

数学

構成と特色

この本は、来春の高校入試に向けて日々学習している皆さんのために、過去各都道府県で実施された入試問題から、「思考力」「判断力」「表現力」を問う問題を5つのテーマに沿って厳選し、収録したものです。6単元目は教科横断型の総合問題です。教科の枠を超えた思考・判断・表現力を試すことができます。

本編を丹念に解くことによって、数学に必要な思考力・判断力・表現力が身につくように編集されています。

この本を利用した皆さんが、来春の入試で希望通りの結果を得られることを、願ってやみません。

目次

1	数と式・規則性に関する思考・判断・表現	2
	数の性質とその活用法を考える問題	
2	方程式を利用する思考・判断・表現	8
	記述解答による方程式の文章題	
3	資料を活用する思考・判断・表現	11
	実生活と関連した事象を題材とした問題	
4	関数を利用する思考・判断・表現	16
	関数的な見方や考え方を表現する問題	
5	図形に関する思考・判断・表現	21
	図形に関する論理的思考力、表現力をみる問題	
6	付録：総合問題(教科横断型)	29

1 数と式・規則性に関する思考・判断・表現

学習日 /

1 下の図のように、1行に7マスある表に、次の【規則】にしたがって、自然数を順に1つずつ書き入れていく。
このとき、あとの問いに答えなさい。 〈三重(前期)〉

【規則】

- ・ 1行目のマスには左から右へ、1から7までの自然数を順に書き入れる。
- ・ 2行目のマスには右から左へ、8から14までの自然数を順に書き入れる。
- ・ 3行目のマスには左から右へ、15から21までの自然数を順に書き入れる。
- ・ 4行目のマスには右から左へ、22から28までの自然数を順に書き入れる。
- ・ 以下同様にして、5行目以降の各行のマスに自然数を順に書き入れていく。

□(1) 7行目1列目のマスに書き入れられる数を求めなさい。

□(2) m 行目 n 列目のマスに書き入れられる数が a であるとき、 $(m+2)$ 行目 n 列目のマスに書き入れられる数を、 a を用いて表しなさい。

□(3) 545は何行目何列目のマスに書き入れられるか。

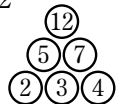
	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目
1行目	1	2	3	4	5	6	7
2行目	14	13	12	11	10	9	8
3行目	15	16	17	18	19	20	21
4行目	28	27	26	25	24	23	22
5行目	29	30	31	32	33	34	35
6行目	37	36
...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

2 右の図1のように並べられた6つの○の中に、次の□の中の手順にしたがって数字を書く。

図1



図2



- ① 一段目の3つの○の中に、連続する3つの整数を左から小さい順に書く。
- ② 二段目の2つの○の中に、一段目の隣り合う2つの整数の和をそれぞれ書く。
- ③ 三段目の○の中に、二段目の整数の和を書く。

図2は、一段目の○の中に2, 3, 4を書いた場合の例である。Sさんは、一段目に書く整数を変えて、この手順を何回か行ったところ、次のことに気がついた。「三段目に書く整数は、いつも一段目のまん中に書いた整数の4倍になる。」このことを文字式を使って証明したい。□の中に、証明の続きを書きなさい。

〈静岡〉

〔証明〕 一段目のまん中の整数を n とすると、一段目の整数は左から小さい順に、

3 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。あとの問いに答えなさい。

〈東京〉

[Sさんが作った問題]

右の図1のように、上から順に、1段目に2個、2段目に3個、3段目に4個と、1段ごとに1個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

全ての段の左端のマスに5、右端のマスに-3を入れる。

2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている2つの数の和を入れる。例えば、2段目の中央のマスには、1段目の-3と1段目の5の和である2が入る。

このとき、10段目にある■で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお、図1は、全ての段の左端のマスに5、右端のマスに-3を入れ、両端のマス以外のそれぞれのマスについて、2段目、3段目の順に、3段目まで数を入れた場合を表している。

図1

1段目	5	-3								
2段目	5	2	-3							
3段目	5	7	-1	-3						
4段目	5								-3	
⋮										
10段目	5								■	-3

□(1) [Sさんが作った問題]で、10段目にある■で示したマスに入る数を、次のア～エから選び記号で答えなさい。

- ア -22 イ -19 ウ 37 エ 42

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

右の図2は、上から順に、1段目に2個、2段目に3個、3段目に4個と、1段ごとに1個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろうように5段目まで並べたものである。

図3は、図2において、全ての段の左端のマスに1、右端のマスに4を入れ、2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている2つの数の和を入れたものである。図3のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和について考えると、

1段目は、 $1 + 4 = 5$ 2段目は、 $1 + 5 + 4 = 10 = 5 \times 2$

3段目は、 $1 + 6 + 9 + 4 = 20 = 5 \times 4$ 4段目は、 $1 + 7 + 15 + 13 + 4 = 40 = 5 \times 8$

5段目は $1 + 8 + 22 + 28 + 17 + 4 = 80 = 5 \times 16$ となり、2段目以降のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和は、1段目の2個のマスに入っている数の和である5の倍数となっている。

図2において、全ての段の左端のマスに入れる数を a 、右端のマスに入れる数を b とし、2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている2つの数の和を入れるとき、5段目にある6個のマスに入っている数の和は、1段目の2個のマスに入っている数の和の16倍となることを確かめなさい。ただし a, b は自然数とする。

図2

1段目					
2段目					
3段目					
4段目					
5段目					

図3

1段目	1	4				
2段目	1	5	4			
3段目	1	6	9	4		
4段目	1	7	15	13	4	
5段目	1	8	22	28	17	4

□(2) [先生が作った問題]で、5段目にある6個のマスに入っている数をそれぞれ a, b を用いた式で表し、5段目にある6個のマスに入っている数の和は、1段目の2個のマスに入っている数の和の16倍となることを証明しなさい。

4 右の表のように、自然数を1から順に1段に7個ずつ並べた。次の問いに答えなさい。 (鳥根)

表

1段目	1	2	3	4	5	6	7
2段目	8	9	10	11	12	13	14
3段目	15	16	17	18	19	20	21
4段目	22	23	24	25	26	27	28
5段目	29	30	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・

□(1) 右の表から次のことが分かる。 [ア] ~ [ウ] にあてはまる数を答えなさい。

- ・ 18は上から3段目で左から4番目の数である。
- ・ 47は上から [ア] 段目で左から [イ] 番目の数である。
- ・ 上から100段目で左から1番目の数は [ウ] である。

□(2) 次は、AさんとBさんが、表を見ながら交わした会話である。これを読んで、あとの①、②に答えなさい。

Aさん：右のように、縦2つ、横2つの4つの数を [] で囲んでみたら、あることに気づいたんだ。

Bさん：それはどんなこと？

Aさん： [] で囲んだ4つの数について、 $6 \times 14 - 7 \times 13$ や $9 \times 17 - 10 \times 16$ のように、左上の数と右下の数の積から右上の数と左下の数の積をひくと、そのときの値は [エ] になるんだ。

Bさん：どこを囲んでもそうなるの？

Aさん：そうだよ。そのわけは次のように説明することができるよ。

【説明】

[] の中の左上の数を n とすると、残り3つの数は n を用いて $n+1$, [オ], [カ] と表すことができる。

このとき、左上の数と右下の数の積から右上の数と左下の数の積をひくと、

キ

Bさん：なるほど。

□① [エ] ~ [カ] にあてはまる数または式を答えなさい。

□② 空欄 [キ] をうめて、【説明】を完成させなさい。

5 右の表は、「かけ算九九の表」の一部である。表中の8の8は、かけられる数が4、かける数が2のときの 4×2 の値を表している。この表中の6のような3つの整数の組 $\begin{matrix} a \\ 12 \\ 20 \end{matrix}$ 、 $\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}$ について考える。このとき、 $a+c-2b$ の値はつねに2になる。このことを、 a は、かけられる数が m 、かける数が n であるものとして説明しなさい。 〈栃木〉

		かける数				
		1	2	3	4	5
かけられる数	1	1	2	3	4	5
	2	2	4	6	8	10
	3	3	6	9	12	15
	4	4	8	12	16	20
	5	5	10	15	20	25

6 2つの奇数の積は奇数であることを、Aさんは次のように証明した。

【Aさんの証明】 n を整数とすると、2つの奇数は $2n+1$ 、 $2n+3$ と表される。このとき、2つの奇数の積は、
 $(2n+1)(2n+3) = 4n^2 + 8n + 3 = 2(2n^2 + 4n + 1) + 1$
 $2n^2 + 4n + 1$ は整数だから、これは奇数である。よって、2つの奇数の積は奇数である。

このとき、次の問いに答えなさい。

〈福井〉

- (1) Aさんの証明は正しくない。その理由を書きなさい。
- (2) 2つの奇数の積は奇数であることを証明しなさい。

7 次は、先生とAさんの会話である。これを読んで、あとの問いに答えなさい。

〈埼玉(選択)〉

先生「右の図のように、11から50までの自然数を並べます。この中で、11と13のように、『差が2である2つの素数』の組は全部で4組あります。残りの3組をすべて答えてください。」

(11)	12	(13)	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Aさん「です。」

先生「そのとおりです。では、『差が2である2つの素数』の間にある自然数は、何の倍数ですか。」

Aさん「6の倍数だと思います。」

先生「そうですね。その理由を考えてみましょう。」

- (1) にあてはまる、『差が2である2つの素数』の組を書きなさい。
- (2) 11以上の自然数について、『差が2である2つの素数』の間にある自然数は6の倍数である。その理由を説明しなさい。

8 n を自然数とすると、 $\frac{n+110}{13}$ と $\frac{240-n}{7}$ の値がともに自然数となる n の値をすべて求めなさい。求め方も書くこと。 〈大阪(一般C)〉

9 数学の授業で、先生から次の問題が出された。

問題 6でわったとき2余る正の整数と、6でわったとき3余る正の整数との積は、どんな数になるだろうか。

次の問いに答えなさい。

〈岐阜(一次)〉

- (1) みほさんは、どんな数になるかを調べるために右の表をつくった。表中のア、イにあてはまる数の組を1つ書きなさい。ただし、アにあてはまる数は8より大きい数とする。

$\left(\begin{array}{l} 6\text{でわったとき} \\ 2\text{余る正の整数} \end{array} \right)$	×	$\left(\begin{array}{l} 6\text{でわったとき} \\ 3\text{余る正の整数} \end{array} \right)$	=	(積)
2	×	3	=	6
2	×	9	=	18
8	×	3	=	24
8	×	9	=	72
ア	×	3	=	イ

- (2) みほさんは、(1)で調べたことから、「6でわったとき2余る正の整数と、6でわったとき3余る正の整数との積は、いつも6の倍数である。」と予想し、その予想が正しいことを次のように証明した。みほさんの証明を完成させなさい。

証明 6でわったとき2余る正の整数を、 $6m+2$ と表す。
ただし、 m は0以上の整数とする。

したがって、6でわったとき2余る正の整数と、6でわったとき3余る正の整数との積は、いつも6の倍数である。

- (3) よし子さんは、みほさんが(2)で証明した数の性質をもとに、正の整数 a 、 b 、 c について、次の内のことがらが成り立つかどうかを考えた。

a でわったとき b 余る正の整数と、 a でわったとき c 余る正の整数との積は、いつも a の倍数である。

よし子さんが考えたことについて、次の①、②に答えなさい。

- ① b が4、 c が6のとき、内のことがらが成り立つような a にあてはまる数は3つある。そのうちの1つが24である。 a にあてはまるほかの2つの数を求めなさい。
- ② a が7のときは、その余りである b と c にどんな数をあてはめても、内のことがらが成り立たない。このように、内のことがらが成り立たない a のうち、20以下の2けたの数をすべて求めなさい。

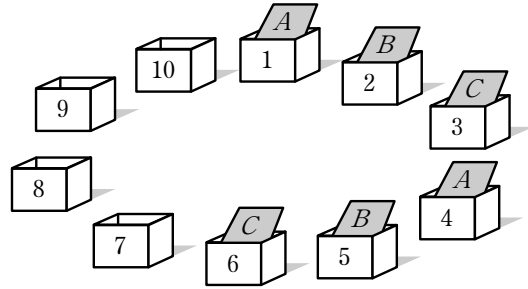
- 10 太郎さんと花子さんは、数学の授業で次の[課題]について考えた。下の[会話]は、そのとき2人が話し合った内容である。[会話]をもとに、あとの問いに答えなさい。 〈福島〉

[課題]

右の図のように、1から10までの番号がついている10個の箱を、番号の小さい方から順に、右回りに円の形に並べる。

これらの箱に、A, B, Cの文字が1つずつ書かれた3種類のカードを、1枚ずつA, B, Cの順に1番の箱から10番の箱まで入れていく。

2周目以降は、直前の週の10番の箱に入れたカードに続くカードから、同じように1番の箱から入っていく。このとき、35周目の4番の箱に入るカードに書かれた文字は何か調べてみよう。



[会話]

花子さん：箱とカードが手元にないから書いて調べてみましょうよ。

太郎さん：うん、そうしてみようか。

.....

太郎さん：う～ん、3周目の4番の箱に入るカードまでは書いてみたけど、これ以上書き続けるのは大変だよ。

花子さん：何かきまりを見つけて、35周目まで書かずに求める方法を考えてみない？

太郎さん：そうだね。それなら、ア4番の箱に入るカードの文字が、1周ごとにどのように変わるかを調べる方法はどうかな？

花子さん：なるほど。ほかにも考えられるんじゃない？たとえば、イ35周目の4番の箱までに入るすべてのカードの枚数に注目する方法もあるよね。

- (1) 3周目の4番の箱までに入るすべてのカードのうち、Cの文字が書かれたカードの枚数を求めなさい。
- (2) 35周目の4番の箱に入るカードに書かれた文字を下線部ア、イのどちらかの方法で求め、答えなさい。また、その求め方を説明しなさい。