目　次

1　3次式の展開・因数分解と二項定理

ポイント1　乗法公式(1)

［1］　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

［2］　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

例　(1)　$(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$

$=x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$(2x-1)^3=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 1+3\cdot(2x)\cdot 1^2-1^3$

$=8x^3-12x^2+6x-1$

確認問題 1　次の式を展開せよ。

□(1)　$(x+3)^3$　□(2)　$(x-1)^3$　□(3)　$(3x+2)^3$

□(4)　$(2x-3)^3$　□(5)　$(2x+y)^3$　□(6)　$(3x-2y)^3$

ポイント2　乗法公式(2)

［3］　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

［4］　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

例　(1)　$(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)=(x)^3+(2y)^3=x^3+8y^3$

(2)　$(2x-3)(4x^2+6x+9)=(2x)^3-3^3=8x^3-27$

確認問題 2　次の式を展開せよ。

□(1)　$(x+3)(x^2-3x+9)$　□(2)　$(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

□(3)　$(4x-3)(16x^2+12x+9)$　□(4)　$(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)$

ポイント3　因数分解の公式

［1］　$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

［2］　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

例　(1)　$x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2)=(x+2)(x^2-2x+4)$

(2)　$27x^3-8=(3x)^3-2^3=(3x-2)\{(3x)^2+(3x)\cdot 2+2^2\}=(3x-2)(9x^2+6x+4)$

確認問題 3　次の式を因数分解せよ。

□(1)　x^3+27　□(2)　x^3-8

□(3)　$64x^3+y^3$　□(4)　$27a^3-b^3$

□(5)　$27x^3+8y^3$　□(6)　$125a^3-27b^3$

ポイント4　パスカルの三角形

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

これらの展開の係数は 1，2，1 および 1，3，3，1 となる。このような $(a+b)^n$ の展開式の係数を順に並べたものを**パスカルの三角形**という。

パスカルの三角形では，ある行の数字は，すぐ上の行の隣り合う 2 つの数字の和になっている。

$n=2$	1　2　1
$n=3$	1　3　3　1
$n=4$	1　4　6　4　1
$n=5$	1　5　10　10　5　1
$n=6$	1　6　15　20　15　6　1

例　パスカルの三角形から

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

確認問題 4　パスカルの三角形を利用して，次の式の展開の計算をせよ。

□(1)　$(x+y)^5$

□(2)　$(a+b)^4$

□(3)　$(x+1)^5$

ポイント5　二項定理

$(a+b)^n$ の展開は，組合せの数を用いれば，次のように書ける。

$$\boldsymbol{(a+b)^n = {}_nC_0\,a^n + {}_nC_1\,a^{n-1}b + {}_nC_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_k\,a^{n-k}b^k + \cdots + {}_nC_{n-1}\,ab^{n-1} + {}_nC_n\,b^n}$$

例　(1)　$(a+b)^{10} = a^{10} + 10a^9b + 45a^8b^2 + \cdots + b^{10}$

(2)　$(a+b)^{10}$ の展開式の a^3b^7 の項の係数は，

$${}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

確認問題 5　次の問に答えよ。

□(1)　$(a+b)^6$ の展開式の a^4b^2 の項の係数を求めよ。

□(2)　$(a+b)^{10}$ の展開式の a^9b の項の係数を求めよ。

□(3)　$(a+b)^5$ の展開式の a^3b^2 の項の係数を求めよ。

□(4)　$(x+y)^8$ の展開式の x^4y^4 の項の係数を求めよ。

□(5)　$(x+y)^7$ の展開式の x^3y^4 の項の係数を求めよ。

ポイント6　二項定理を使った展開

例　(1)　$(3x-y)^4=(3x)^4+4\cdot(3x)^3\cdot(-y)+6\cdot(3x)^2\cdot(-y)^2+4\cdot3x\cdot(-y)^3+(-y)^4$

$=81x^4-108x^3y+54x^2y^2-12xy^3+y^4$

(2)　$(2x+3y)^5$ の x^2y^3 を含む項は ${}_5\mathrm{C}_3(2x)^2(3y)^3$ だから，この項の係数は

${}_5\mathrm{C}_3\cdot2^2\cdot3^3=1080$

(3)　$(5x-2y)^6$ の xy^5 を含む項は ${}_6\mathrm{C}_1(5x)(-2y)^5$ だから，この項の係数は

${}_6\mathrm{C}_1\cdot5\cdot(-2)^5=-960$

確認問題6　次の問に答えよ。

(1)　二項定理を用いて次の式を展開せよ。

□①　$(2x+1)^4$　　□②　$(x-2y)^5$　　□③　$(3a+b)^4$

□(2)　$(3x+2y)^9$ の展開式の x^2y^7 を含む項の係数を求めよ。

□(3)　$(4x-3y)^8$ の展開式の x^3y^5 を含む項の係数を求めよ。

ポイント7　3項以上の式の累乗の展開

例題　$(a+b+c)^6$ の展開式の $a^2b^2c^2$ の項の係数を求めよ。

（解答）$\{(a+b)+c\}^6=(a+b)^6+{}_6\mathrm{C}_1(a+b)^5c+{}_6\mathrm{C}_2(a+b)^4c^2+\cdots$

と展開される。$a^2b^2c^2$ はこのうち ${}_6\mathrm{C}_2(a+b)^4c^2$ に含まれるが，

$(a+b)^4=a^4+{}_4\mathrm{C}_1a^3b+{}_4\mathrm{C}_2a^2b^2+\cdots$

となるので，求める係数は

$${}_6\mathrm{C}_2\cdot{}_4\mathrm{C}_2=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}\cdot\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=90$$

注意　この係数は $\dfrac{6!}{2!2!2!}$ と書ける。

一般に，$(a+b+c)^n$ の展開式の $a^p b^q c^r$ の項の係数は，

$$\frac{n!}{p!q!r!}$$

であることが知られている（ただし，$p+q+r=n$ とする）。

確認問題7　次の問に答えよ。

□(1)　$(x+y+z)^4$ の展開式の x^2yz の項の係数を求めよ。

□(2)　$(a+b+c)^6$ の展開式の ab^2c^3 の項の係数を求めよ。

□(3)　$(a+b+c)^5$ の展開式の a^2b^2c の項の係数を求めよ。

練成問題　A

1　次の式を展開せよ。　（⇨ ポイント１）

□(1)　$(x+4)^3$　　□(2)　$(x-2)^3$

□(3)　$(2x+3)^3$　　□(4)　$(x-2y)^3$

2　次の式を展開せよ。　（⇨ ポイント２）

□(1)　$(x-4)(x^2+4x+16)$　　□(2)　$(x-2)(x^2+2x+4)$

□(3)　$(4x+y)(16x^2-4xy+y^2)$　　□(4)　$(5x+2y)(25x^2-10xy+4y^2)$

3　次の式を展開せよ。　（⇨ ポイント２）

□(1)　$(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^6-x^3y^3+y^6)$

□(2)　$(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

□(3)　$(x+y)^3-3xy(x+y)$

4　次の式を因数分解せよ。　（⇨ ポイント３）

□(1)　x^3+125　　□(2)　x^3-64

□(3)　$64x^3+y^3$　　□(4)　$64a^3-b^3$

□(5)　x^3-27　　□(6)　x^3-125

□(7)　$27a^3+64b^3$　　□(8)　$8a^3-125b^3$

□(9)　$343x^3y^3+z^3$

5 **パスカルの三角形を利用して，次の式の展開の計算をせよ。** （⇨ ポイント４）

□(1)　$(a+b)^6$　　□(2)　$(x+y)^4$

□(3)　$(a-1)^6$

6 **次の問に答えよ。** （⇨ ポイント５）

□(1)　$(a+b)^7$ の展開式の a^5b^2 の項の係数を求めよ。

□(2)　$(a+b)^9$ の展開式の a^8b の項の係数を求めよ。

□(3)　$(a+b)^7$ の展開式の a^3b^4 の項の係数を求めよ。

7 **二項定理を用いて，次の式を展開せよ。** （⇨ ポイント６）

□(1)　$(3x+1)^4$　　□(2)　$(2x-y)^4$

□(3)　$(a+2b)^5$

8 **次の問に答えよ。** （⇨ ポイント６）

□(1)　$(2x-y)^5$ の展開式の x^2y^3 の項の係数を求めよ。

□(2)　$(2x-3y)^6$ の展開式の x^4y^2 の項の係数を求めよ。

9 **次の問に答えよ。** （⇨ ポイント７）

□(1)　$(a+b+c)^6$ の展開式の a^4bc の項の係数を求めよ。

□(2)　$(x+y+z)^7$ の展開式の $x^3y^2z^2$ の項の係数を求めよ。

□(3)　$(a+b+c)^5$ の展開式の ab^3c の項の係数を求めよ。

□(4)　$(a+b+c)^7$ の展開式の a^4b^2c の項の係数を求めよ。

練成問題　B

1　**次の式を因数分解せよ。**

□(1)　$a^3+b^3+c^3-3abc$

□(2)　$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

2　**次の問に答えよ。**

□(1)　$(2x+y-z)^4$ の展開式の x^2yz の項の係数を求めよ。

□(2)　$(3a+2b+c)^5$ の展開式の a^2b^2c の項の係数を求めよ。

□(3)　$(x+2y+3)^6$ の展開式の x^3y^2 の項の係数を求めよ。

3□　**次のことを証明せよ。**

$(a+b+c)^n$ の展開式の $a^pb^qc^r$ の項の係数は，$\dfrac{n!}{p!q!r!}$ である。ただし，p，q，r は 0 または正の整数で，$p+q+r=n$ とする。

4　**次の問に答えよ。**

□(1)　$(x^2+x+1)^5$ の展開式の x^5 の項の係数を求めよ。

□(2)　$(x^2+x-1)^6$ の展開式の x^3 の項の係数を求めよ。

□(3)　$\left(x-1+\dfrac{1}{x}\right)^5$ の展開式の x^2 の項の係数を求めよ。

□(4)　$\left(x+1+\dfrac{1}{x}\right)^6$ の展開式の定数項を求めよ。

5　**次の問に答えよ。**

□(1)　二項定理により，$(x+1)^n={}_n\mathrm{C}_0x^n+{}_n\mathrm{C}_1x^{n-1}+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}x+{}_n\mathrm{C}_n$ である。この両辺に $x=1$ を代入することにより，和 ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}+{}_n\mathrm{C}_n$ の値を求めよ。

(2)　(1)と同様にして，次の和を求めよ。

□①　${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n$

□②　${}_{2n}\mathrm{C}_0+{}_{2n}\mathrm{C}_2+{}_{2n}\mathrm{C}_4+\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n}$

□③　${}_{2n}\mathrm{C}_1+{}_{2n}\mathrm{C}_3+{}_{2n}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n-1}$

2　多項式の割り算

ポイント1　多項式の割り算

多項式の割り算では，各項を降べきの順に整理してから計算する。

例　(1)　$(4x^3-5x+2)\div(2x-3)$

$$
\begin{array}{r}
2x^2+3x+2 \\
2x-3\,\big)\,\overline{4x^3 \qquad\quad -5x+2} \\
\underline{4x^3-6x^2 \qquad\qquad\quad} \\
6x^2-5x \qquad\; \\
\underline{6x^2-9x \qquad\;} \\
4x+2 \\
\underline{4x-6} \\
8
\end{array}
$$

$\begin{cases} 商 & 2x^2+3x+2 \\ 余り & 8 \end{cases}$

(2)　$(2x^3-5x^2+3x+2)\div(x^2-2x-3)$

$$
\begin{array}{r}
2x-1 \qquad\qquad\quad \\
x^2-2x-3\,\big)\,\overline{2x^3-5x^2+3x+2} \\
\underline{2x^3-4x^2-6x \qquad} \\
-x^2+9x+2 \\
\underline{-x^2+2x+3} \\
7x-1
\end{array}
$$

$\begin{cases} 商 & 2x-1 \\ 余り & 7x-1 \end{cases}$

確認問題 1　次の計算をして，商と余りを求めよ。

□(1)　$(x^2+2x-5)\div(x-2)$　　□(2)　$(3x^2-4x+2)\div(3x-1)$

□(3)　$(2x^3+3x^2-20x+4)\div(x-3)$　　□(4)　$(4x^3+2x^2+3)\div(x+2)$

□(5)　$(8x^3-4x+6)\div(2x-1)$　　□(6)　$(x^3-4x^2+3x+2)\div(x^2-2x-1)$

□(7)　$(-3x^2+2x^3-2x+3)\div(2x+x^2+2)$　　□(8)　$(2x^3-5x+6x^2-7)\div(x^2+4x+6)$

ポイント2　多項式の商と余り(1)

x の多項式 A を x の多項式 B で割ったときの商を Q，余りを R とすると，

$A=BQ+R$，　(R の次数) $<$ (B の次数)

例　x の多項式 A を x^2-x-3 で割ったときの商が $x-2$，余りが $x-1$ であるとき，

$$
\begin{aligned}
A &= (x^2-x-3)(x-2)+x-1 \\
&= x^3-x^2-3x-2x^2+2x+6+x-1 \\
&= x^3-3x^2+5
\end{aligned}
$$

確認問題 2　次の問に答えよ。

□(1)　x の多項式 A を $x-2$ で割ると，商が $2x-1$，余りが 3 である。A を求めよ。

□(2)　x の多項式 B を $2x^2-3x-1$ で割ると，商が $3x-2$，余りが $2x+4$ である。B を求めよ。

□(3)　x の多項式 C を x^2-2x+3 で割ると，商が $-x+4$，余りが $-2x+5$ である。C を求めよ。

□(4)　y の多項式 D を y^2-3y-5 で割ると，商が $y-2$，余りが $-y+4$ である。D を求めよ。

ポイント3　多項式の商と余り(2)

例　多項式 $A = x^3 - x^2 + 7x + 1$ を多項式 B で割ると，商が $x + 1$，余りが $7x - 1$ である。

$$x^3 - x^2 + 7x + 1 = B(x + 1) + 7x - 1$$

よって

$$B(x + 1) = x^3 - x^2 + 2$$

右の計算より

$$B = x^2 - 2x + 2$$

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & x^2 - 2x + 2 \\
x + 1 \,\big) & x^3 - x^2 + 2 \\
 & \underline{x^3 + x^2} \\
 & -2x^2 \\
 & \underline{-2x^2 - 2x} \\
 & 2x + 2 \\
 & \underline{2x + 2} \\
 & 0
\end{array}
$$

確認問題 3　次の問に答えよ。

□(1)　多項式 $A = 3x^2 - 4x + 4$ を多項式 B で割ると，商が $x - 1$，余りが 3 である。B を求めよ。

□(2)　多項式 $A = 2x^3 - 3x^2 + 7x$ を多項式 B で割ると，商が $2x - 1$，余りが 3 である。B を求めよ。

□(3)　多項式 $A = x^3 - 3x^2 - 2x + 9$ を多項式 B で割ると，商が $x^2 - 2x - 4$，余りが 5 である。B を求めよ。

□(4)　多項式 $A = 4y^3 - 4y^2 + 6y + 5$ を多項式 B で割ると，商が $2y + 1$，余りが $y + 1$ である。B を求めよ。

ポイント4　複数文字の多項式の割り算

文字が 2 種類以上ある多項式についても，1 つの文字に着目して割り算を行うことができる。

例題　$A = 2x^3 + 5ax^2 - 3a^2x - 25a^3$，$B = x - 2a$ を x についての多項式とみて，A を B で割った商と余りを求めよ。

（解答）

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & 2x^2 + 9ax + 15a^2 \\
x - 2a \,\big) & 2x^3 + 5ax^2 - 3a^2x - 25a^3 \\
 & \underline{2x^3 - 4ax^2} \\
 & 9ax^2 - 3a^2x \\
 & \underline{9ax^2 - 18a^2x} \\
 & 15a^2x - 25a^3 \\
 & \underline{15a^2x - 30a^3} \\
 & 5a^3
\end{array}
$$

答　商 $2x^2 + 9ax + 15a^2$，余り $5a^3$

確認問題 4　次のそれぞれについて，A を B で割った商と余りを求めよ。ただし割り算は（　　）内の文字について着目して計算せよ。

□(1)　$A = 4x^2 - 6bx + 4b^2$，$B = 2x - b$（x）

□(2)　$A = 6x^3 + 3ax^2 + 6a^2x + 8a^3$，$B = 2x - 3a$（$x$）

□(3)　$A = 6x^4 - 5x^3y - 9x^2y^2 + 7xy^3 - 8y^4$，$B = 3x + 2y$（$x$）

□(4)　$A = x^4 + 2x^3y - 3x^2y^2 + 5xy^3 + 7y^4$，$B = x^2 - xy + y^2$（$x$）

練成問題　A

1　**次の計算をして，商と余りを求めよ。**　**（⇨ ポイント１）**

□(1)　$(x^2 - 4x - 20) \div (x + 3)$

□(2)　$(4x^2 - 2x + 7) \div (2x + 1)$

□(3)　$(3x^3 + 2x^2 - 4x - 3) \div (x + 2)$

□(4)　$(5x^3 - 3x^2 + 2) \div (x - 1)$

□(5)　$(9x^3 + 2x + 4) \div (3x - 2)$

□(6)　$(x^3 + 5x^2 - 3x + 4) \div (x^2 + 2x + 4)$

□(7)　$(4x^2 + x^3 + 4 - 5x) \div (3 - 2x + x^2)$

□(8)　$(2x^2 - 3x^3 - 4x - 20) \div (6 - 3x - x^2)$

2　**次の問に答えよ。**　**（⇨ ポイント２）**

□(1)　x の多項式 A を $2x + 1$ で割ると，商が $3x - 2$，余りが 2 である。A を求めよ。

□(2)　x の多項式 B を $x^2 - 3x + 1$ で割ると，商が $x - 2$，余りが $-3x + 5$ である。B を求めよ。

□(3)　x の多項式 C を $2x^2 - 4x - 1$ で割ると，商が $-x + 3$，余りが $5x - 1$ である。C を求めよ。

□(4)　y の多項式 D を $y^2 - 6y + 7$ で割ると，商が $y + 3$，余りが 5 である。D を求めよ。

3　**次の問に答えよ。**　**（⇨ ポイント３）**

□(1)　多項式 $A = x^3 - 4x^2 + 6x - 15$ を多項式 B で割ると，商が $x - 3$，余りが -6 である。B を求めよ。

□(2)　多項式 $A = 6x^2 - x + 3$ を多項式 B で割ると，商が $2x + 1$，余りが 5 である。B を求めよ。

□(3)　多項式 $A = x^3 + x^2 - 8x + 7$ を多項式 B で割ると，商が $x^2 + 3x - 2$，余りが 3 である。B を求めよ。

□(4)　多項式 $A = 6y^3 + 5y^2 - 21y + 5$ を多項式 B で割ると，商が $2y^2 + 3y - 5$，余りが -5 である。B を求めよ。

□(5)　多項式 $A = 9a^3 - 12a^2 + 10a - 7$ を多項式 B で割ると，商が $3a^2 - 2a + 2$，余りが -3 である。B を求めよ。

□(6)　多項式 $A = 2x^3 - 4x^2 + 1$ を多項式 B で割ると，商が $x - 1$，余りが $x - 2$ である。B を求めよ。

4　**次のそれぞれについて，A を B で割った商と余りを求めよ。ただし割り算は（　　）内の文字について着目して計算せよ。**　**（⇨ ポイント４）**

□(1)　$A = 6x^3 - 2ax^2 + 3a^2x + 6a^3$，$B = x - 2a$　(x)

□(2)　$A = 4x^4 - 2bx^3 - 2b^2x^2 + 7b^3x - 27b^4$，$B = 2x - b$　(x)

練成問題　B

1　**次の問に答えよ。**

□(1)　x の多項式 $x^3 - 2x^2 + 3x + k$ を $x - 1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

□(2)　この(1)の多項式が $x - 1$ で割り切れるときの k の値を求めよ。

2　**次の問に答えよ。**

□(1)　x の多項式 $x^2 + 5x + k$ が $x + 1$ で割り切れるような k の値を求めよ。

□(2)　x の多項式 $2x^3 - 2x^2 + 3x + k$ が $x + 1$ で割り切れるような k の値を求めよ。

□(3)　x の多項式 $x^3 - kx^2 + 4x - 4$ が $x - 2$ で割り切れるような k の値を求めよ。

3　**次の問に答えよ。**

□(1)　$(a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3) \div (a - b)$ において，各式を a についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(2)　$(a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3) \div (a - b)$ において，各式を b についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(3)　$(2x^3 - 3x^2y + 5y^3) \div (x + y)$ において，各式を x についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(4)　$(2x^3 - 3x^2y + 5y^3) \div (x + y)$ において，各式を y についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(5)　$(5a^3 - 2ab^2 + b^3) \div (a + b)$ において，各式を b についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(6)　$(5a^3 - 2ab^2 + b^3) \div (a + b)$ において，各式を a についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(7)　$(x^4 - y^4) \div (x + y)$ において，各式を y についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

□(8)　$(x^4 - y^4) \div (x + y)$ において，各式を x についての多項式とみて計算し，その商と余りを求めよ。

練成問題Ｃ（１）

1 次の計算をせよ。

□(1) a，b は実数で $\dfrac{a+i}{3+bi}=2-3i$ を満たすとき，a，b の値を求めよ。

□(2) a，b は実数で $\dfrac{14+ai}{b+3i}=5+2i$ を満たすとき，a，b の値を求めよ。

2 次の数を簡単にせよ。

□(1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}\right)^3$

□(2) $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}\right)^{100}$

3 次の問に答えよ。

□(1) a，b，c は実数で，$a\neq 0$ とする。2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が虚数解 $x=\alpha$ をもつとき，$x=\overline{\alpha}$ もこの方程式の解であることを示せ。

□(2) 2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ が解 $x=2+3i$ をもつとき，実数 a，b の値を求めよ。

4□ 多項式 $P(x)=x^4+ax^2+bx+c$ が多項式 $x+1$, 多項式 $x-1$, 多項式 $x-2$ でそれぞれ割り切れるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

5 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x(x+1)(x+2)(x+3)-24$

□(2) $x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

6□ 方程式 $x^3+2x^2+ax+b=0$ が解 $x=-1$，$x=4$ をもつとき，定数 a，b の値を求めよ。

7□ a, b は実数の定数とする。方程式 $x^3+ax^2+5x+b=0$ が解 $x=2+3i$ をもつとき, a, b の値を求めよ。

8□ 方程式 $x^3-x^2+ax+b=0$ が解 $x=-1$ を２重解としてもつとき，定数 a，b の値を求めよ。

9　**次の問に答えよ。**

□(1)　x の方程式 $(x-1)(x^2+ax+4)=0$ が 3 つの異なる実数解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。

□(2)　x の方程式 $(x-3)\{x^2+(a+1)x+2a+7\}=0$ が 2 重解をもち，3 重解をもたないような a の値を求めよ。

10□　**次の等式が恒等式となるように，定数 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ の値を定めよ。**

$(3x+1)(x^2+ax+b)=3x^3+cx^2+(3a-c)$

11□　**次の等式が恒等式となるように，定数 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{d}$ の値を定めよ。**

$x^3+x+1=a(x-1)^3+(bx+1)^2+c(x+1)+d$

12□　**次の等式が任意の実数 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ に対して成り立つように，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ の値を定めよ。**

$(x+y)a^2+(x-y)b=4x+y$

13　**$\boldsymbol{x=by+cz}$, $\boldsymbol{y=cz+ax}$, $\boldsymbol{z=ax+by}$ のとき, 次の問に答えよ。ただし, $\boldsymbol{x=y=z=0}$ ではないとする。**

□(1)　$(a+1)x=(b+1)y=(c+1)z$ が成り立つことを示せ。

□(2)　$\dfrac{a}{a+1}+\dfrac{b}{b+1}+\dfrac{c}{c+1}$ を簡単にせよ。

14　**$\boldsymbol{a+2b-c=0}$，$\boldsymbol{3a+b-2c=0}$ のとき，次の値を求めよ。ただし $\boldsymbol{abc \neq 0}$ とする。**

□(1)　$a:b:c$

□(2)　$\dfrac{a^2+ab-c^2}{a^2+b^2+c^2}$

15　**0と異なる実数 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が $\boldsymbol{\dfrac{b}{a+b}=\dfrac{a-b+c}{b+c-a}=\dfrac{a+b+c}{2a+b+2c}}$ を満たしているとき, 次の問に答えよ。**

□(1)　$2b=a+c$ となることを示せ。

□(2)　$a:b:c$ を求めよ。

16□　**不等式 $\boldsymbol{a^2+b^2>(a-1)(b+1)}$ が成り立つことを証明せよ。**