4 式の計算の利用

学習日　月　日

ポイント 1 整数の性質の証明

教科書 P.31・P.32　標準

例題 連続する3つの整数で，それぞれの2乗の和に1を加えた数は，3の倍数になる。このことを証明しなさい。

解き方 3つの整数を1つの文字を使って表し，式の計算を利用する。

〔証明〕 中央の整数を n とすると，3つの数は，$n-1$，n，$n+1$ と表される。

このとき，それぞれの2乗の和に1を加えた数は，

$$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+1=n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1+1$$
$$=3n^2+3=3(n^2+1)$$

n^2+1 は整数だから，これは3の倍数である。

確認問題 1 次のことを証明しなさい。

☀□(1) 連続する2つの整数で，それぞれの数の2乗の和は，その2数の積の2倍に1を加えた数に等しい。

□(2) 連続する3つの整数で，最大の数の2乗から最小の数の2乗をひいた差は，中央の数の4倍に等しい。

ポイント 2 展開や因数分解を利用した計算

教科書 P.32　基本

乗法の公式や因数分解を利用すると，答えが簡単に求められることがある。

例 (1) 35^2-15^2
$=(35+15)\times(35-15)$　← 公式4′
$=50\times20$
$=1000$

(2) $51^2=(50+1)^2$　← 公式2
$=50^2+2\times50\times1+1^2$
$=2601$

確認問題 2 乗法の公式や因数分解を利用して，次の計算をしなさい。

☀□(1) 55^2-45^2

□(2) 47^2-37^2

☀□(3) 39^2

□(4) 95^2

☀□(5) 28×32

□(6) 59×61

SAMPLE

学習目標 ・展開や因数分解を利用して，いろいろな問題が解けるようになる。

▶教科書 p.31～34

ポイント 3 式の値

教科書 P.33 標準

例題 (1) $x=5$，$y=7$ のとき，$(x+y)^2-(x^2+y^2)$ の値を求めなさい。

(2) $x=27$，$y=13$ のとき，$x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。

解き方 (1) 式を計算してから値を代入する。

$$(x+y)^2-(x^2+y^2)$$
$$=x^2+2xy+y^2-x^2-y^2$$
$$=2xy$$
$$=2\times5\times7=70$$

答 70

(2) 式を因数分解してから値を代入する。

$$x^2+2xy+y^2$$
$$=(x+y)^2$$
$$=(27+13)^2$$
$$=40^2=1600$$

答 1600

確認問題 3

次の問いに答えなさい。

☀(1) $x=27$ のとき，$(x-5)^2-(x-3)(x-6)$ の値を求めなさい。

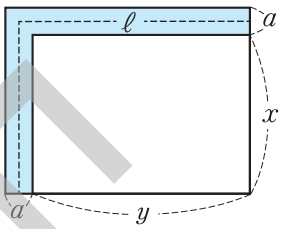
☀(2) $x=63$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めなさい。

(3) $a=6.25$，$b=3.75$ のとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。

ポイント 4 図形の性質の証明

教科書 P.33・P.34 標準

例題 右の図のように，縦の長さが x，横の長さが y の長方形の土地の 2 辺にそって，幅 a の道がある。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを証明しなさい。



解き方 S，ℓ をそれぞれ a，x，y を使って表す。

〔証明〕 $S=(x+a)(y+a)-xy=ax+ay+a^2$ …①

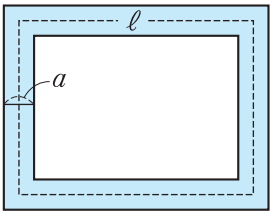
$$\ell=x+\frac{a}{2}+y+\frac{a}{2}=x+y+a$$

したがって，$a\ell=a(x+y+a)=ax+ay+a^2$ …②

①，②より，$S=a\ell$

☀確認問題 4

右の図のように，長方形の土地の外側に，幅 a の道がある。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを，長方形の土地の縦の長さを b，横の長さを c として，証明しなさい。



SAMPLE

4 標準問題

学習日　月　日

1 整数の性質の証明　次の問いに答えなさい。　ポイント 1

□(1)　連続する3つの整数で，大きい方の2数の積から小さい方の2数の積をひいた差は，中央の数の2倍に等しい。このことを証明しなさい。

□(2)　連続する4つの整数で，大きい方の2数の積から小さい方の2数の積をひいた差は，もとの4つの数の和に等しい。このことを証明しなさい。

□(3)　連続する2つの偶数の積に1を加えた和は，この2つの偶数の間にある奇数の2乗に等しい。このことを，2つの偶数を $2n$，$2n+2$（n は整数）として，証明しなさい。

□(4)　奇数と奇数の積は，奇数である。このことを，2つの奇数を $2m+1$，$2n+1$（m，n は整数）として，証明しなさい。

2 展開や因数分解を利用した計算　次の式を，くふうして計算しなさい。　ポイント 2

□(1)　68^2-32^2

□(2)　45^2-15^2

□(3)　$7.5^2-2.5^2$

□(4)　52^2

□(5)　98^2

□(6)　43×37

□(7)　78×82

□(8)　$35^2-2\times35\times25+25^2$

SAMPLE

3 **式の値** **次の問いに答えなさい。** ポイント 3

☀□(1) $x=42$ のとき，$(x+5)(x-5)-(x+8)(x-3)$ の値を求めなさい。

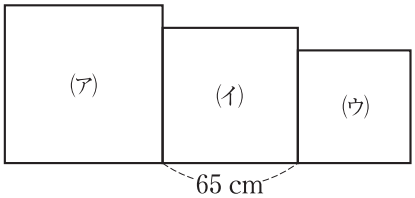
☀□(2) $a=195$ のとき，$a^2+10a+25$ の値を求めなさい。

□(3) $x=-2$，$y=18$ のとき，$(2x-3y)^2-(3x-2y)^2$ の値を求めなさい。

☀□(4) $x=2.4$，$y=0.2$ のとき，x^2-4y^2 の値を求めなさい。

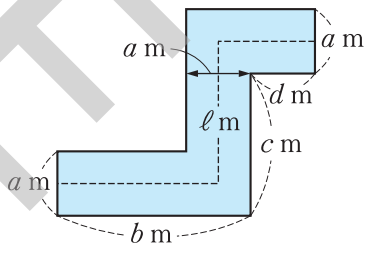
□(5) $x=\frac{2}{3}$，$y=-\frac{1}{6}$ のとき，$x^2+4xy+4y^2$ の値を求めなさい。

□(6) 右の図で，(ア)，(イ)，(ウ)はそれぞれ正方形で，(イ)は1辺の長さが65 cmである。また，(ア)，(ウ)はそれぞれ，(イ)の正方形から1辺を2 cm長くしたものと，短くしたものである。(ア)の面積から(ウ)の面積をひいたときの差を求めなさい。

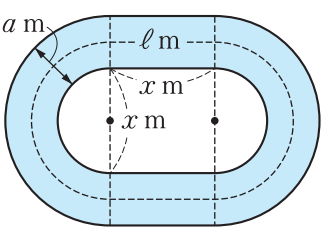


4 **図形の性質の証明** **次の(1)，(2)の場合に，道の面積を S m^2，道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると，$S=a\ell$ となることを証明しなさい。** ポイント 4

☀□(1) 右の図のような，長方形を組み合わせた図形の場合。



□(2) 右の図のように，1辺の長さが x m の正方形と，直径が x m の2つの半円をあわせた形の土地があり，その周囲に幅 a m の道がある場合。



SAMPLE

計算トレーニング

学習日　　月　　日

1 多項式と単項式の乗法　次の計算をしなさい。

1 ポイント 1

□(1)　$3a(4a+7b)$

□(2)　$(2x-9y)\times(-4x)$

□(3)　$-2m(6m+n)$

□(4)　$7x(2y-3x)$

□(5)　$3a(2a-b+4)$

□(6)　$(x-3y+5)\times 2y$

□(7)　$\frac{1}{4}x(8x-12y)$

□(8)　$\frac{2}{5}a(10a+25b)$

2 多項式と単項式の除法　次の計算をしなさい。

1 ポイント 2

□(1)　$(6x^2+9x)\div 3x$

□(2)　$(12ab-8b^2)\div 4b$

□(3)　$(15x^2y+10xy^2)\div(-5xy)$

□(4)　$(24a^2b-30ab)\div 6ab$

□(5)　$(4a^2b+6ab+8a)\div 2a$

□(6)　$(2xy-6y^2)\div\frac{2}{3}y$

□(7)　$(8a^2-12ab)\div\frac{4}{5}a$

□(8)　$(30x^2y+20xy)\div\frac{5}{6}xy$

3 多項式の乗法　次の式を展開しなさい。

1 ポイント 3

□(1)　$(x+5)(y-4)$

□(2)　$(2a-7)(b+6)$

□(3)　$(3x-2)(x+8)$

□(4)　$(2p+q)(3p-q)$

□(5)　$(x-4y)(2x+3y)$

□(6)　$(5a+2b)(-a+3b)$

□(7)　$(x+3)(3x-y+4)$

□(8)　$(3a-4b+2)(a+2b)$

SAMPLE

4 乗法の公式 次の式を展開しなさい。

1 ポイント 4 ～ 6

□(1) $(x-4)(x+7)$

□(2) $(a+5)(a-9)$

□(3) $(a-13)^2$

□(4) $(3x+6)^2$

□(5) $(4a+3b)^2$

□(6) $(5x-2y)^2$

□(7) $(x+8)(x-8)$

□(8) $(12-m)(12+m)$

□(9) $(3x+7)(3x-7)$

□(10) $(5a+8b)(5a-8b)$

□(11) $(x+m)(x+3m)$

□(12) $(x-3a)(x-4a)$

□(13) $(a+2b)(a-5b)$

□(14) $(m-6n)(m+8n)$

5 いろいろな式の計算 次の計算をしなさい。

1 ポイント 7 ・ 8

□(1) $(x-2)^2+(x+1)(x-4)$

□(2) $(x+3)(x-3)-(x+2)(x-5)$

□(3) $3(x+y)^2-2(x-y)^2$

□(4) $(2x+3)^2+(2x-3)^2$

□(5) $(a-3b)(a+b)+(a-2b)^2$

□(6) $(3a+1)(3a-1)-(3a+1)^2$

□(7) $(x+y-4)(x+y+5)$

□(8) $(a+b+6)(a+b-6)$

□(9) $(a-b+3)^2$

□(10) $(2x+y-4)^2$

SAMPLE

6 共通因数 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 1

□(1) $2ax+4ay$

□(2) $4xy-8y^2$

□(3) $10mx-15my$

□(4) $12a^2b+16ab^2$

□(5) $7x^2y-21xy$

□(6) $ax-ay+az$

□(7) $4a^2-8ab+6a$

□(8) $3x^2y+6xy^2-9xy$

7 公式を利用する因数分解 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 2〜4

□(1) $x^2+12x+35$

□(2) $x^2-4x-32$

□(3) $a^2-15a+50$

□(4) $y^2+2y-63$

□(5) $x^2+9xy+14y^2$

□(6) $a^2-3ab-18b^2$

□(7) $x^2+16x+64$

□(8) $p^2-22p+121$

□(9) $9a^2-6a+1$

□(10) $4x^2+20x+25$

□(11) $x^2+14xy+49y^2$

□(12) $16x^2-4xy+\frac{y^2}{4}$

□(13) x^2-81

□(14) $36-p^2$

□(15) $4x^2-49$

□(16) $81a^2-1$

□(17) $25x^2-64y^2$

□(18) $9m^2-\frac{n^2}{9}$

SAMPLE

8 いろいろな因数分解(1) 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 1

□(1) $2x^2-6x-20$

□(2) $5a^2+15a+10$

□(3) $3x^2-27$

□(4) $-4a^2+8a-4$

□(5) $7m^2-7m-14$

□(6) $6x^2+12xy+6y^2$

□(7) $5-5m^2$

□(8) $12a^2-75$

□(9) $ax^2-12ax+32a$

□(10) $2ax^2-8ay^2$

□(11) $3ab^2-6ab-24a$

□(12) x^3-5x^2-14x

□(13) $12a^2b-27b$

□(14) $3xy^2-12xy+12x$

9 いろいろな因数分解(2) 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 2

□(1) $(x+y)^2-8(x+y)+15$

□(2) $(a-b)^2-2(a-b)-24$

□(3) $(x-4)^2+10(x-4)+25$

□(4) $m(x-y)+2(x-y)$

□(5) $(x+y)^2-64$

□(6) $(a+4)^2-(b+1)^2$

□(7) $(x^2-8x+16)-y^2$

□(8) $(a^2-2ab+b^2)-4c^2$

□(9) $b(a-3)-2a+6$

□(10) $xy+2y-3x-6$

SAMPLE

1章 1~4 語句・基本問題

学習日　　月　　日

◆次の［　］をうめなさい。同じ番号の［　］には，同じ内容があてはまります。

1

ポイント1　多項式と単項式の乗法は，①［　］法則を使って計算する。

ポイント3　単項式や多項式の積の形で表された式を計算して，単項式の和の形で表すことを，もとの式を，②［　］するという。

$(a+b)(c+d)=$ ③［　］

ポイント4　$(x+a)(x+b)=$ ④［　］

ポイント5　$(a+b)^2=$ ⑤［　］　　$(a-b)^2=$ ⑥［　］

ポイント6　$(a+b)(a-b)=$ ⑦［　］

ポイント8　$(x+y+3)(x+y-2)$ では ⑧［　］を M とおくと，

（⑨［　］$+3)($ ⑨［　］$-2)=$ ⑩［　］

M を ⑧［　］にもどすと，⑪［　］

2

ポイント1　1つの式が，いくつかの数や式の積の形に表されるとき，積の形に表したそれぞれの数や式を，もとの数や式の ⑫［　］という。

多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，その多項式を ⑬［　］するという。

多項式 $Ma+Mb$ のように，共通な ⑫［　］M があるとき，それをくくり出して，次のように ⑬［　］することができる。

$Ma+Mb=$ ⑭［　］

ポイント2　$a^2-b^2=$ ⑮［　］

ポイント3　$a^2+2ab+b^2=$ ⑯［　］　　$a^2-2ab+b^2=$ ⑰［　］

ポイント4　$x^2+(a+b)x+ab=$ ⑱［　］

3

ポイント2　$(x+y)^2+4(x+y)+3$ では，⑲［　］を M とおくと，

⑳［　］$^2+4$ ⑳［　］$+3=(M+1)($ ㉑［　］$)$

M を ⑲［　］にもどすと，㉒［　］

4

ポイント2　$65^2-15^2=($ ㉓［　］$+$ ㉔［　］$)($ ㉓［　］$-$ ㉔［　］$)$

$=80\times$ ㉕［　］$=$ ㉖［　］

SAMPLE

定期テスト対策 A　1章　1～4の総まとめ

学習日　月　日

1 次の計算をしなさい。

1 ポイント 1・2

□(1)　$7a(3a-5b)$

□(2)　$(8x^2-16x)\div(-4x)$

□(3)　$(6xy-9y^2)\div\frac{3}{4}y$

□(4)　$3x(x-2)-x(5x+3)$

2 次の式を展開しなさい。

1 ポイント 3～6・8

□(1)　$(x-4)(2y+5)$

□(2)　$(x+9)(x-7)$

□(3)　$(3a-8)(3a+4)$

□(4)　$(7m-3)^2$

□(5)　$(2x+9y)(2x-9y)$

□(6)　$(a+b+7)(a+b-7)$

3 次の計算をしなさい。

1 ポイント 7

□(1)　$(x-3)^2+(x-1)(x+1)$

□(2)　$(x-4)(x+2)-(x+4)^2$

□(3)　$2(x-5)(x+4)-(x-3)(2x+1)$

□(4)　$(3x+1)(3x-1)+(2x-3)^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 1～4

□(1)　$6x^2y-12x$

□(2)　$m^2-15m+56$

□(3)　$a^2-4a-60$

□(4)　$25x^2-40xy+16y^2$

□(5)　x^2-400

□(6)　$9a^2-64b^2$

SAMPLE

5 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 1・2

□(1) $3x^2-6x-72$

□(2) $4p^2-100$

□(3) $18ab^2-8a$

□(4) $ax^2-3ax-10a$

□(5) $(a+b)^2-8(a+b)+15$

□(6) $(x-y)^2-49$

□(7) $ab-3b-4a+12$

□(8) $x^2+2xy+y^2-4$

6 次の問いに答えなさい。

4 ポイント 1〜4

□(1) 次の式を，くふうして計算しなさい。

□① 35^2-25^2

□② 73×67

□(2) $x=196$ のとき，次の式の値を求めなさい。

□① $(x+2)(x-3)-(x-1)^2$

□② $x^2+8x+16$

□(3) $a=5.75$，$b=2.25$ のとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。

.....

□(4) 連続する 3 つの奇数では，それぞれの数の 2 乗の和に 1 を加えると，12 の倍数になる。このことを証明しなさい。

.....

□(5) 1 辺の長さが x cm の正方形 A がある。この正方形の一方の辺を 5 cm 長く，もう一方の辺を 5 cm 短くした長方形 B をつくる。A と B の面積は，どちらがどれだけ大きいかを調べなさい。

.....

SAMPLE

定期テスト対策 B　1章　1～4の総仕上げ

学習日　　月　　日

1 次の式を展開しなさい。

□(1)　$(a^2-a+1)(a+1)$

□(2)　$(2x-7y)(5x-8y+4)$

□(3)　$(2a+b+3)(2a+b-3)$

□(4)　$(x+2y-4)^2$

□(5)　$(x-y+7)(x-y-8)$

□(6)　$(3a+b-1)(3a-b+1)$

2 次の計算をしなさい。

□(1)　$4(a+2b)^2-(3a-2b)^2$

□(2)　$(3x-5y)(3x+5y)-9(x-y)^2$

3 次の式を因数分解しなさい。

□(1)　$-5a^2x+20b^2x$

□(2)　$a^2-2ab-48b^2$

□(3)　$2x(x+4)-(x+4)^2$

□(4)　$(a-3)^2-14(a-3)+49$

□(5)　x^2-y^2-x-y

□(6)　$a^2+2ab+b^2+3a+3b+2$

4 次の問いに答えなさい。

□(1)　次の式を，くふうして計算しなさい。

□①　5.04×4.96

□②　$6.5^2\times3.14-3.5^2\times3.14$

□(2)　$x=0.2$，$y=1.2$ のとき，$9x^2+12xy+4y^2$ の値を求めなさい。

□(3)　$x=\frac{5}{3}$，$y=-\frac{3}{2}$ のとき，$(3x+5y)^2-(3x-5y)^2$ の値を求めなさい。

SAMPLE

5 $a+b=-10$，$ab=8$ のとき，次の式の値を求めなさい。計算の過程も書くこと。

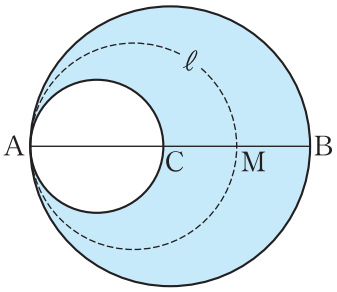
□(1)　a^2+b^2

□(2)　$a^2-2ab+b^2$

6 連続する 4 つの自然数をそれぞれ 2 乗してできる数をすべて加え，それを 4 でわる。このときの余りはいつも 2 であることを証明しなさい。

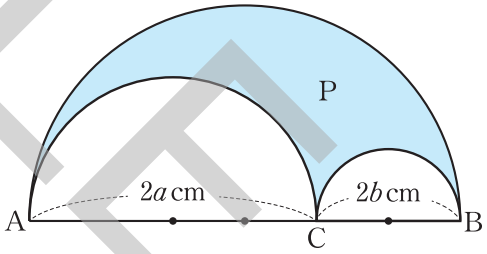
□ 連続する 4 つの自然数を，n を自然数として n，$n+1$，$n+2$，$n+3$ とすると，

7 右の図は，線分 AB，AC をそれぞれ直径とする 2 つの円で，点 M は CB の中点である。AM を直径とする円の円周の長さを ℓ，色をつけた部分の面積を S，$CB=2a$ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを，$AC=2r$ として，証明しなさい。



□

8 右の図のように AB を直径とする半円がある。AB 上に点 C をとり，$AC=2a$ cm，$BC=2b$ cm をそれぞれ直径とする半円をかき，図の色をつけた部分を P とする。
このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　AB を直径とする半円の半径を a，b を使って表しなさい。

□(2)　図形 P の面積を a，b を使って表しなさい。ただし，円周率は π とし，求める過程も書くこと。

SAMPLE

9 右の図は，ある月のカレンダーである。このカレンダー上で，右の図のように，4つの数を囲む。この図では，12，13，19，20で，右上と左下の数の積は $13\times19=247$，左上と右下の数の積は $12\times20=240$ で，右上と左下の数の積の方が7大きくなっている。
このような囲み方をした4つの数において，常に右上と左下の数の積が，左上と右下の数の積より7大きくなることを，証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

□

10 「十の位の数が同じで，一の位の数の和が10になる2けたの自然数の積」には，次のように簡単に計算できる方法がある。

〔方法〕
- 答えの下2けた(Bの部分)は，一の位の数の積にする。
- その上の2けた(Aの部分)は，十の位の数とそれに1を加えた数の積にする。

62	34	13
×68	×36	×17
4216	1224	221
A B	A B	A B

この方法が正しいことを，十の位の数を a，一の位の数を b，c として，証明しなさい。

□

11 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の式は，$x^2+8x+12$ を因数分解しているとはいえない。そのわけをいいなさい。

$x^2+8x+12=x(x+8)+12$

□(2) 次の□に自然数を入れて，この式が因数分解できるようにする。あてはまる数をすべて求めなさい。

$x^2+\square x+12$

SAMPLE