数学 B

数列，統計的な推測

―― 目　次 ――

数列

統計的な推測

1 数列
数列と一般項

基本 Q1 一般項が $a_n=4n-3$ である数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを求めなさい。

数列と一般項

数を 1 列に並べたものを**数列**といい，数列における各数を**項**という。

数列の項は，最初の項から順に第 1 項，第 2 項，第 3 項，…… といい，n 番目の項を**第 n 項**という。

特に，第 1 項を**初項**という。数列を一般的に表すには，次のように書く。

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ \cdots\cdots,\ a_n,\ \cdots\cdots$$

この数列を $\{a_n\}$ と略記することもある。

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，この a_n を数列 $\{a_n\}$ の**一般項**という。一般項が与えられると，n に 1，2，3，…… を代入することにより，その数列の各項を求めることができる。

★ 考え方 ★

$a_n=4n-3$ の n に 1，2，3，4 を代入する。

答案

$a_1=4\cdot1-3=1$　　$a_2=4\cdot2-3=5$

$a_3=4\cdot3-3=9$　　$a_4=4\cdot4-3=13$

よって，数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までは，

1，5，9，13 ……………………………… 答

基本 Q2 次のような数列の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

(1) $-1,\ 2,\ -3,\ 4,\ -5,\ 6,\ \cdots\cdots$　　(2) $1,\ \dfrac{3}{4},\ \dfrac{5}{9},\ \dfrac{7}{16},\ \dfrac{9}{25},\ \cdots\cdots$

一般項を n の式で表す

数列の一般項を n の式で表すには，初項，第 2 項，第 3 項，…… の数の並び方の規則を読み取って，第 n 項がどんな n の式で表されるかを考える。

(例) 1，2，3，4，5，……　$\Longrightarrow$　第 n 項は n だから，$a_n=n$

★ 考え方 ★

(1) $-$ と $+$ が交互に現れる数列では，-1 が掛けられる個数を考える。

-1 が奇数個 $\Longrightarrow$ 符号は $-$

-1 が偶数個 $\Longrightarrow$ 符号は $+$

(2) 分母と分子それぞれについて第 n 項を読み取る。

答案

(1) $-1,\ 2,\ -3,\ 4,\ -5,\ 6,\ \cdots\cdots$

第 n 項の絶対値は，n

第 n 項の符号は，奇数番目が $-$，偶数番目が $+$ である。

これは $(-1)^n$ を掛けたものに等しいから，一般項は，

$$a_n=n\cdot(-1)^n \quad \cdots\cdots \text{答}$$

(2) $\dfrac{1}{1},\ \dfrac{3}{4},\ \dfrac{5}{9},\ \dfrac{7}{16},\ \dfrac{9}{25},\ \cdots\cdots$

第 n 項の分子は，n 番目の正の奇数だから，$2n-1$

また，分母は，$1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ 4^2,\ 5^2,\ \cdots\cdots$ と考えられるので，

第 n 項の分母は，n^2

よって，一般項は，

$$a_n=\frac{2n-1}{n^2} \quad \cdots\cdots\cdots \text{答}$$

学習日	月	日

学習の目標

❶ 数列の一般項が与えられたとき，項が求められるようになろう。
❷ 数列が与えられたとき，その一般項が n の式で表せるようになろう。

Q1 〈数列と一般項〉について，まとめよう。

まとめ

■ 数列の項は，最初の項から順に第 1 項，第 2 項，第 3 項，…… といい，n 番目の項を $\boxed{\quad}$ という。
特に，第 1 項を $\boxed{\quad}$ という。
数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，この a_n を数列 $\{a_n\}$ の $\boxed{\quad}$ という。一般項が与えられると，n に 1，2，3，…… を代入することにより，その数列の各項を求めることができる。

確認問題

□□□ 一般項が $a_n=3n+5$ である数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを求めなさい。

$a_1=3\cdot\boxed{\quad}+5=\boxed{\quad}$　　$a_2=3\cdot\boxed{\quad}+5=\boxed{\quad}$

$a_3=3\cdot\boxed{\quad}+5=\boxed{\quad}$　　$a_4=3\cdot\boxed{\quad}+5=\boxed{\quad}$

よって，数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを書き並べると，

$\boxed{\qquad\qquad}$

Q2 〈一般項を n の式で表す〉について，まとめよう。

まとめ

■ 数列の一般項を n の式で表すには，初項，第 2 項，第 3 項，…… の数の並び方の規則を読み取って，第 $\boxed{\quad}$ 項がどんな n の式で表されるかを考える。

確認問題

● 次のような数列の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

□□□ (1) 1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，……　　□□□ (2) -2，4，-6，8，-10，12，……

(1) $\frac{1}{1}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，……

第 n 項の分子は，$\boxed{\quad}$

第 n 項の分母は，$\boxed{\quad}$

よって，一般項は，

$a_n=\boxed{\quad}$

(2) 各項の絶対値は，2，4，6，8，10，12，……
だから，第 n 項の絶対値は，$2n$

第 n 項の符号は，奇数番目が $\boxed{\quad}$，
偶数番目が $\boxed{\quad}$ である。

これは $(-1)^n$ を掛けたものに等しいから，

一般項は，$a_n=\boxed{\qquad}$

演習問題

1 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 5 項までを求めなさい。 Q1

(1) $a_n = 2n - 6$

(2) $a_n = -5n + 1$

(3) $a_n = n^2$

(4) $a_n = 3^n$

2 次のような数列の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。 Q2

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ……

(2) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, ……

(3) -1, 3, -5, 7, -9, 11, ……

(4) $1 \cdot 2$, $2 \cdot 3$, $3 \cdot 4$, $4 \cdot 5$, $5 \cdot 6$, ……

3 次の数列について，あとの問いに答えなさい。

$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{8},\ \frac{9}{10},\ \frac{11}{12},\ \cdots\cdots$$

(1) 一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

(2) 第 10 項を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□ 数列の項は，最初の項から順に第 1 項，第 2 項，第 3 項，…… といい，n 番目の項を [　　] という。特に，第 1 項を [　　] という。

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，この a_n を数列 $\{a_n\}$ の [　　] という。

1 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを求めなさい。

□□□ (1)　$a_n = 7n - 5$

□□□ (2)　$a_n = 2^n$

2 次のような数列の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

□□□ (1)　$-2,\ 2,\ -2,\ 2,\ -2,\ 2,\ \cdots\cdots$

□□□ (2)　$1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{7},\ \frac{1}{9},\ \cdots\cdots$

★自分でチェックしてみよう★

●数列と一般項

項　目	1 回目(　／　)	2 回目(　／　)	3 回目(　／　)	ここに戻る
数列，項，初項の意味がわかった	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
第 n 項，一般項の意味がわかった	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
一般項から項が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
一般項が n の式で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

2 数列
等差数列①

基本 Q1 次のような等差数列の初項から第 4 項までを求めなさい。

(1) 初項 2，公差 3　　(2) 初項 20，公差 -5

等差数列

初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を**等差数列**といい，その一定の数 d を**公差**という。

$$\underbrace{a_1,\ a_2}_{+d},\ \underbrace{a_3}_{+d},\ \underbrace{a_4}_{+d},\ \cdots\cdots$$

(例) 初項 1，公差 2 の等差数列は，

1，3，5，7，9，……

★ 考え方 ★

(1) 公差が 3 だから，初項の 2 に 3 を次々とたしていく。

(2) 公差が -5 だから，初項の 20に -5 を次々とたしていく。

答案

数列を $\{a_n\}$ とする。

(1)
$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 2 \\ a_2 &= 2+3=5 \\ a_3 &= 5+3=8 \\ a_4 &= 8+3=11 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\text{答}$$

(2)
$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 20 \\ a_2 &= 20+(-5)=15 \\ a_3 &= 15+(-5)=10 \\ a_4 &= 10+(-5)=5 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\text{答}$$

基本 Q2 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

(1) 初項 1，公差 5　　(2) 初項 10，公差 -2

等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ では，a に d を次々とたすから，

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= a+d \\ a_3 &= a+2d \\ a_4 &= a+3d \\ &\vdots \end{aligned}$$

となる。これより，次のことがいえる。

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$\boldsymbol{a_n = a+(n-1)d}$$

★ 考え方 ★

等差数列の一般項の公式に，a，d の値を代入して求める。

(1) $a=1$，$d=5$

(2) $a=10$，$d=-2$

答案

一般項を a_n とする。

(1) 初項 $a=1$，公差 $d=5$ だから，

$$\begin{aligned} a_n &= 1+(n-1)\cdot 5 \\ &= 5n-4 \quad \cdots\cdots\text{答} \end{aligned}$$

(2) 初項 $a=10$，公差 $d=-2$ だから，

$$\begin{aligned} a_n &= 10+(n-1)\cdot(-2) \\ &= -2n+12 \quad \cdots\cdots\text{答} \end{aligned}$$

学習の目標

❶ 等差数列とはどのような数列であるかを理解しよう。
❷ 等差数列の初項と公差が与えられたとき，一般項が求められるようになろう。

Q1 〈等差数列〉について，まとめよう。

まとめ

■ 初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を [　　] といい，その一定の数 d を [　　] という。

確認問題

● 次のような等差数列の初項から第 4 項までを求めなさい。

□□□ (1) 初項 1，公差 4　　□□□ (2) 初項 7，公差 -2

数列を $\{a_n\}$ とする。

(1) $a_1 =$ [　　]
$a_2 =$ [　　]
$a_3 =$ [　　]
$a_4 =$ [　　]

(2) $a_1 =$ [　　]
$a_2 =$ [　　]
$a_3 =$ [　　]
$a_4 =$ [　　]

Q2 〈等差数列の一般項〉について，まとめよう。

まとめ

■ 初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$a_n =$ [　　]

確認問題

● 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

□□□ (1) 初項 2，公差 3　　□□□ (2) 初項 9，公差 -4

一般項を a_n とする。

(1) 初項 $a=2$，公差 $d=3$ だから，

$a_n =$ [　　] $+(n-1)\cdot$ [　　]
$=$ [　　]

(2) 初項 $a=9$，公差 $d=-4$ だから，

$a_n =$ [　　] $+(n-1)\cdot$ [　　]
$=$ [　　]

演習問題

1 次のような等差数列の初項から第 5 項までを求めなさい。 → Q1

(1) 初項 5，公差 4

(2) 初項 −7，公差 6

(3) 初項 0，公差 −6

(4) 初項 20，公差 −3

2 次のような等差数列の一般項を求めなさい。 → Q2

(1) 初項 2，公差 7

(2) 初項 −4，公差 6

(3) 初項 8，公差 −3

(4) 初項 30，公差 −5

3 次の等差数列について，あとの問いに答えなさい。

30，23，16，……

(1) 第 4 項から第 7 項までを求めなさい。

(2) 一般項を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1)　初項に一定の数 d を次々とたして得られる数列を［　　　］といい，その一定の数 d を［　　　］という。

□□□(2)　初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$a_n=$［　　　］

1 次のような等差数列の初項から第 4 項までを求めなさい。

□□□(1)　初項 6，公差 1

□□□(2)　初項 15，公差 -4

2 次のような等差数列の一般項を求めなさい。

□□□(1)　初項 3，公差 4

□□□(2)　初項 12，公差 -5

★自分でチェックしてみよう★

●等差数列①

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
等差数列がどんな数列かわかった	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
公差とは何かわかった	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
初項と公差から項が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
一般項が n の式で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

TEST 1

■定期試験対策

学習日　　月　　日

等差数列と等比数列

1 次の問いに答えなさい。 【各 4 点× 5】

(1) 一般項が $a_n = 7n - 4$ である数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを順に書きなさい。

(2) 次のような数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

$1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ \cdots\cdots$

(3) 初項 5，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(4) 第 3 項が 5，第 8 項が 15 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(5) 次の数列が等差数列であるとき，x の値を求めなさい。

$-5,\ x,\ 17$

小計 ／20

✦ 到達目標 ✦

❶数列に関する用語を覚え，一般項について考えることができる。

❷等差数列，等比数列の一般項や和について考えることができる。

得点

／100

2 次の問いに答えなさい。 【各 4 点× 5】

(1) 初項 3，末項 20，項数 6 の等差数列の和 S を求めなさい。

(2) 初項 4，公差 2 の等差数列で，初項から第何項までの和が 40 になるか求めなさい。

(3) 初項 5，公比 -3 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(4) 第 2 項が 8，第 5 項が 64 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

(5) 初項 8，公比 5 の等比数列の初項から第 n 項までの和 S を求めなさい。

小計

／20

3 初項 50，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。【各 5 点× 3】

(1) 一般項 a_n を求めなさい。

(2) 第何項から負の数になるか求めなさい。

(3) この数列の正の項だけのすべての和を求めなさい。

小計 ／15

4 10 から 100 までの整数について，次のような数の和を求めなさい。【各 5 点× 3】

(1) 3 の倍数

(2) 3 で割ると 1 余る数

(3) 3 で割り切れない数

小計 ／15

5　4 つの数からなる数列

$$2,\ a,\ 18,\ b$$

がある。次の問いに答えなさい。

【(1) 7 点，(2) 8 点】

(1)　この数列が等差数列であるとき，a，b の値を求めなさい。

(2)　この数列が等比数列であるとき，a，b の値を求めなさい。

小計　／15

6　等比数列 $\{a_n\}$ の各項は実数で，初項から第 3 項までの和は 21，第 4 項から第 6 項までの和は 168 である。次の問いに答えなさい。

【(1) 10 点，(2) 5 点】

(1)　一般項 a_n を求めなさい。

(2)　初項から第 n 項までの和を求めなさい。

小計　／15