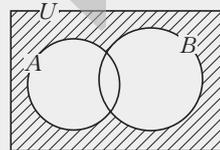
(注意) $\overline{\overline{A}}$ は A の補集合を表す。



ド・モルガンの法則

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

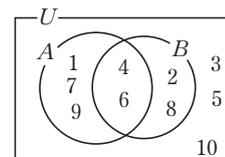


★ 考え方 ★

- A, B は Q1 と同じ。全体集合 U を確認する。
- (1) $\overline{A \cup B}$ は $A \cup B$ の補集合。
- (2) $\overline{A \cap B}$ は \overline{A} と \overline{B} の共通部分。
ド・モルガンの法則
 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
を使って求めてもよい。

答案

- (1) $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9\}$ より、
 $\overline{A \cup B} = \{3, 5, 10\}$ ……答
- (2) $\overline{A} = \{2, 3, 5, 8, 10\}$,
 $\overline{B} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ より、
 $\overline{A \cap B} = \{3, 5, 10\}$ ……答 ※ $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$



【別解】 ド・モルガンの法則から、

$$\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = \{3, 5, 10\} \quad \dots\dots\text{答}$$

学習の目標

- ① 2つの集合の共通部分と和集合について理解を深め、図示できるようにしよう。
- ② 補集合とド・モルガンの法則を理解し、記号を使って集合や集合の関係を表してみよう。

Q1 <共通部分と和集合> について、まとめよう。

まとめ

■ A, B の両方に属する要素全体の集合を A と B の といい、 で表す。

A, B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の といい、 で表す。

確認問題

● $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ について、次の集合を求めなさい。

(1) $A \cap B$

(2) $A \cup B$

(1) $A \cap B =$

(2) $A \cup B =$

Q2 <補集合の性質> について、まとめよう。

まとめ

■ U を全体集合とし、 A を U の部分集合とする。

U の要素で A に属さない要素全体の集合を、 U に関する A の といい、 で表す。

$A \cap \bar{A} =$

$A \cup \bar{A} =$

$\bar{\bar{A}} =$

また、次の の法則が成り立つ。

$\overline{A \cup B} =$

$\overline{A \cap B} =$

確認問題

● $U = \{x \mid x \text{は} 20 \text{以下の正の偶数}\}$ を全体集合、 $A = \{6, 10, 14, 18\}$,

$B = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ とする。このとき、次の集合を求めなさい。

(1) $\overline{A \cup B}$

(2) $\bar{A} \cap \bar{B}$

(3) $\overline{A \cap B}$

(4) $\bar{A} \cup \bar{B}$

(1) $A \cup B =$ より、 $\overline{A \cup B} =$

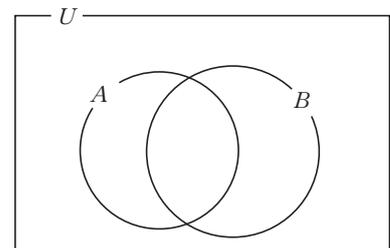
(2) $\bar{A} =$, $\bar{B} =$ より、

$\bar{A} \cap \bar{B} =$

(3) $A \cap B =$ より、

$\overline{A \cap B} =$

(4) $\bar{A} \cup \bar{B} =$



演習問題

1 次の2つの集合 A, B について, $A \cap B, A \cup B$ を求めなさい。

→ **Q1**

* (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad B = \{3, 6, 9\}$

(2) $A = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ 以下の自然数}\}, \quad B = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ の正の約数}\}$

* (3) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{6, 7, 8\}$

2 $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ を全体集合とし, $A = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ の正の約数}\},$
 $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ とする。このとき, 次の集合を求めなさい。

→ **Q2**

* (1) $\overline{A \cup B}$

(2) $\overline{A \cap B}$

(3) $\overline{A \cap B}$

* (4) $\overline{A \cup B}$

3 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ を全体集合とし, $A = \{1, 4, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ とする。
 このとき, 次の集合を求めなさい。

(1) \overline{A}

(2) \overline{B}

(3) $\overline{A \cap B}$

(4) $A \cap \overline{B}$

(5) $\overline{A \cup B}$

(6) $A \cup \overline{B}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□(1) A, B の両方に属する要素全体の集合を A と B の といい, で表す。

A, B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の といい, で表す。

□□(2) U を全体集合とし, A を U の部分集合とする。 U の要素で A に属さない要素全体の集合を, U に関する A の といい, で表す。

$A \cap \bar{A} = \text{}$ $A \cup \bar{A} = \text{}$ $\bar{\bar{A}} = \text{}$

1 次の2つの集合 A, B について, $A \cap B, A \cup B$ を求めなさい。

□□(1) $A = \{0, 1, 3, 6\}, \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

□□(2) $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

2 $U = \{x \mid x \text{ は } 9 \text{ 以下の自然数}\}$ を全体集合とし, $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$ とする。このとき, 次の集合を求めなさい。

□□(1) $\overline{A \cup B}$

□□(2) $\overline{A \cap B}$

□□(3) $\overline{A \cap B}$

□□(4) $\overline{A \cup B}$

★自分でチェックしてみよう★

●集合

先生メモ

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
共通部分の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
和集合の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
補集合の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
ド・モルガンの法則を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

2

場合の数と確率 集合の要素の個数

基本 Q1

$A = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 桁の自然数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$ とするとき、次の値を求めなさい。

- (1) $n(A)$, $n(B)$ (2) $n(A \cap B)$ (3) $n(A \cup B)$

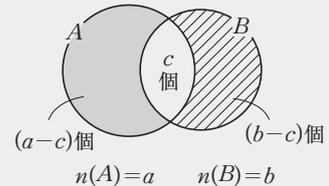
集合の要素の個数

集合 A の要素の個数が有限のとき、その個数を $n(A)$ で表す。

2つの集合 A, B に対して、次の関係式が成り立つ。

和集合の要素の個数 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

特に、 $A \cap B = \phi$ のとき、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

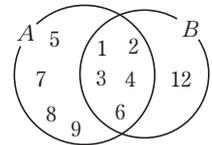


★ 考え方 ★

- (1) A, B それぞれを要素を並べて表し、個数を調べる。
- (2) A と B に共通な要素の個数を求める。
- (3) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ を使って求める。

答案

- (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ より,
 $n(A) = 9, n(B) = 6$ ……答
- (2) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ より,
 $n(A \cap B) = 5$ ……答
- (3) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 9 + 6 - 5 = 10$ ……答



基本 Q2

U を全体集合とし、 A, B を U の部分集合とする。

$n(U) = 30, n(A) = 8, n(B) = 15, n(A \cup B) = 20$ のとき、次の値を求めなさい。

- (1) $n(\bar{A})$ (2) $n(A \cap B)$ (3) $n(\bar{A} \cup \bar{B})$

補集合の要素の個数

U を全体集合とし、 A を U の部分集合とすると、 \bar{A} の要素は、 U の要素から A の要素を除いたものである。

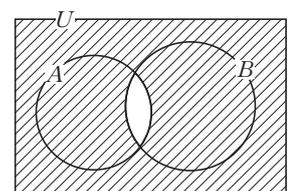
補集合の要素の個数 $n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$

★ 考え方 ★

- (1) $n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$ により求める。
- (2) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ により求める。
- (3) ド・モルガンの法則より、 $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$ (P.4 Q2) また、補集合の要素の個数 $n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cap B)$ を利用する。

答案

- (1) $n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$
 $= 30 - 8 = 22$ ……答
- (2) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ より,
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
 $= 8 + 15 - 20 = 3$ ……答
- (3) ド・モルガンの法則より,
 $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$
 $n(\bar{A} \cup \bar{B}) = n(\overline{A \cap B})$
 $= n(U) - n(A \cap B)$
 $= 30 - 3 = 27$ ……答



学習の目標

- ① 集合の要素の個数について、理解を深めよう。
- ② 補集合やド・モルガンの法則の理解を深め、いろいろな集合の要素の個数を求めてみよう。

Q1 <集合の要素の個数> について、まとめよう。

まとめ

■ 集合 A の要素の個数が有限のとき、その個数を で表す。

和集合の要素の個数 $n(A \cup B) = \text{} + \text{} - \text{}$

特に、 $A \cap B = \phi$ のとき、 $n(A \cup B) = \text{} + \text{}$

確認問題

● $A = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の整数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 18 \text{ の正の約数}\}$ とするとき、次の値を求めなさい。

- (1) $n(A)$ (2) $n(B)$ (3) $n(A \cap B)$ (4) $n(A \cup B)$

(1) 要素を書き並べて表す。

$A = \text{}$

よって、 $n(A) = \text{}$

(2) 要素を書き並べて表す。

$B = \text{}$

よって、 $n(B) = \text{}$

(3) $A \cap B = \text{}$

よって、 $n(A \cap B) = \text{}$

(4) $n(A \cup B) = \text{} + n(B) - \text{}$

$= \text{}$

Q2 <補集合の要素の個数> について、まとめよう。

まとめ

■ A の補集合 \bar{A} の要素は、全体集合 U の要素から を除いたものである。

補集合の要素の個数 $n(\bar{A}) = \text{} - \text{}$

確認問題

● $n(U) = 50$, $n(A) = 30$, $n(B) = 35$, $n(A \cup B) = 45$ のとき、次の値を求めなさい。

- (1) $n(\bar{A})$ (2) $n(A \cap B)$ (3) $n(\bar{A} \cup \bar{B})$

(1) $n(\bar{A}) = \text{} - \text{}$
 $= \text{} - \text{} = \text{}$

(2) $n(A \cap B) = \text{} + \text{} - \text{}$
 $= \text{} + \text{} - \text{}$
 $= \text{}$

(3) より、

$\bar{A} \cup \bar{B} = \text{}$
 $n(\bar{A} \cup \bar{B}) = \text{}$
 $= \text{} - \text{}$
 $= \text{} - \text{}$
 $= \text{}$

演習問題

1 $A = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の正の奇数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 36 \text{ の正の約数}\}$ とするとき, 次の値を求めなさい。 → **Q1**

* (1) $n(A)$

* (2) $n(B)$

(3) $n(A \cap B)$

(4) $n(A \cup B)$

2 U を全体集合とし, A, B を U の部分集合とする。

$n(U) = 60$, $n(A) = 27$, $n(B) = 20$, $n(A \cup B) = 38$ のとき, 次の値を求めなさい。 → **Q2**

* (1) $n(\bar{A})$

* (2) $n(A \cap B)$

(3) $n(\bar{A} \cup \bar{B})$

(4) $n(\bar{A} \cap \bar{B})$

3 U を全体集合とし, A, B を U の部分集合とする。

$n(U) = 20$, $n(A) = 5$, $n(B) = 13$, $n(A \cup B) = 15$ のとき, 次の値を求めなさい。

(1) $n(A \cap \bar{B})$

(2) $n(\bar{A} \cup B)$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□(1) 集合 A の要素の個数が有限のとき、その個数を で表す。

和集合の要素の個数 $n(A \cup B) = \text{} + \text{} - \text{}$

特に、 $A \cap B = \phi$ のとき、 $n(A \cup B) = \text{} + \text{}$

□□(2) A の補集合 \bar{A} の要素は、全体集合 U の要素から を除いたものである。

補集合の要素の個数 $n(\bar{A}) = \text{} - \text{}$

1 $A = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の正の偶数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 24 \text{ の正の約数}\}$ とするとき、次の値を求めなさい。

□□(1) $n(A)$

□□(2) $n(B)$

□□(3) $n(A \cap B)$

□□(4) $n(A \cup B)$

2 U を全体集合とし、 A , B を U の部分集合とする。

$n(U) = 40$, $n(A) = 18$, $n(B) = 23$, $n(A \cup B) = 31$ のとき、次の値を求めなさい。

□□(1) $n(\bar{A})$

□□(2) $n(A \cap B)$

□□(3) $n(\bar{A} \cap \bar{B})$

★自分でチェックしてみよう★

●集合の要素の個数

先生メモ

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
集合の要素の個数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
補集合の要素の個数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2