

数列，統計的な推測

— 目 次 —

数列

1 数列と一般項	4
□ Q1 基本 数列と一般項	
□ Q2 基本 一般項を n の式で表す	
2 等差数列①	8
□ Q1 基本 等差数列	
□ Q2 基本 等差数列の一般項	
3 等差数列②	12
□ Q1 基本 等差数列の一般項を求める(1)	
□ Q2 基本 等差数列の一般項を求める(2)	
4 等差数列③	16
□ Q1 標準 等差数列の項の条件から n を求める	
□ Q2 標準 3つの項の数列が等差数列となる条件	
5 等差数列の和	20
□ Q1 基本 等差数列の和	
□ Q2 基本 自然数の和	
6 等差数列の和の応用	24
□ Q1 標準 等差数列の和の応用(1)	
□ Q2 標準 等差数列の和の応用(2)	
7 等比数列①	28
□ Q1 基本 等比数列	
□ Q2 基本 等比数列の一般項	
8 等比数列②	32
□ Q1 基本 等比数列の一般項を求める	
□ Q2 標準 3つの項の数列が等比数列となる条件	
9 等比数列の和	36
□ Q1 基本 等比数列の和	
□ Q2 標準 等比数列の和から一般項を求める	
テスト① 等差数列と等比数列	40
(1~9のまとめ)	
10 自然数の累乗の和	44
□ Q1 基本 自然数の2乗の和	
□ Q2 応用 自然数の3乗の和	
11 和の記号 Σ	48
□ Q1 基本 和の記号 Σ	
□ Q2 基本 自然数に関する和の公式	
12 和の記号 Σ の性質	52
□ Q1 基本 Σ の性質(1)	
□ Q2 基本 Σ の性質(2)	

13 いろいろな和①	56
□ Q1 標準 部分分数分解と数列の和	
□ Q2 応用 分母の有理化と数列の和	
14 いろいろな和②，群数列	60
□ Q1 標準 (等差数列) \times (等比数列) 型の数列の和	
□ Q2 標準 群数列	
15 階差数列，数列の和と一般項	66
□ Q1 標準 階差数列	
□ Q2 標準 数列の和と一般項	
テスト② いろいろな数列	70
(10~15のまとめ)	
16 漸化式①	74
□ Q1 基本 漸化式	
□ Q2 基本 等差数列・等比数列の漸化式	
17 漸化式②	78
□ Q1 標準 $a_{n+1} = a_n + P(n)$ の形の漸化式	
□ Q2 標準 $a_{n+1} - c = p(a_n - c)$ の形の漸化式	
18 漸化式③	82
□ Q1 標準 $a_{n+1} = pa_n + q$ の形の漸化式	
□ Q2 応用 置き換えを利用した漸化式の問題	
19 数学的帰納法①	88
□ Q1 基本 数学的帰納法による等式の証明	
□ Q2 標準 数学的帰納法による不等式の証明	
20 数学的帰納法②	94
□ Q1 標準 数学的帰納法による命題の証明	
□ Q2 応用 数学的帰納法による一般項の証明	
テスト③ 漸化式，数学的帰納法	100
(16~20のまとめ)	
テスト④ 数列	104
(1~20のまとめ)	
チャレンジテスト 数列	108

統計的な推測

1 確率変数と確率分布 112

- Q 基本 確率分布

2 確率変数の期待値 116

- Q1 基本 確率変数の期待値
- Q2 基本 確率変数 $aX + b$ の期待値

3 確率変数の分散と標準偏差① 120

- Q 基本 確率変数の分散と標準偏差

4 確率変数の分散と標準偏差② 124

- Q1 基本 分散と標準偏差の性質
- Q2 基本 確率変数 $aX + b$ の分散と標準偏差

5 確率変数の和の期待値と分散① 128

- Q 基本 確率変数の和の期待値

6 確率変数の和の期待値と分散② 132

- Q 基本 独立な確率変数の期待値や分散

7 二項分布 136

- Q1 基本 二項分布
- Q2 基本 二項分布の期待値と分散

テスト① 確率分布 140

(1~7のまとめ)

8 連続的な確率変数 144

- Q 基本 連続的な確率変数 / 確率密度関数

9 正規分布 148

- Q1 基本 正規分布
- Q2 重要 標準正規分布の利用

10 正規分布による二項分布の近似 152

- Q 重要 正規分布による二項分布の近似

テスト② 正規分布 156

(8~10のまとめ)

11 標本調査 160

- Q1 基本 標本調査と母集団
- Q2 基本 母集団分布

12 標本平均 164

- Q1 基本 標本平均の期待値と標準偏差
- Q2 重要 標本平均の分布と正規分布

13 推定 168

- Q1 基本 母平均の推定
- Q2 基本 母比率の推定

14 仮説検定 172

- Q1 重要 母平均の仮説検定 /
正規分布を使用した母平均の仮説検定
- Q2 重要 正規分布を使用した母比率の仮説検定

テスト③ 統計的な推測 178

(11~14のまとめ)

チャレンジテスト 統計的な推測 182

公式集 186

1

数列 数列と一般項

基本

Q1

一般項が $a_n = 4n - 3$ である数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までを求めなさい。

数列と一般項

数を1列に並べたものを**数列**といい、数列における各数を**項**という。
数列の項は、最初の項から順に第1項、第2項、第3項、……といい、 n 番目の項を**第 n 項**という。
特に、第1項を**初項**という。数列を一般的に表すには、次のように書く。

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$$

この数列を $\{a_n\}$ と略記することもある。

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき、この a_n を数列 $\{a_n\}$ の**一般項**という。一般項が与えられると、 n に 1, 2, 3, …… を代入することにより、その数列の各項を求めることができる。

★ 考え方 ★

$a_n = 4n - 3$ の n に 1, 2, 3, 4 を代入する。

答案

$$a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$$

$$a_2 = 4 \cdot 2 - 3 = 5$$

$$a_3 = 4 \cdot 3 - 3 = 9$$

$$a_4 = 4 \cdot 4 - 3 = 13$$

よって、数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までは、

$$1, 5, 9, 13 \dots\dots\dots \text{答}$$

基本

Q2

次のような数列の一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

(1) $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots\dots$

(2) $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \dots\dots$

一般項を n の式で表す

数列の一般項を n の式で表すには、初項、第2項、第3項、……の数の並び方の規則を読み取って、第 n 項がどんな n の式で表されるかを考える。

(例) $1, 2, 3, 4, 5, \dots\dots \implies$ 第 n 項は n だから、 $a_n = n$

★ 考え方 ★

- (1) $-$ と $+$ が交互に現れる数列では、 -1 が掛けられる個数を考える。
 -1 が奇数個 \implies 符号は $-$
 -1 が偶数個 \implies 符号は $+$
- (2) 分母と分子それぞれについて第 n 項を読み取る。

答案

(1) $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots\dots$ (2) $\frac{1}{1}, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \dots\dots$

第 n 項の絶対値は、 n

第 n 項の符号は、奇数番目が $-$ 、偶数番目が $+$ である。

これは $(-1)^n$ を掛けたものに等しいから、一般項は、

$$a_n = n \cdot (-1)^n \dots\dots \text{答}$$

第 n 項の分子は、 n 番目の正の奇数だから、 $2n - 1$

また、分母は、 $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots\dots$ と考えられるので、

第 n 項の分母は、 n^2

よって、一般項は、

$$a_n = \frac{2n - 1}{n^2} \dots\dots \text{答}$$

学習の目標

- ① 数列の一般項が与えられたとき、項が求められるようになる。
- ② 数列が与えられたとき、その一般項が n の式で表せるようになる。

Q1 <数列と一般項> について、まとめよう。

まとめ

■ 数列の項は、最初の項から順に第1項、第2項、第3項、…… といひ、 n 番目の項を という。

特に、第1項を という。

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき、この a_n を数列 $\{a_n\}$ の という。一般項が与えられると、 n に 1, 2, 3, …… を代入することにより、その数列の各項を求めることができる。

確認問題

一般項が $a_n = 3n + 5$ である数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までを求めなさい。

$$a_1 = 3 \cdot \text{} + 5 = \text{}$$

$$a_2 = 3 \cdot \text{} + 5 = \text{}$$

$$a_3 = 3 \cdot \text{} + 5 = \text{}$$

$$a_4 = 3 \cdot \text{} + 5 = \text{}$$

よって、数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までを書き並べると、

Q2 <一般項を n の式で表す> について、まとめよう。

まとめ

■ 数列の一般項を n の式で表すには、初項、第2項、第3項、…… の数の並び方の規則を読み取って、第 項がどんな n の式で表されるかを考える。

確認問題

● 次のような数列の一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

(1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

(2) $-2, 4, -6, 8, -10, 12, \dots$

(1) $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

第 n 項の分子は、

第 n 項の分母は、

よって、一般項は、

$$a_n = \text{}$$

(2) 各項の絶対値は、2, 4, 6, 8, 10, 12, ……

だから、第 n 項の絶対値は、 $2n$

第 n 項の符号は、奇数番目が ,

偶数番目が である。

これは $(-1)^n$ を掛けたものに等しいから、

一般項は、 $a_n = \text{}$

演習問題

1 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について、初項から第5項までを求めなさい。

→ **Q1**

* (1) $a_n = 2n - 6$

(2) $a_n = -5n + 1$

* (3) $a_n = n^2$

(4) $a_n = 3^n$

2 次のような数列の一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

→ **Q2**

* (1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ……

* (2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots$

* (3) -1, 3, -5, 7, -9, 11, ……

(4) 1·2, 2·3, 3·4, 4·5, 5·6, ……

3 次の数列について、あとの問いに答えなさい。

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{11}{12}, \dots$$

(1) 一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

(2) 第10項を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

数列の項は、最初の項から順に第1項、第2項、第3項、……といい、 n 番目の項を という。特に、第1項を という。

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき、この a_n を数列 $\{a_n\}$ の という。

1 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までを求めなさい。

(1) $a_n = 7n - 5$

(2) $a_n = 2^n$

2 次のような数列の一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

(1) $-2, 2, -2, 2, -2, 2, \dots$

(2) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$

★自分でチェックしてみよう★

●数列と一般項

先生メモ

項 目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
数列, 項, 初項の意味がわかった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
第 n 項, 一般項の意味がわかった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
一般項から項が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
一般項が n の式で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

2

数列 等差数列①

基本 Q1

次のような等差数列の初項から第4項までを求めなさい。

(1) 初項 2, 公差 3

(2) 初項 20, 公差 -5

等差数列

初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を**等差数列**といい、その一定の数 d を**公差**という。

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$$

$\xrightarrow{+d}$ $\xrightarrow{+d}$ $\xrightarrow{+d}$

(例) 初項 1, 公差 2 の等差数列は,

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

★ 考え方 ★

- (1) 公差が 3 だから、初項の 2 に 3 を次々とたしていく。
 (2) 公差が -5 だから、初項の 20 に -5 を次々とたしていく。

答案

数列を $\{a_n\}$ とする。

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad a_1 &= 2 \\ a_2 &= 2 + 3 = 5 \\ a_3 &= 5 + 3 = 8 \\ a_4 &= 8 + 3 = 11 \end{aligned} \right\} \dots \dots \text{答}$$

$$\left. \begin{aligned} (2) \quad a_1 &= 20 \\ a_2 &= 20 + (-5) = 15 \\ a_3 &= 15 + (-5) = 10 \\ a_4 &= 10 + (-5) = 5 \end{aligned} \right\} \dots \dots \text{答}$$

基本 Q2

次のような等差数列の一般項を求めなさい。

(1) 初項 1, 公差 5

(2) 初項 10, 公差 -2

等差数列の一般項

初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ では、 a に d を次々とたすから、

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= a + d \\ a_3 &= a + 2d \\ a_4 &= a + 3d \\ &\vdots \end{aligned}$$

となる。これより、次のことがいえる。

初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = a + (n-1)d$$

★ 考え方 ★

等差数列の一般項の公式に、 a , d の値を代入して求める。

- (1) $a = 1, d = 5$
 (2) $a = 10, d = -2$

答案

一般項を a_n とする。

(1) 初項 $a = 1$, 公差 $d = 5$ だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + (n-1) \cdot 5 \\ &= 5n - 4 \quad \dots \dots \text{答} \end{aligned}$$

(2) 初項 $a = 10$, 公差 $d = -2$ だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 10 + (n-1) \cdot (-2) \\ &= -2n + 12 \quad \dots \dots \text{答} \end{aligned}$$

学習の目標

- ① 等差数列とはどのような数列であるかを理解しよう。
- ② 等差数列の初項と公差が与えられたとき、一般項が求められるようになるろう。

Q1 <等差数列> について、まとめよう。

まとめ

■ 初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を といい、その一定の数 d を という。

確認問題

● 次のような等差数列の初項から第4項までを求めなさい。

(1) 初項 1, 公差 4

(2) 初項 7, 公差 -2

数列を $\{a_n\}$ とする。

(1) $a_1 =$
 $a_2 =$
 $a_3 =$
 $a_4 =$

(2) $a_1 =$
 $a_2 =$
 $a_3 =$
 $a_4 =$

Q2 <等差数列の一般項> について、まとめよう。

まとめ

■ 初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n = \text{$$

確認問題

● 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

(1) 初項 2, 公差 3

(2) 初項 9, 公差 -4

一般項を a_n とする。

(1) 初項 $a = 2$, 公差 $d = 3$ だから,
 $a_n =$ $+$ $(n - 1) \cdot$
 $=$

(2) 初項 $a = 9$, 公差 $d = -4$ だから,
 $a_n =$ $+$ $(n - 1) \cdot$
 $=$

演習問題

1 次のような等差数列の初項から第5項までを求めなさい。

→ **Q1**

★ (1) 初項 5, 公差 4

(2) 初項 -7 , 公差 6

(3) 初項 0, 公差 -6

★ (4) 初項 20, 公差 -3

2 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

→ **Q2**

★ (1) 初項 2, 公差 7

(2) 初項 -4 , 公差 6

★ (3) 初項 8, 公差 -3

(4) 初項 30, 公差 -5

👑 **3** 次の等差数列について、あとの問いに答えなさい。

30, 23, 16, ……

(1) 第4項から第7項までを求めなさい。

(2) 一般項を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□ (1) 初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を といい、その一定の数 d を という。

□□□ (2) 初項 a 、公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = \text{$$

1 次のような等差数列の初項から第4項までを求めなさい。

□□□ (1) 初項 6, 公差 1

□□□ (2) 初項 15, 公差 -4

2 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

□□□ (1) 初項 3, 公差 4

□□□ (2) 初項 12, 公差 -5

★自分でチェックしてみよう★

●等差数列①

先生メモ

項 目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
等差数列がどんな数列かわかった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
公差とは何かわかった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
初項と公差から項が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
一般項が n の式で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

等差数列と等比数列

1 次の問いに答えなさい。

【各4点×5】

- (1) 一般項が $a_n = 7n - 4$ である数列 $\{a_n\}$ について、初項から第4項までを順に書きなさい。

- (2) 次のような数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を、 n の式で表しなさい。

1, 4, 9, 16, 25, ……

- (3) 初項5, 公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

- (4) 第3項が5, 第8項が15である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

- (5) 次の数列が等差数列であるとき、 x の値を求めなさい。

$-5, x, 17$

小計

/20

◆ 到達目標 ◆

- ① 数列に関する用語を覚え、一般項について考えることができる。
- ② 等差数列、等比数列の一般項や和について考えることができる。

得点

/100

2 次の問いに答えなさい。

【各4点×5】

(1) 初項3, 末項20, 項数6の等差数列の和 S を求めなさい。

(2) 初項4, 公差2の等差数列で, 初項から第何項までの和が40になるか求めなさい。

(3) 初項5, 公比 -3 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(4) 第2項が8, 第5項が64である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。ただし, 公比は実数とする。

(5) 初項8, 公比5の等比数列の初項から第 n 項までの和 S を求めなさい。

小計

/20

3 初項 50, 公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい。 【各 5 点 \times 3】

- (1) 一般項 a_n を求めなさい。
- (2) 第何項から負の数になるか求めなさい。
- (3) この数列の正の項だけのすべての和を求めなさい。

4 10 から 100 までの整数について, 次のような数の和を求めなさい。 【各 5 点 \times 3】

- (1) 3 の倍数
- (2) 3 で割ると 1 余る数
- (3) 3 で割り切れない数

小計

15

小計

15

5 4つの数からなる数列
2, a , 18, b
がある。次の問いに答えなさい。

【(1)7点, (2)8点】

- (1) この数列が等差数列であるとき, a , b の値を求めなさい。
- (2) この数列が等比数列であるとき, a , b の値を求めなさい。

6 等比数列 $\{a_n\}$ の各項は実数で, 初項から第3項までの和は21, 第4項から第6項までの和は168である。次の問いに答えなさい。

【(1)10点, (2)5点】

- (1) 一般項 a_n を求めなさい。
- (2) 初項から第 n 項までの和を求めなさい。

小計
15

小計
15