

ベクトル，平面上の曲線，複素数平面

— 目 次 —

ベクトル

1	ベクトルとその表し方 4
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの定義
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルの大きさ
2	ベクトルの加法と減法 8
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの加法
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルの減法
3	ベクトルの演算 12
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの実数倍
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルの計算法則
4	ベクトルの平行，分解 16
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの平行
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> ベクトルの分解
5	ベクトルの成分表示 20
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの成分表示
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルの和，差，実数倍の成分表示
6	成分表示とベクトルの平行，分解 24
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 成分で表されたベクトルの分解
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 成分で表されたベクトルの平行
7	座標平面上の点とベクトル 28
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 2点 A, B とベクトル \vec{AB}
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 平行四辺形の頂点の座標
8	ベクトルの内積 32
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの内積の定義
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルの内積
9	成分表示による内積 36
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 成分による内積の表示
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> ベクトルのなす角
10	ベクトルの垂直条件 40
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの垂直条件
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 1つのベクトルに垂直なベクトル
11	内積の性質 44
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> 内積の性質
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 内積の性質の利用
テスト①	ベクトル 48
	(1~11のまとめ)
12	位置ベクトル 52
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 位置ベクトル
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 三角形の重心の位置ベクトル
13	ベクトルと平面図形 56
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> 交点の位置ベクトル
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 等式を満たす点の位置
14	内積と平面図形 62
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> 内積と三角形の面積
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 内積を利用した図形の証明
15	直線のベクトル方程式 66
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> あるベクトルに平行な直線
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 2点を通る直線
16	ベクトル方程式の応用 70
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> ベクトルの等式を満たす点の存在範囲
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> あるベクトルに垂直な直線の方程式

17	ベクトル方程式の表す図形 74
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> 円のベクトル方程式
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>応用</small> 内積の方程式で表された図形
テスト②	ベクトルと平面図形 78
	(12~17のまとめ)
18	空間座標① 82
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 空間座標
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 2点間の距離
19	空間座標② 86
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 座標平面・座標軸に関して対称な点
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 平面の方程式
20	空間のベクトル 90
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 空間のベクトル
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 空間ベクトルの分解
21	空間ベクトルの成分 94
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 空間ベクトルの成分表示
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 空間ベクトルの大きさ
22	空間ベクトルの成分による計算 98
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> ベクトルの和・差・実数倍
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>基本</small> 2点 A, B とベクトル \vec{AB}
23	空間ベクトルの平行，分解 102
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>標準</small> 空間ベクトルの平行
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 空間ベクトルの分解
24	空間ベクトルの内積 106
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 空間ベクトルの内積
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 空間ベクトルの垂直条件
25	空間の位置ベクトル 110
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 内分点・外分点の位置ベクトル
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 4点が同一平面上にある条件
26	空間ベクトルの内積の応用 116
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 垂線との交点
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 三角形の面積
27	球面の方程式 120
<input type="checkbox"/>	Q1 <small>基本</small> 球面の方程式
<input type="checkbox"/>	Q2 <small>標準</small> 球面と平面が交わってできる円
テスト③	空間ベクトル 124
	(18~27のまとめ)
テスト④	ベクトル 128
	(1~27のまとめ)
チャレンジテスト	ベクトル 132

1

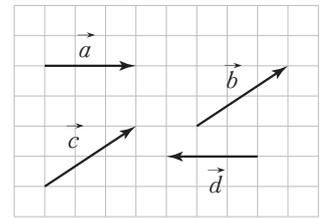
ベクトル ベクトルとその表し方

基本

Q1

右の図で、次のようなベクトルはどれとどれか。

- (1) 大きさの等しいベクトル
- (2) 互いに等しいベクトル
- (3) 互いに逆ベクトル



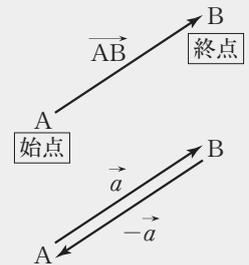
ベクトルの定義

向きと大きさで定まる量を**ベクトル**という。線分 AB を、点 A から点 B に向かう向きをつけて考えるとき、その線分を**有向線分 AB**といい、A をその**始点**、B をその**終点**という。有向線分 AB で表されるベクトルを \overrightarrow{AB} と書く。また、 \vec{a} などの記号を使って表す場合もある。

ベクトルの長さのことを**ベクトルの大きさ**という。

また、2つのベクトル \vec{a} 、 \vec{b} の向きと大きさが等しいとき、これらのベクトルは等しいといい、 $\vec{a} = \vec{b}$ と表す。

ベクトル \vec{a} と大きさが等しく、向きが反対であるベクトルを \vec{a} の**逆ベクトル**といい、 $-\vec{a}$ で表す。



★ 考え方 ★

それぞれ、ベクトルの定義を確認してあてはまるものをさがす。

答案

- | | | |
|--|--|--|
| (1) 長さが等しいベクトルだから、 \vec{a} と \vec{d} 、 \vec{b} と \vec{c} ……答 | (2) 向きと大きさが等しいベクトルだから、 \vec{b} と \vec{c} ……答 | (3) 大きさが等しく、向きが反対であるベクトルだから、 \vec{a} と \vec{d} ……答 |
|--|--|--|

基本

Q2

Q1 の図で、次のベクトルの大きさを求めなさい。ただし、方眼の1目盛りの長さを1とする。

- (1) \vec{a}
- (2) \vec{b}

ベクトルの大きさ

ベクトルの大きさは、その有向線分の長さである。

ベクトル \overrightarrow{AB} の大きさを、 $|\overrightarrow{AB}|$ と表す。

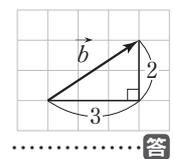
★ 考え方 ★

(1) \vec{a} 、 \vec{b} それぞれの有向線分の長さを求める。

(2) $|\vec{b}|$ は、三平方の定理を使って求める。

答案

- | | |
|--|--|
| (1) \vec{a} の有向線分の長さは3だから、 $ \vec{a} = 3$ ……答 | (2) \vec{b} の有向線分の長さは、 $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ だから、 $ \vec{b} = \sqrt{13}$ ……答 |
|--|--|



学習の目標

- ① 等しいベクトルや逆ベクトル，ベクトルの大きさなど，ベクトルの定義を覚えよう。
- ② ベクトルの大きさが求められるようになるう。

Q1 <ベクトルの定義> について，まとめよう。

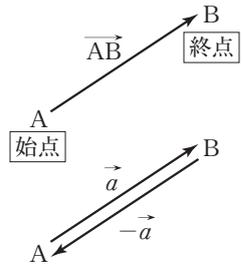
まとめ

■ 有向線分 AB で表されるベクトルを と書き，点 A を ，点 B を という。

ベクトルの長さのことをベクトルの という。

2つのベクトル \vec{a} ， \vec{b} の向きと大きさが等しいとき，これらのベクトルは等しいといい， と表す。

ベクトル \vec{a} と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを \vec{a} の逆ベクトルといい， で表す。

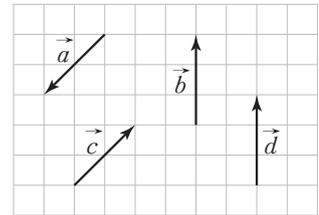


確認問題

● 右下の図で，次のようなベクトルはどれとどれか。

- (1) 大きさの等しいベクトル
- (2) 互いに等しいベクトル
- (3) 互いに逆ベクトル

- (1) 長さが等しいベクトルだから， \vec{a} と ， \vec{b} と
- (2) 向きと大きさが等しいベクトルだから，
- (3) 大きさが等しく，向きが反対であるベクトルだから，



Q2 <ベクトルの大きさ> について，まとめよう。

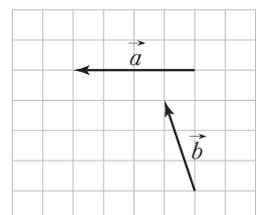
まとめ

■ ベクトルの大きさは，その有向線分の長さである。ベクトル \overline{AB} の大きさを， と表す。

確認問題

右下の図で， \vec{a} ， \vec{b} の大きさを求めなさい。ただし，方眼の1目盛りの長さを1とする。

- \vec{a} の有向線分の長さは だから， $|\vec{a}| = \text{$
- \vec{b} の有向線分の長さは， $\sqrt{1^2 + 3^2} = \text{$ だから， $|\vec{b}| = \text{$



演習問題

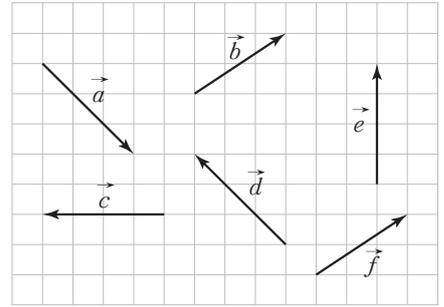
1 右の図で、次のようなベクトルはどれとどれか。

→ **Q1**

★ (1) 大きさの等しいベクトル

★ (2) 互いに等しいベクトル

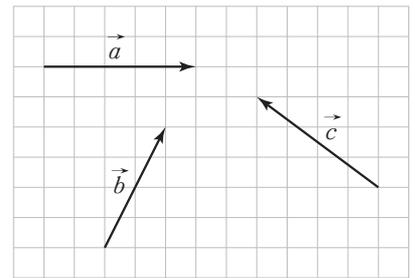
★ (3) 互いに逆ベクトル



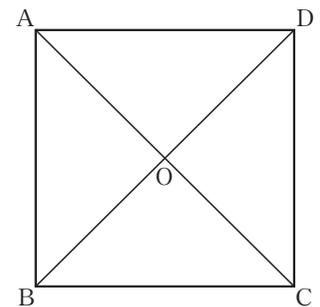
2 次の問いに答えなさい。

→ **Q2**

★ 右の図で、 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} の大きさを求めなさい。
ただし、方眼の1目盛りの長さを1とする。



3 1辺が1の正方形 ABCD の対角線 AC, BD の交点を O とする。
図の中の線分を有向線分とするベクトルについて、次の問いに答えなさい。



(1) \overrightarrow{AB} と等しいベクトルはどれか。

(2) \overrightarrow{OA} の逆ベクトルはどれか。

(3) \overrightarrow{AC} の大きさはいくつか。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 有向線分 AB で表されるベクトルを と書き、点 A を , 点 B を という。

(2) ベクトル \vec{a} の長さのことをベクトル \vec{a} の大きさといい、 と表す。

(3) 2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} の向きと大きさが等しいとき、これらのベクトルは等しいといい、 と表す。

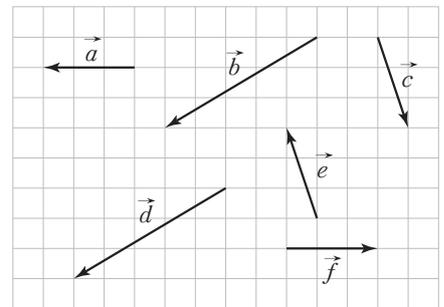
(4) ベクトル \vec{a} と大きさが等しく、向きが反対であるベクトルを \vec{a} の逆ベクトルといい、 で表す。

1 右の図で、次のようなベクトルはどれとどれか。

(1) 大きさの等しいベクトル

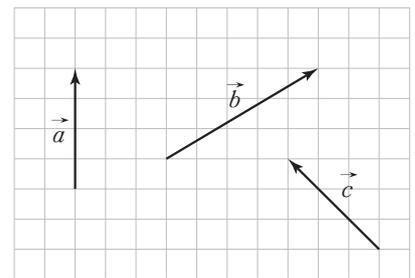
(2) 互いに等しいベクトル

(3) 互いに逆ベクトル



2 次の問いに答えなさい。

右の図で、 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} の大きさを求めなさい。
ただし、方眼の1目盛りの長さを1とする。



★自分でチェックしてみよう★

●ベクトルとその表し方

先生メモ

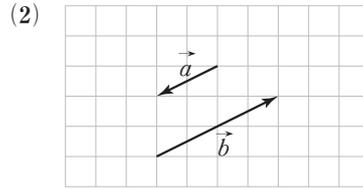
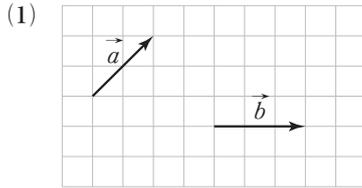
項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
等しいベクトルが理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
逆ベクトルが理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
大きさの等しいベクトルがわかった	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
ベクトルの大きさが求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

2

ベクトル ベクトルの加法と減法

基本 Q1

次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} + \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。



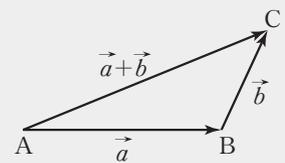
ベクトルの加法

ベクトル $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ とベクトル \vec{b} に対して, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ となるように点 C をとる。
このようにして定まるベクトル \overrightarrow{AC} を, \vec{a} と \vec{b} の和といい, $\vec{a} + \vec{b}$ と表す。

すなわち, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

ベクトルの加法について, 次のことが成り立つ。

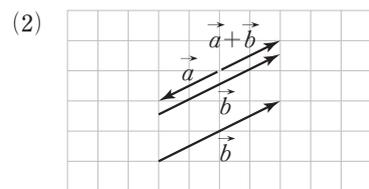
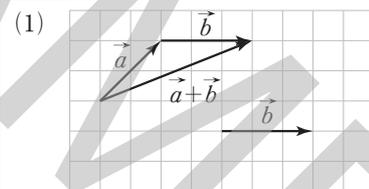
1 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ 2 $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$



★ 考え方 ★

まず \vec{a} の終点に \vec{b} の始点がくるように \vec{b} を平行移動する。
そして, \vec{a} の始点から \vec{b} の終点を結ぶベクトルをかく。

答案



..... 答

..... 答

基本 Q2

Q1 のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

ベクトルの減法

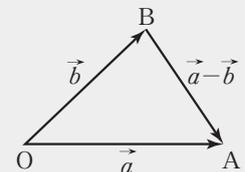
ベクトル \vec{a} , \vec{b} に対して, $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$ を満たすベクトル \vec{c} を, \vec{a} と \vec{b} の差といい, $\vec{a} - \vec{b}$ と表す。一般に, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$ だから, 次のことが成り立つ。

$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

また, ベクトルの減法について, 次の等式が成り立つ。

1 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ 2 $\vec{a} - \vec{a} = \vec{0}$

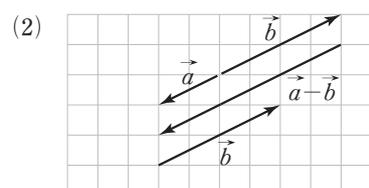
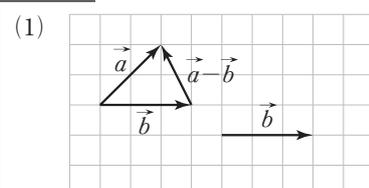
始点と終点一致したベクトルを零ベクトルといい, $\vec{0}$ で表す。



★ 考え方 ★

\vec{a} と \vec{b} の始点がそろうようにどちらかを平行移動して, \vec{b} の終点から \vec{a} の終点を結ぶベクトルをかく。

答案



..... 答

..... 答

学習の目標

- ① ベクトルの加法を理解し、図示できるようになる。
- ② ベクトルの減法を理解し、図示できるようになる。

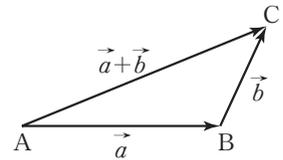
Q1 <ベクトルの加法> について、まとめよう。

まとめ

■ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ と \vec{b} に対して、 $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ となるように点 C をとるとき、

ベクトル \overrightarrow{AC} を、 \vec{a} と \vec{b} の といい、 と表す。

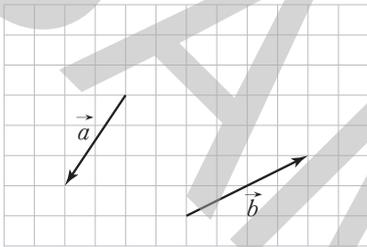
すなわち、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\quad}$



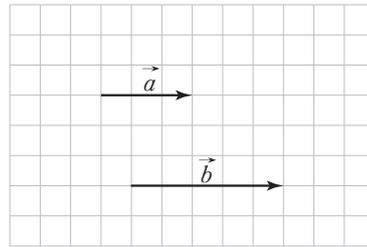
確認問題

- 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について、 $\vec{a} + \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

(1)



(2)



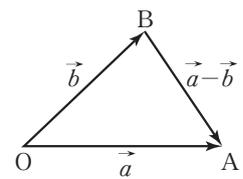
Q2 <ベクトルの減法> について、まとめよう。

まとめ

■ \vec{a} , \vec{b} に対して、 $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$ を満たすベクトル \vec{c} を、 \vec{a} と \vec{b} の とい

い、 と表す。次のことが成り立つ。

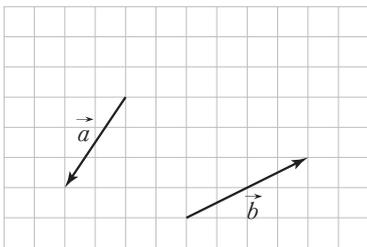
$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\quad}$



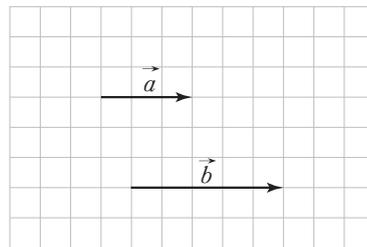
確認問題

- 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について、 $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

(1)



(2)

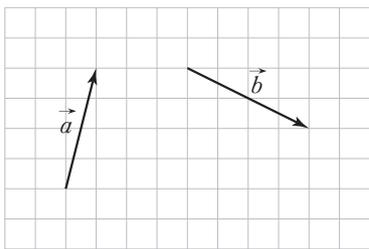


演習問題

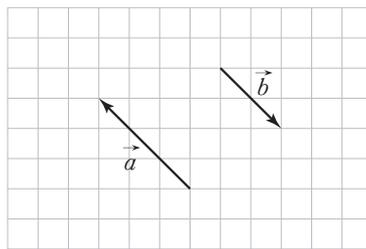
1 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} + \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

→ **Q1**

★ (1)



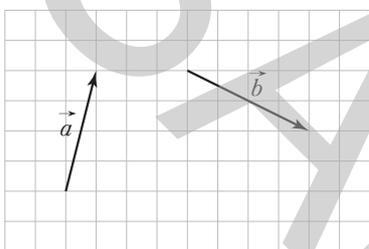
(2)



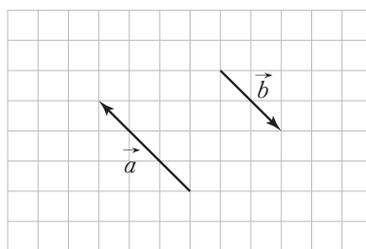
2 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。

→ **Q2**

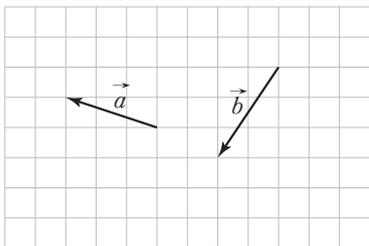
★ (1)



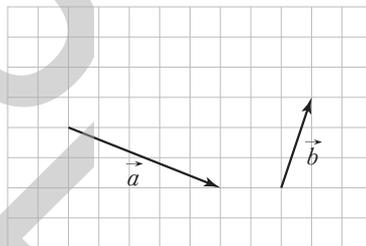
(2)



(3)

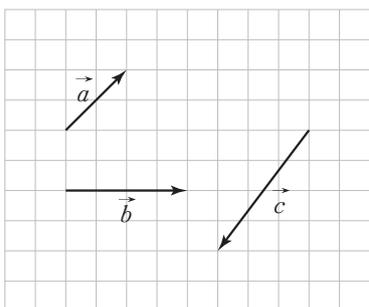


(4)

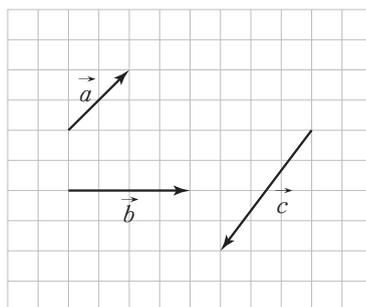


👑 **3** 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} について, (1), (2)のそれぞれのベクトルを図示しなさい。

(1) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



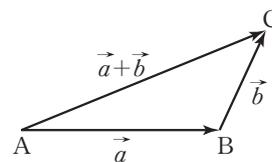
(2) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$



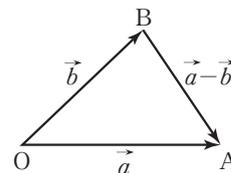
理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

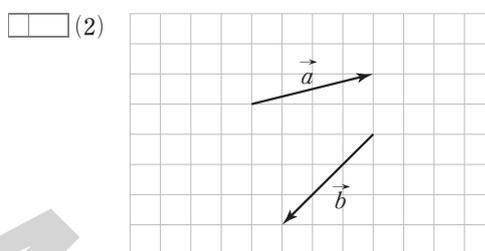
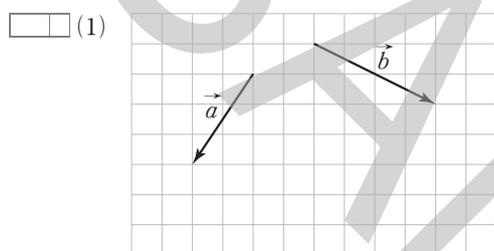
- (1) $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ と \vec{b} に対して, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ となるように点 C をとるとき,
ベクトル \overrightarrow{AC} を, \vec{a} と \vec{b} の □□□□ といひ, □□□□ と表す。
すなわち, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \square$



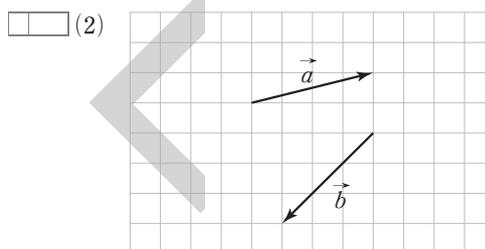
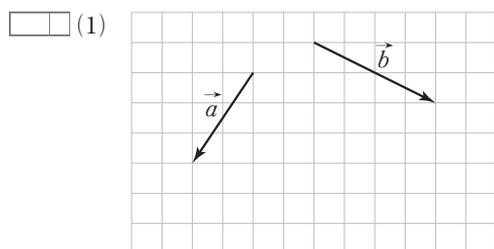
- (2) \vec{a} , \vec{b} に対して, $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$ を満たすベクトル \vec{c} を, \vec{a} と \vec{b} の
□□□□ といひ, □□□□ と表す。次のことが成り立つ。
 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \square$



1 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} + \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。



2 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示しなさい。



★自分でチェックしてみよう★

●ベクトルの加法と減法

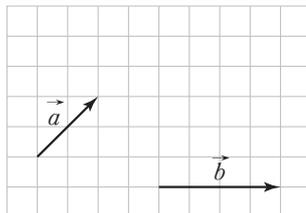
先生メモ

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
ベクトルの和が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
ベクトルの和が図示できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
ベクトルの差が理解できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
ベクトルの差が図示できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

1 次の問いに答えなさい。

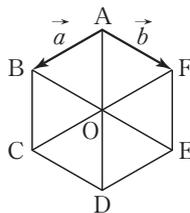
【各4点×5】

- (1) 右のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $2\vec{a} - \vec{b}$ を図示しなさい。



左図に記入

- (2) 正六角形 ABCDEF において, 対角線 AD, BE, CF の交点を O とする。
 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AF} = \vec{b}$ とするとき, \vec{BD} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表しなさい。



- (3) $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (-1, 4)$ のとき, $\vec{c} = (11, -2)$ を, 適当な実数 s, t を用いて $s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表しなさい。

- (4) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (x, 2-x)$ が平行になるように, x の値を定めなさい。

- (5) 4点 A(1, 3), B(4, 1), C(7, 4), D を頂点とする平行四辺形 ABCD がある。頂点 D の座標を求めなさい。

小計
/ 20

◆ 到達目標 ◆

- ① ベクトルの基本的な表し方や成分表示の問題を解くことができる。
- ② 内積の定義を覚え、内積の性質を使って問題を解くことができる。

得点

/100

2 次の問いに答えなさい。

【各4点×5】

(1) 1辺の長さが2の正三角形ABCにおいて、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ の値を求めなさい。

(2) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, -\sqrt{3})$, $\vec{b} = (1, 3\sqrt{3})$ のなす角 θ を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

(3) 2つのベクトル $\vec{a} = (x, -4)$, $\vec{b} = (3, x+1)$ が垂直になるような x の値を求めなさい。

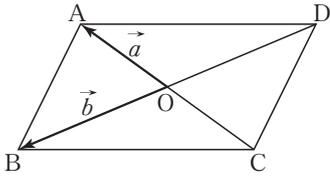
(4) $\vec{a} = (4, -3)$ に垂直で、大きさが10のベクトル \vec{b} を求めなさい。

(5) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$ のとき、 $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$ の値を求めなさい。

小計

/20

- 3 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。



このとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表しなさい。 【各 5 点 × 3】

- (1) \overrightarrow{CD}
- (2) \overrightarrow{AC}
- (3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

- 4 $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (1, -1)$ とする。次の問いに答えなさい。 【(1) 5 点, (2) 10 点】

- (1) $\vec{x} - 2\vec{a} = \vec{b}$ を満たすベクトル \vec{x} を求めなさい。
- (2) $\vec{a} + t\vec{b}$ の大きさが 5 となるような実数 t の値を求めなさい。

小計

/ 15

小計

/ 15

5 3点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の面積を, 次の手順で求めなさい。

【各5点×3】

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めなさい。
- (2) $\angle BAC = \theta$ とするとき, $\cos \theta$ の値を求めなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

6 ベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$ のとき, 次の問いに答えなさい。

【各5点×3】

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めなさい。
- (2) \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めなさい。
ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。
- (3) $\vec{a} + t\vec{b}$ と \vec{a} が垂直になるような実数 t の値を求めなさい。

小計

15

小計

15