数学A

場合の数と確率，図形の性質，数学と人間の活動

目　次

場合の数と確率

図形の性質

数学と人間の活動

1 場合の数と確率 集合

基本 Q1　$A=\{1,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めなさい。

(1)　$A\cap B$　　　(2)　$A\cup B$

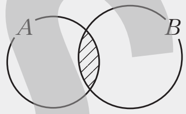
共通部分と和集合

「1 から 10 までの自然数の集まり」のように，範囲がはっきりしたものの集まりを**集合**といい，集合に入っている 1 つ 1 つのものをその集合の**要素**という。

A，B の両方に属する要素全体の集合を A と B の**共通部分**といい，$A\cap B$ で表す。

共通部分

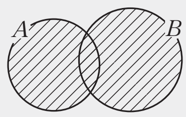
$A\cap B$



A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の**和集合**といい，$A\cup B$ で表す。

和集合

$A\cup B$



考え方

(1)　両方に属する要素を並べる。

(2)　少なくとも一方に入っている要素を並べる。

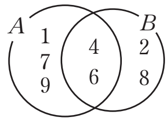
答案

(1)　A と B のどちらにも入っている要素は 4，6 だから，

$A\cap B=\{4,\ 6\}$　……答

(2)　A と B の少なくとも一方に入っている要素は 1，2，4，6，7，8，9 だから，

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$　……答



重要 Q2　$U=\{x\mid x$ は 10 以下の自然数$\}$ を全体集合とし，$A=\{1,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ とするとき，次の集合を求めなさい。

(1)　$\overline{A\cup B}$　　　(2)　$\overline{A}\cap\overline{B}$

補集合の性質

U を全体集合とし，A を U の部分集合とする。

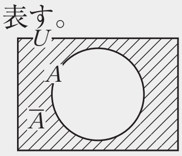
U の要素で A に属さない要素全体の集合を，

U に関する A の**補集合**といい，$\overline{A}$ で表す。

$A\cap\overline{A}=\phi$

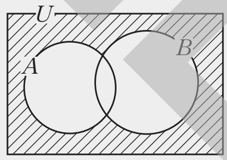
$A\cup\overline{A}=U$　　$\overline{\overline{A}}=A$

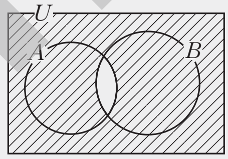
(注意)　$\overline{\overline{A}}$ は $\overline{A}$ の補集合を表す。



ド・モルガンの法則

$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$　　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$





考え方

A, B は Q1 と同じ。

全体集合 U を確認する。

(1)　$\overline{A\cup B}$ は $A\cup B$ の補集合。

(2)　$\overline{A}\cap\overline{B}$ は $\overline{A}$ と $\overline{B}$ の共通部分。

ド・モルガンの法則

$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

を使って求めてもよい。

答案

(1)　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ より，

$\overline{A\cup B}=\{3,\ 5,\ 10\}$　……答

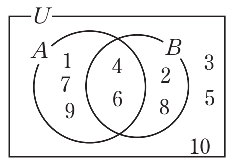
(2)　$\overline{A}=\{2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 10\}$，

$\overline{B}=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 10\}$ より，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{3,\ 5,\ 10\}$　……答　※ $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

【別解】　ド・モルガンの法則から，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{3,\ 5,\ 10\}$　……答



学習の目標

❶ 2つの集合の共通部分と和集合について理解を深め，図示できるようにしよう。
❷ 補集合とド・モルガンの法則を理解し，記号を使って集合や集合の関係を表してみよう。

Q1 〈共通部分と和集合〉について，まとめよう。

まとめ

■ A，B の両方に属する要素全体の集合を A と B の □ といい，□ で表す。

A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の □ といい，□ で表す。

確認問題

● $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ について，次の集合を求めなさい。

□□□(1)　$A\cap B$　　　□□□(2)　$A\cup B$

(1)　$A\cap B=$ □　　　(2)　$A\cup B=$ □

Q2 〈補集合の性質〉について，まとめよう。

まとめ

■ U を全体集合とし，A を U の部分集合とする。

U の要素で A に属さない要素全体の集合を，U に関する A の □ といい，□ で表す。

$A\cap\overline{A}=$ □　　$A\cup\overline{A}=$ □　　$\overline{\overline{A}}=$ □

また，次の □ の法則が成り立つ。

$\overline{A\cup B}=$ □　　$\overline{A\cap B}=$ □

確認問題

● $U=\{x \mid x$ は 20 以下の正の偶数$\}$ を全体集合，$A=\{6,\ 10,\ 14,\ 18\}$，
$B=\{10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ 20\}$ とする。このとき，次の集合を求めなさい。

□□□(1)　$\overline{A\cup B}$　　□□□(2)　$\overline{A}\cap\overline{B}$　　□□□(3)　$\overline{A\cap B}$　　□□□(4)　$\overline{A}\cup\overline{B}$

(1)　$A\cup B=$ □ より，$\overline{A\cup B}=$ □

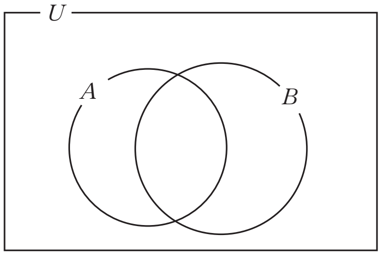
(2)　$\overline{A}=$ □，$\overline{B}=$ □ より，

$\overline{A}\cap\overline{B}=$ □

(3)　$A\cap B=$ □ より，

$\overline{A\cap B}=$ □

(4)　$\overline{A}\cup\overline{B}=$ □



演習問題

1 次の 2 つの集合 A，B について，$A\cap B$，$A\cup B$ を求めなさい。 Q1

(1) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，　$B=\{3,\ 6,\ 9\}$

(2) $A=\{x\mid x$ は 6 以下の自然数$\}$，　$B=\{x\mid x$ は 10 の正の約数$\}$

(3) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，　$B=\{6,\ 7,\ 8\}$

2 $U=\{x\mid x$ は 10 以下の自然数$\}$ を全体集合とし，$A=\{x\mid x$ は 6 の正の約数$\}$，$B=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ とする。このとき，次の集合を求めなさい。 Q2

(1) $\overline{A\cup B}$　　(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$

(3) $\overline{A\cap B}$　　(4) $\overline{A}\cup\overline{B}$

3 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ を全体集合とし，$A=\{1,\ 4,\ 7\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ とする。このとき，次の集合を求めなさい。

(1) $\overline{A}$　　(2) $\overline{B}$

(3) $\overline{A}\cap B$　　(4) $A\cap\overline{B}$

(5) $\overline{A}\cup B$　　(6) $A\cup\overline{B}$

理解度チェック

★ **次の空欄をうめなさい。**

(1)　A，B の両方に属する要素全体の集合を A と B の $\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ で表す。

A, B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の $\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ で表す。

(2)　U を全体集合とし，A を U の部分集合とする。U の要素で A に属さない要素全体の集合を，U に関する A の $\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ で表す。

$A\cap\overline{A}=\boxed{}$　　$A\cup\overline{A}=\boxed{}$　　$\overline{\overline{A}}=\boxed{}$

1 **次の2つの集合 A，B について，$A\cap B$，$A\cup B$ を求めなさい。**

(1)　$A=\{0,\ 1,\ 3,\ 6\}$，　$B=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

(2)　$A=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，　$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

2 **$U=\{x\mid x$ は9以下の自然数$\}$ を全体集合とし，$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9\}$ とする。このとき，次の集合を求めなさい。**

(1)　$\overline{A\cup B}$

(2)　$\overline{A}\cap\overline{B}$

(3)　$\overline{A\cap B}$

(4)　$\overline{A}\cup\overline{B}$

★自分でチェックしてみよう★　　**●集合**

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
共通部分の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
和集合の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
補集合の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
ド・モルガンの法則を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

2 場合の数と確率
集合の要素の個数

基本 Q1 $A=\{x \mid x$ は1桁の自然数$\}$，$B=\{x \mid x$ は12の正の約数$\}$とするとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(A)$，$n(B)$　　(2) $n(A\cap B)$　　(3) $n(A\cup B)$

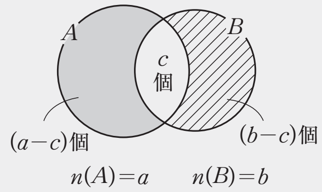
集合の要素の個数

集合 A の要素の個数が有限のとき，その個数を $n(A)$ で表す。

2つの集合 A，B に対して，次の関係式が成り立つ。

和集合の要素の個数　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

特に，$A\cap B=\phi$ のとき，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$



考え方

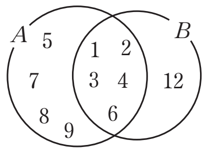
(1) A，B それぞれを要素を並べて表し，個数を調べる。

(2) A と B に共通な要素の個数を求める。

(3) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ を使って求める。

答案

(1) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$，
$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ より，
$n(A)=9$，$n(B)=6$ ……答



(2) $A\cap B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$ より，
$n(A\cap B)=5$ ……答

(3) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=9+6-5=10$ ……答

基本 Q2 U を全体集合とし，A，B を U の部分集合とする。
$n(U)=30$，$n(A)=8$，$n(B)=15$，$n(A\cup B)=20$ のとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(\overline{A})$　　(2) $n(A\cap B)$　　(3) $n(\overline{A}\cup\overline{B})$

補集合の要素の個数

U を全体集合とし，A を U の部分集合とすると，$\overline{A}$ の要素は，U の要素から A の要素を除いたものである。

補集合の要素の個数　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

考え方

(1) $n(\overline{A})=n(U)-n(A)$ により求める。

(2) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ により求める。

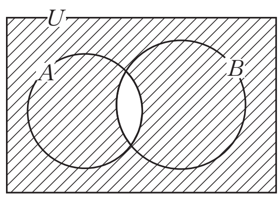
(3) ド・モルガンの法則より，
$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$ P.4 Q2
また，補集合の要素の個数 $n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)$ を利用する。

答案

(1) $n(\overline{A})=n(U)-n(A)$
$=30-8=22$ ……答

(2) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ より，
$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$
$=8+15-20=3$ ……答

(3) ド・モルガンの法則より，
$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$
$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})$
$=n(U)-n(A\cap B)$
$=30-3=27$ ……答



学習日　　月　　日

学習の目標

❶ 集合の要素の個数について，理解を深めよう。
❷ 補集合やド・モルガンの法則の理解を深め，いろいろな集合の要素の個数を求めてみよう。

Q1 〈集合の要素の個数〉について，まとめよう。

まとめ

■ 集合 A の要素の個数が有限のとき，その個数を ＿＿ で表す。

和集合の要素の個数　$n(A\cup B)=$ ＿＿ $+$ ＿＿ $-$ ＿＿

特に，$A\cap B=\phi$ のとき，$n(A\cup B)=$ ＿＿ $+$ ＿＿

確認問題

● $A=\{x \mid x$ は 10 以下の正の整数$\}$，$B=\{x \mid x$ は 18 の正の約数$\}$ とするとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(A)$　(2) $n(B)$　(3) $n(A\cap B)$　(4) $n(A\cup B)$

(1) 要素を書き並べて表す。

$A=$ ＿＿

よって，$n(A)=$ ＿＿

(2) 要素を書き並べて表す。

$B=$ ＿＿

よって，$n(B)=$ ＿＿

(3) $A\cap B=$ ＿＿

よって，$n(A\cap B)=$ ＿＿

(4) $n(A\cup B)=$ ＿＿ $+n(B)-$ ＿＿

$=$ ＿＿

Q2 〈補集合の要素の個数〉について，まとめよう。

まとめ

■ A の補集合 $\overline{A}$ の要素は，全体集合 U の要素から ＿＿ を除いたものである。

補集合の要素の個数　$n(\overline{A})=$ ＿＿ $-$ ＿＿

確認問題

● $n(U)=50$，$n(A)=30$，$n(B)=35$，$n(A\cup B)=45$ のとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(\overline{A})$　(2) $n(A\cap B)$　(3) $n(\overline{A}\cup\overline{B})$

(1) $n(\overline{A})=$ ＿＿ $-$ ＿＿

$=$ ＿＿ $-$ ＿＿ $=$ ＿＿

(2) $n(A\cap B)=$ ＿＿ $+$ ＿＿ $-$ ＿＿

$=$ ＿＿ $+$ ＿＿ $-$ ＿＿

$=$ ＿＿

(3) ＿＿ より，

$\overline{A}\cup\overline{B}=$ ＿＿

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=$ ＿＿

$=$ ＿＿ $-$ ＿＿

$=$ ＿＿ $-$ ＿＿

$=$ ＿＿

演習問題

1 $A=\{x|x$ は 20 以下の正の奇数$\}$，$B=\{x|x$ は 36 の正の約数$\}$ とするとき，次の値を求めなさい。 Q1

(1) $n(A)$

(2) $n(B)$

(3) $n(A\cap B)$

(4) $n(A\cup B)$

2 Uを全体集合とし，A，B を Uの部分集合とする。
$n(U)=60$，$n(A)=27$，$n(B)=20$，$n(A\cup B)=38$ のとき，次の値を求めなさい。 Q2

(1) $n(\overline{A})$

(2) $n(A\cap B)$

(3) $n(\overline{A}\cup\overline{B})$

(4) $n(\overline{A}\cap\overline{B})$

3 Uを全体集合とし，A，B を Uの部分集合とする。
$n(U)=20$，$n(A)=5$，$n(B)=13$，$n(A\cup B)=15$ のとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(A\cap\overline{B})$

(2) $n(\overline{A}\cup B)$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 集合 A の要素の個数が有限のとき，その個数を $\boxed{\quad\quad}$ で表す。

和集合の要素の個数　$n(A\cup B)=\boxed{\quad\quad}+\boxed{\quad\quad}-\boxed{\quad\quad\quad}$

特に，$A\cap B=\phi$ のとき，$n(A\cup B)=\boxed{\quad\quad}+\boxed{\quad\quad}$

(2) A の補集合 $\overline{A}$ の要素は，全体集合 U の要素から $\boxed{\quad\quad\quad}$ を除いたものである。

補集合の要素の個数　$n(\overline{A})=\boxed{\quad\quad}-\boxed{\quad\quad}$

1 $A=\{x\mid x$ は 20 以下の正の偶数$\}$，$B=\{x\mid x$ は 24 の正の約数$\}$ とするとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(A)$

(2) $n(B)$

(3) $n(A\cap B)$

(4) $n(A\cup B)$

2 U を全体集合とし，A，B を U の部分集合とする。
$n(U)=40$，$n(A)=18$，$n(B)=23$，$n(A\cup B)=31$ のとき，次の値を求めなさい。

(1) $n(\overline{A})$

(2) $n(A\cap B)$

(3) $n(\overline{A}\cap\overline{B})$

★自分でチェックしてみよう★　●集合の要素の個数

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
集合の要素の個数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
補集合の要素の個数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ