数学C

ベクトル，平面上の曲線，複素数平面

—— 目　次 ——

ベクトル

1 ベクトル
ベクトルとその表し方

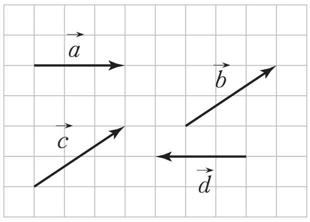
基本 Q1

右の図で，次のようなベクトルはどれとどれか。

(1)　大きさの等しいベクトル

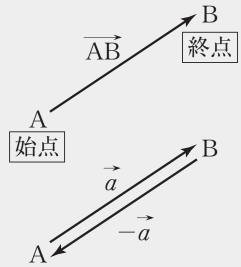
(2)　互いに等しいベクトル

(3)　互いに逆ベクトル



ベクトルの定義

向きと大きさで定まる量を**ベクトル**という。線分 AB を，点 A から点 B に向かう向きをつけて考えるとき，その線分を**有向線分 AB** といい，A をその**始点**，B をその**終点**という。有向線分 AB で表されるベクトルを $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ と書く。また，$\vec{\boldsymbol{a}}$ などの記号を使って表す場合もある。



ベクトルの長さのことを**ベクトルの大きさ**という。

また，2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の向きと大きさが等しいとき，これらのベクトルは等しいといい，$\vec{\boldsymbol{a}}=\vec{\boldsymbol{b}}$ と表す。

ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを $\vec{a}$ の**逆ベクトル**といい，$-\vec{\boldsymbol{a}}$ で表す。

★ 考え方 ★

それぞれ，ベクトルの定義を確認してあてはまるものをさがす。

答案

(1)　長さが等しいベクトルだから，
$\vec{a}$ と $\vec{d}$，$\vec{b}$ と $\vec{c}$ ……答

(2)　向きと大きさが等しいベクトルだから，
$\vec{b}$ と $\vec{c}$ …答

(3)　大きさが等しく，向きが反対であるベクトルだから，
$\vec{a}$ と $\vec{d}$ …答

基本 Q2

Q1 の図で，次のベクトルの大きさを求めなさい。ただし，方眼の 1 目盛りの長さを 1 とする。

(1)　$\vec{\boldsymbol{a}}$　　　(2)　$\vec{\boldsymbol{b}}$

ベクトルの大きさ

ベクトルの大きさは，その有向線分の長さである。

ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の大きさを，$|\overrightarrow{\mathbf{AB}}|$ と表す。

★ 考え方 ★

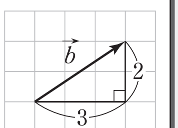
$\vec{a}$，$\vec{b}$ それぞれの有向線分の長さを求める。

(2)　$|\vec{b}|$は，三平方の定理を使って求める。

答案

(1)　$\vec{a}$ の有向線分の長さは 3 だから，
$|\vec{a}|=3$ ………答

(2)　$\vec{b}$ の有向線分の長さは，
$\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$
だから，$|\vec{b}|=\sqrt{13}$ …………答



学習日	月	日

学習の目標

❶ 等しいベクトルや逆ベクトル，ベクトルの大きさなど，ベクトルの定義を覚えよう。
❷ ベクトルの大きさが求められるようになろう。

Q1 〈ベクトルの定義〉について，まとめよう。

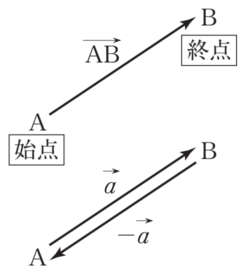
まとめ

■ 有向線分 AB で表されるベクトルを □ と書き，点 A を □ ，点 B を □ という。

ベクトルの長さのことをベクトルの □ という。

2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の向きと大きさが等しいとき，これらのベクトルは等しいといい，□ と表す。

ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを $\vec{a}$ の逆ベクトルといい，□ で表す。



確認問題

● 右下の図で，次のようなベクトルはどれとどれか。

□□□ (1)　大きさの等しいベクトル

□□□ (2)　互いに等しいベクトル

□□□ (3)　互いに逆ベクトル

(1)　長さが等しいベクトルだから，

$\vec{a}$ と □ ，

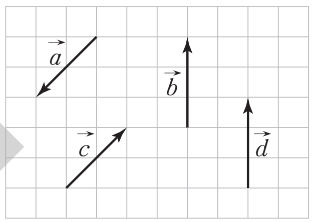
$\vec{b}$ と □

(2)　向きと大きさが等しいベクトルだから，

□

(3)　大きさが等しく，向きが反対であるベクトルだから，

□



Q2 〈ベクトルの大きさ〉について，まとめよう。

まとめ

■ ベクトルの大きさは，その有向線分の長さである。ベクトル $\overrightarrow{AB}$ の大きさを，□ と表す。

確認問題

□□□ 右下の図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$ の大きさを求めなさい。ただし，方眼の 1 目盛りの長さを 1 とする。

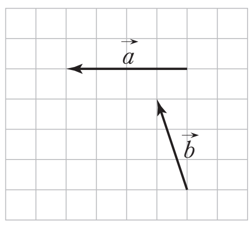
$\vec{a}$ の有向線分の長さは □

だから，$|\vec{a}|=$ □

$\vec{b}$ の有向線分の長さは，

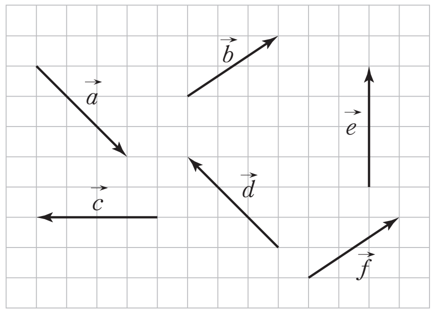
$\sqrt{1^2+3^2}=$ □

だから，$|\vec{b}|=$ □



演習問題

1 **右の図で，次のようなベクトルはどれとどれか。** Q1

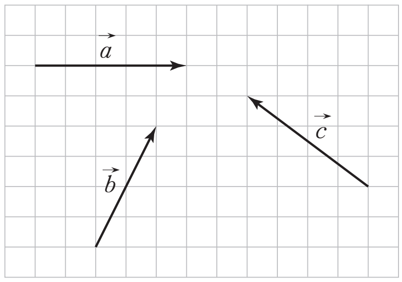


(1)　大きさの等しいベクトル

(2)　互いに等しいベクトル

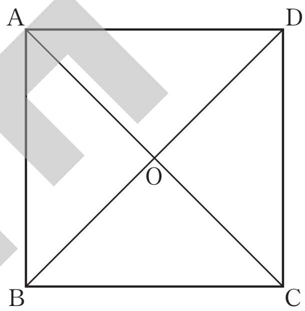
(3)　互いに逆ベクトル

2 **次の問いに答えなさい。** Q2



右の図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ の大きさを求めなさい。
ただし，方眼の 1 目盛りの長さを 1 とする。

3 **1 辺が 1 の正方形 ABCD の対角線 AC，BD の交点を O とする。**
図の中の線分を有向線分とするベクトルについて，次の問いに答えなさい。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と等しいベクトルはどれか。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の逆ベクトルはどれか。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の大きさはいくつか。

理解度チェック

★ **次の空欄をうめなさい。**

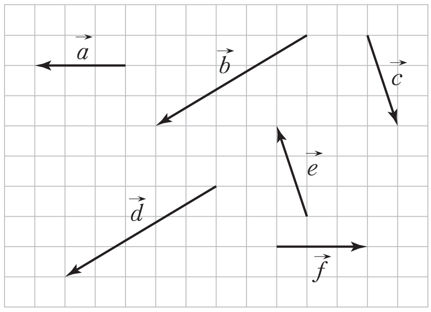
(1)　有向線分 AB で表されるベクトルを $\boxed{\quad}$ と書き，点 A を $\boxed{\quad}$ ，点 B を $\boxed{\quad}$ という。

(2)　ベクトル $\vec{a}$ の長さのことをベクトル $\vec{a}$ の大きさといい，$\boxed{\quad}$ と表す。

(3)　2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の向きと大きさが等しいとき，これらのベクトルは等しいといい，
$\boxed{\quad}$ と表す。

(4)　ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを $\vec{a}$ の逆ベクトルといい，
$\boxed{\quad}$ で表す。

1 **右の図で，次のようなベクトルはどれとどれか。**



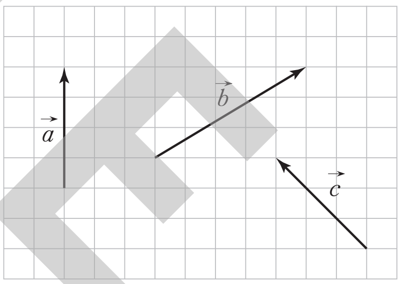
(1)　大きさの等しいベクトル

(2)　互いに等しいベクトル

(3)　互いに逆ベクトル

2 **次の問いに答えなさい。**

右の図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ の大きさを求めなさい。
ただし，方眼の 1 目盛りの長さを 1 とする。



★自分でチェックしてみよう★　　**●ベクトルとその表し方**

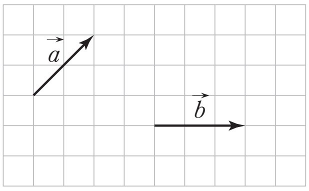
項　目	1 回目（　／　）	2 回目（　／　）	3 回目（　／　）	ここに戻る
等しいベクトルが理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
逆ベクトルが理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
大きさの等しいベクトルがわかった	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
ベクトルの大きさが求められた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

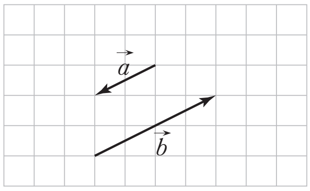
2 ベクトル
ベクトルの加法と減法

基本 Q1 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

(1)



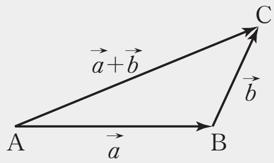
(2)



ベクトルの加法

ベクトル $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ とベクトル $\vec{b}$ に対して，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ となるように点Cをとる。このようにして定まるベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の**和**といい，$\vec{a}+\vec{b}$ と表す。

すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$



ベクトルの加法について，次のことが成り立つ。

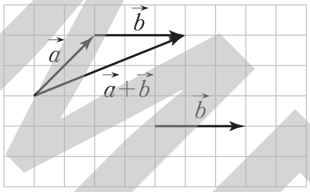
1 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$　　**2** $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

★ 考え方 ★

まず $\vec{a}$ の終点に $\vec{b}$ の始点がくるように $\vec{b}$ を平行移動する。そして，$\vec{a}$ の始点から $\vec{b}$ の終点を結ぶベクトルをかく。

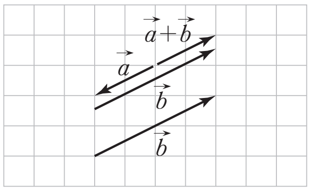
答案

(1)



……答

(2)



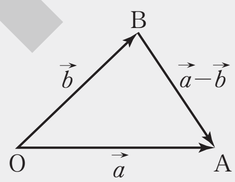
……答

基本 Q2 **Q1** のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

ベクトルの減法

ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して，$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$ を満たすベクトル $\vec{c}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の**差**といい，$\vec{a}-\vec{b}$ と表す。一般に，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ だから，次のことが成り立つ。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$



また，ベクトルの減法について，次の等式が成り立つ。

1 $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$　　**2** $\vec{a}-\vec{a}=\vec{0}$

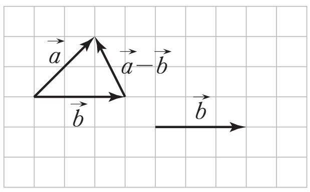
始点と終点が一致したベクトルを零ベクトルといい，$\vec{0}$ で表す。

★ 考え方 ★

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の始点がそろうようにどちらかを平行移動して，$\vec{b}$ の終点から $\vec{a}$ の終点を結ぶベクトルをかく。

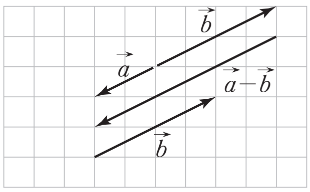
答案

(1)



……答

(2)



……答

学習の目標

❶ ベクトルの加法を理解し，図示できるようになろう。
❷ ベクトルの減法を理解し，図示できるようになろう。

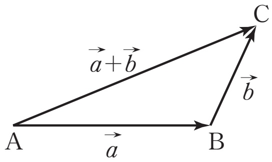
Q1 〈ベクトルの加法〉について，まとめよう。

まとめ

■ $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ と $\vec{b}$ に対して，$\vec{b}=\overrightarrow{BC}$ となるように点Cをとるとき，

ベクトル $\overrightarrow{AC}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\quad\quad}$ といい，$\boxed{\quad\quad}$ と表す。

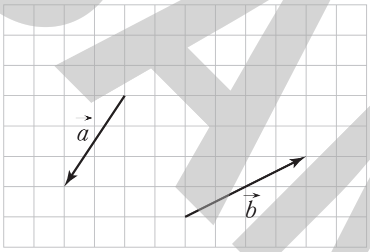
すなわち，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boxed{\quad\quad}$



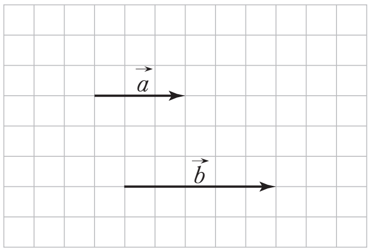
確認問題

● 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

(1)



(2)

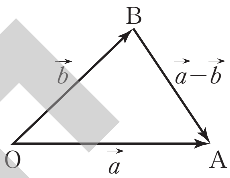


Q2 〈ベクトルの減法〉について，まとめよう。

まとめ

■ $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して，$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$ を満たすベクトル $\vec{c}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\quad\quad}$ といい，$\boxed{\quad\quad}$ と表す。次のことが成り立つ。

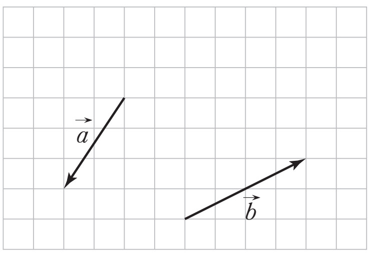
$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\boxed{\quad\quad}$



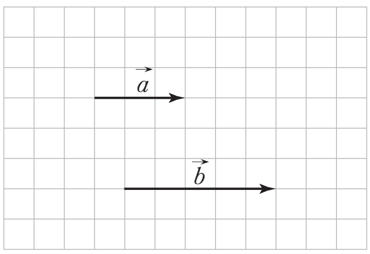
確認問題

● 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

(1)



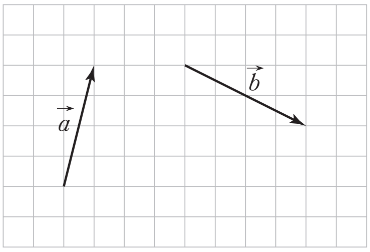
(2)



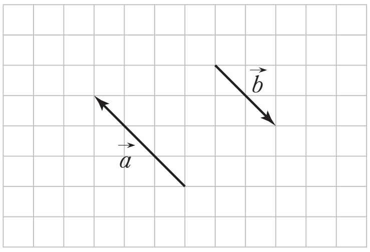
演習問題

1 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。 Q1

(1)

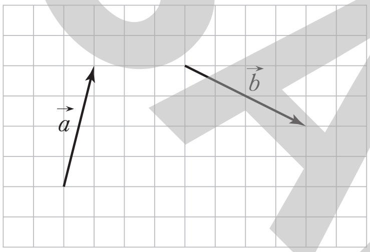


(2)

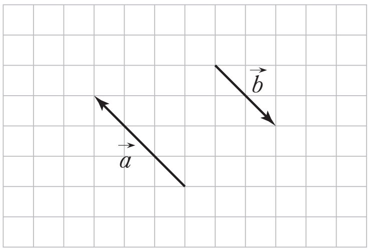


2 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。 Q2

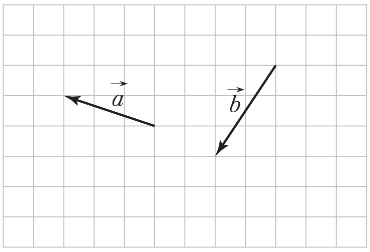
(1)



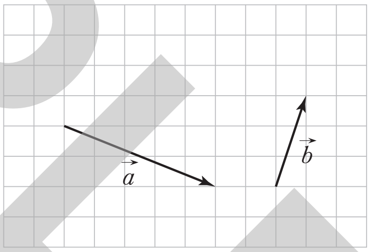
(2)



(3)

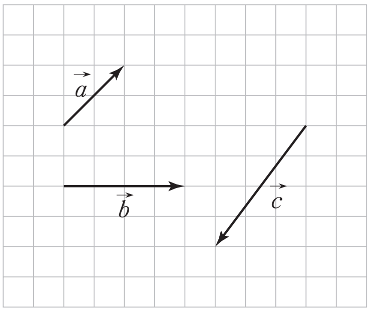


(4)

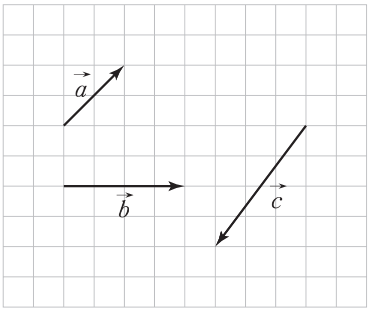


3 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ について，(1)，(2)のそれぞれのベクトルを図示しなさい。

(1) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$



(2) $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$



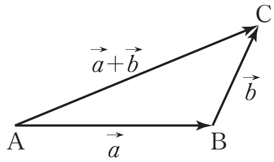
理解度チェック

★ **次の空欄をうめなさい。**

□□□ (1) $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\vec{b}$ に対して，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ となるように点Cをとるとき，

ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ と表す。

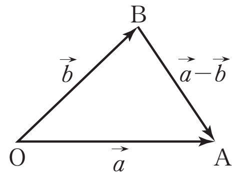
すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\boxed{}$



□□□ (2) $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して，$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$ を満たすベクトル $\vec{c}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の

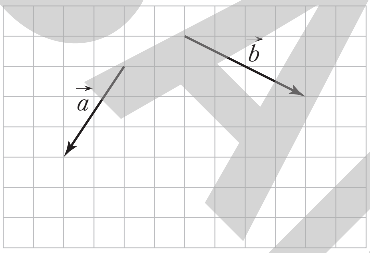
$\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ と表す。次のことが成り立つ。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{}$

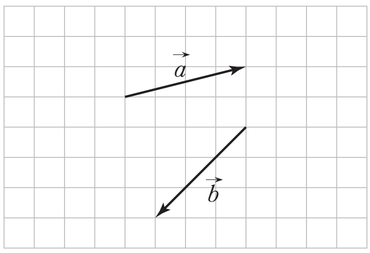


1 **次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。**

□□□ (1)

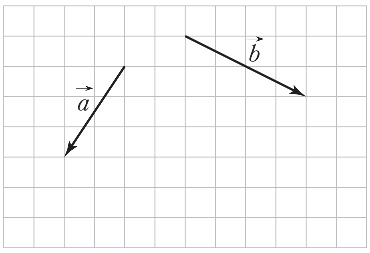


□□□ (2)

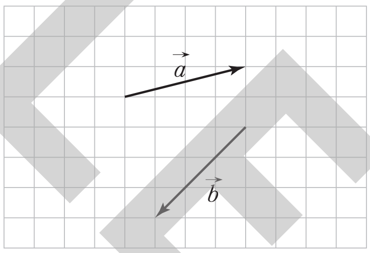


2 **次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。**

□□□ (1)



□□□ (2)



★自分でチェックしてみよう★

●ベクトルの加法と減法

項　目	1回目（　／　）	2回目（　／　）	3回目（　／　）	ここに戻る
ベクトルの和が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
ベクトルの和が図示できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
ベクトルの差が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2
ベクトルの差が図示できた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

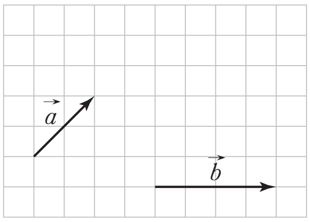
■定期試験対策

ベクトル

学習日　　月　　日

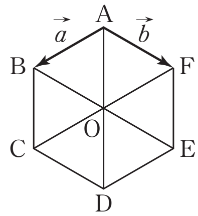
1 次の問いに答えなさい。 【各 4 点× 5】

(1) 右のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$2\vec{a}-\vec{b}$ を図示しなさい。



左図に記入

(2) 正六角形 ABCDEF において，対角線 AD，BE，CF の交点を O とする。
$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{BD}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。



(3) $\vec{a}=(3,\ 2)$，$\vec{b}=(-1,\ 4)$ のとき，$\vec{c}=(11,\ -2)$ を，適当な実数 s，t を用いて $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に表しなさい。

(4) 2 つのベクトル $\vec{a}=(2,\ -3)$，$\vec{b}=(x,\ 2-x)$ が平行になるように，x の値を定めなさい。

(5) 4 点 A(1, 3)，B(4, 1)，C(7, 4)，D を頂点とする平行四辺形 ABCD がある。頂点 D の座標を求めなさい。

小計 /20

✦ 到達目標 ✦

❶ベクトルの基本的な表し方や成分表示の問題を解くことができる。

❷内積の定義を覚え，内積の性質を使って問題を解くことができる。

得点

／100

2 次の問いに答えなさい。 【各 4 点× 5】

(1) 1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC において，内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ の値を求めなさい。

(2) 2 つのベクトル $\vec{a}=(2,\ -\sqrt{3})$，$\vec{b}=(1,\ 3\sqrt{3})$ のなす角 θ を求めなさい。ただし，$0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。

(3) 2 つのベクトル $\vec{a}=(x,\ -4)$，$\vec{b}=(3,\ x+1)$ が垂直になるような x の値を求めなさい。

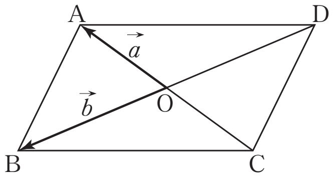
(4) $\vec{a}=(4,\ -3)$ に垂直で，大きさが 10 のベクトル $\vec{b}$ を求めなさい。

(5) $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$ のとき，$|2\vec{a}+3\vec{b}|$ の値を求めなさい。

小計

／20

3 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。



このとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。　【各 5 点× 3】

(1) $\overrightarrow{CD}$

(2) $\overrightarrow{AC}$

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$

小計 ／15

4 $\vec{a}=(2,\ 5)$，$\vec{b}=(1,\ -1)$ とする。次の問いに答えなさい。　【(1) 5 点，(2) 10 点】

(1) $\vec{x}-2\vec{a}=\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を求めなさい。

(2) $\vec{a}+t\vec{b}$ の大きさが 5 となるような実数 t の値を求めなさい。

小計 ／15

5 3点 A(0, 2), B(1, 0), C(2, 1) を頂点とする △ABC の面積を，次の手順で求めなさい。

【各5点×3】

(1) 内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を求めなさい。

(2) $\angle BAC=\theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。

小計 ／15

6 ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$ のとき，次の問いに答えなさい。

【各5点×3】

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めなさい。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めなさい。
ただし，$0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。

(3) $\vec{a}+t\vec{b}$ と $\vec{a}$ が垂直になるような実数 t の値を求めなさい。

小計 ／15