4 式の利用

学習日　月　日

ポイント 1 数の計算の工夫

教科書 P.37　基本

乗法の公式や因数分解を利用すると，答えが簡単に求められることがある。

例　(1)　$65^2 - 15^2$
$= (65 + 15) \times (65 - 15)$　← 公式(4)′
$= 80 \times 50$
$= 4000$

(2)　$51^2 = (50 + 1)^2$
$= 50^2 + 2 \times 1 \times 50 + 1^2$　← 公式(2)
$= 2601$

確認問題 1　乗法の公式や因数分解を利用して，次の計算をしなさい。

(1)　$55^2 - 45^2$

(2)　$47^2 - 37^2$

(3)　39^2

(4)　95^2

(5)　28×32

(6)　59×61

ポイント 2 式の値

教科書 P.37　標準

例題　(1)　$x = 5$，$y = 7$ のとき，$(x + y)^2 - (x^2 + y^2)$ の値を求めなさい。
(2)　$x = 27$，$y = 13$ のとき，$x^2 + 2xy + y^2$ の値を求めなさい。

解き方　(1)　式を計算してから値を代入する。
$(x + y)^2 - (x^2 + y^2)$
$= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - y^2$
$= 2xy$
$= 2 \times 5 \times 7 = 70$　答 70

(2)　式を因数分解してから値を代入する。
$x^2 + 2xy + y^2$
$= (x + y)^2$
$= (27 + 13)^2$
$= 40^2 = 1600$　答 1600

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　$x = 27$ のとき，$(x - 5)^2 - (x - 3)(x - 6)$ の値を求めなさい。

(2)　$x = 63$ のとき，$x^2 - 6x + 9$ の値を求めなさい。

(3)　$a = 6.25$，$b = 3.75$ のとき，$a^2 - b^2$ の値を求めなさい。

学習目標 ・展開や因数分解を利用して，いろいろな問題が解けるようになる。

▶教科書 p.37〜40

ポイント 3 整数の性質の証明

教科書 P.38 〜 P.40 標準

例題 **連続する3つの整数で，それぞれの2乗の和に1を加えた数は，3の倍数になる。このことを証明しなさい。**

解き方 3つの整数を1つの文字を使って表し，式の計算を利用する。

〔証明〕 中央の整数を n とすると，3つの数は，$n-1$，n，$n+1$ と表される。
このとき，それぞれの2乗の和に1を加えた数は，

$$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+1=n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1+1$$
$$=3n^2+3=3(n^2+1)$$

n^2+1 は整数だから，これは3の倍数である。

確認問題 3 **次のことを証明しなさい。**

□(1) 連続する2つの整数で，それぞれの2乗の和は，その2数の積の2倍に1を加えた数に等しい。

〔 〕

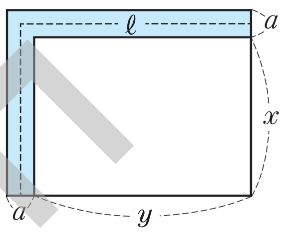
□(2) 連続する3つの整数で，最大の数の2乗から最小の数の2乗をひいた差は，中央の数の4倍に等しい。

〔 〕

ポイント 4 図形に関する問題

教科書 P.40 標準

例題 **右の図のように，縦の長さが x，横の長さが y の長方形の土地の2辺に沿って，幅 a の道がある。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを証明しなさい。**



解き方 S，ℓ をそれぞれ a，x，y を使って表す。

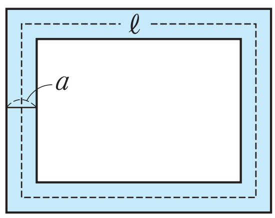
〔証明〕 $S=(x+a)(y+a)-xy=ax+ay+a^2$ …①

$$\ell=x+\frac{a}{2}+y+\frac{a}{2}=x+y+a$$

したがって，$a\ell=a(x+y+a)=ax+ay+a^2$ …②

①，②より，$S=a\ell$

確認問題 4 **右の図のように，長方形の土地の外側に，幅 a の道がある。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを，長方形の土地の縦の長さを b，横の長さを c として，証明しなさい。**



□ 〔 〕

4 標準問題

学習日　　月　　日

1 数の計算の工夫 次の式を，工夫して計算しなさい。

ポイント 1

✳□(1) $68^2 - 32^2$

□(2) $45^2 - 15^2$

✳□(3) $7.5^2 - 2.5^2$

□(4) 52^2

✳□(5) 98^2

□(6) 43×37

✳□(7) 78×82

□(8) $35^2 - 2 \times 35 \times 25 + 25^2$

2 式の値 次の問いに答えなさい。

ポイント 2

✳□(1) $x = 42$ のとき，$(x + 5)(x - 5) - (x + 8)(x - 3)$ の値を求めなさい。

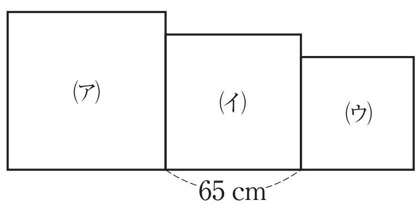
✳□(2) $a = 195$ のとき，$a^2 + 10a + 25$ の値を求めなさい。

□(3) $x = -2$，$y = 18$ のとき，$(2x - 3y)^2 - (3x - 2y)^2$ の値を求めなさい。

✳□(4) $x = 2.4$，$y = 0.2$ のとき，$x^2 - 4y^2$ の値を求めなさい。

□(5) $x = \frac{2}{3}$，$y = -\frac{1}{6}$ のとき，$x^2 + 4xy + 4y^2$ の値を求めなさい。

□(6) 右の図で，(ア)，(イ)，(ウ)はそれぞれ正方形で，(イ)は 1 辺の長さが 65 cm である。また，(ア)，(ウ)はそれぞれ，(イ)の正方形から 1 辺を 2 cm 長くしたものと，短くしたものである。(ア)の面積から(ウ)の面積をひいたときの差を求めなさい。



3 整数の性質の証明 次の問いに答えなさい。

ポイント 3

☐(1) 連続する 3 つの整数で，大きい方の 2 数の積から小さい方の 2 数の積をひいた差は，中央の数の 2 倍に等しい。このことを証明しなさい。

☐(2) 連続する 4 つの整数で，大きい方の 2 数の積から小さい方の 2 数の積をひいた差は，もとの 4 つの数の和に等しい。このことを証明しなさい。

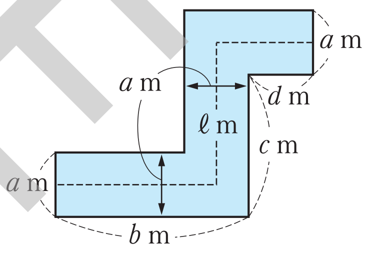
☐(3) 連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた和は，この 2 つの偶数の間にある奇数の 2 乗に等しい。このことを，2 つの偶数を $2n$，$2n+2$（n は整数）として，証明しなさい。

☐(4) 奇数と奇数の積は，奇数である。このことを，2 つの奇数を $2m+1$，$2n+1$（m，n は整数）として，証明しなさい。

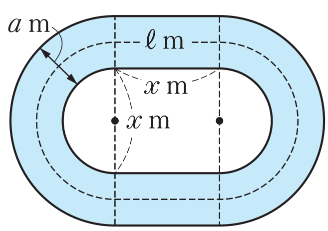
4 図形に関する問題 次の(1)，(2)の場合に，道の面積を S m²，道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると，$S=a\ell$ となることを証明しなさい。

ポイント 4

☐(1) 右の図のような，長方形を組み合わせた図形の場合。



☐(2) 右の図のように，1 辺の長さが x m の正方形と，直径が x m の 2 つの半円をあわせた形の土地があり，その周囲に幅 a m の道がある場合。



計算トレーニング

学習日　月　日

1 単項式と多項式の乗法　次の計算をしなさい。

1 ポイント 1

(1) $3a(4a+7b)$

(2) $(2x-9y)\times(-4x)$

(3) $-2m(6m+n)$

(4) $7x(2y-3x)$

(5) $3a(2a-b+4)$

(6) $(x-3y+5)\times 2y$

(7) $\frac{1}{4}x(8x-12y)$

(8) $\frac{2}{5}a(10a+25b)$

2 多項式を単項式でわる除法　次の計算をしなさい。

1 ポイント 1

(1) $(6x^2+9x)\div 3x$

(2) $(12ab-8b^2)\div 4b$

(3) $(15x^2y+10xy^2)\div(-5xy)$

(4) $(24a^2b-30ab)\div 6ab$

(5) $(4a^2b+6ab+8a)\div 2a$

(6) $(2xy-6y^2)\div\frac{2}{3}y$

(7) $(8a^2-12ab)\div\frac{4}{5}a$

(8) $(30x^2y+20xy)\div\frac{5}{6}xy$

3 多項式の乗法　次の式を展開しなさい。

1 ポイント 2

(1) $(x+5)(y-4)$

(2) $(2a-7)(b+6)$

(3) $(3x-2)(x+8)$

(4) $(2p+q)(3p-q)$

(5) $(x-4y)(2x+3y)$

(6) $(5a+2b)(-a+3b)$

(7) $(x+3)(3x-y+4)$

(8) $(3a-4b+2)(a+2b)$

4 乗法の公式 次の式を展開しなさい。

1 ポイント 3〜7

□(1) $(x-4)(x+7)$

□(2) $(a+5)(a-9)$

□(3) $(x+5y)(x+3y)$

□(4) $(2x-3)(2x-7)$

□(5) $(a-13)^2$

□(6) $(3x+6)^2$

□(7) $(4a+3b)^2$

□(8) $(5x-2y)^2$

□(9) $(x+8)(x-8)$

□(10) $(12-m)(12+m)$

□(11) $(3x+7)(3x-7)$

□(12) $(5a+8b)(5a-8b)$

□(13) $(x+y-4)(x+y+5)$

□(14) $(a+b+6)(a+b-6)$

□(15) $(a-b+3)^2$

□(16) $(2x+y-4)^2$

5 いろいろな式の計算 次の計算をしなさい。

1 ポイント 8

□(1) $(x-2)^2+(x+1)(x-4)$

□(2) $(x+3)(x-3)-(x+2)(x-5)$

□(3) $2(x+4)^2-(2x-1)(x+1)$

□(4) $(a-5)(a+6)-(a-4)^2$

□(5) $3(x+y)^2-2(x-y)^2$

□(6) $(2x+3)^2+(2x-3)^2$

□(7) $(a-3b)(a+b)+(a-2b)^2$

□(8) $(3a+1)(3a-1)-(3a+1)^2$

6 共通な因数 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 1

□(1) $2ax + 4ay$

□(2) $4xy - 8y^2$

□(3) $10mx - 15my$

□(4) $12a^2b + 16ab^2$

□(5) $7x^2y - 21xy$

□(6) $ax - ay + az$

□(7) $4a^2 - 8ab + 6a$

□(8) $3x^2y + 6xy^2 - 9xy$

7 公式による因数分解 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 2〜4　3 ポイント 2

□(1) $x^2 + 12x + 35$

□(2) $x^2 - 4x - 32$

□(3) $a^2 - 15a + 50$

□(4) $y^2 + 2y - 63$

□(5) $x^2 + 9xy + 14y^2$

□(6) $a^2 - 3ab - 18b^2$

□(7) $x^2 + 16x + 64$

□(8) $p^2 - 22p + 121$

□(9) $9a^2 - 6a + 1$

□(10) $4x^2 + 20x + 25$

□(11) $x^2 + 14xy + 49y^2$

□(12) $16x^2 - 4xy + \frac{y^2}{4}$

□(13) $x^2 - 81$

□(14) $36 - p^2$

□(15) $4x^2 - 49$

□(16) $81a^2 - 1$

□(17) $25x^2 - 64y^2$

□(18) $9m^2 - \frac{n^2}{9}$

8 いろいろな式の因数分解(1) 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 1

□(1) $2x^2 - 6x - 20$

□(2) $5a^2 + 15a + 10$

□(3) $3x^2 - 27$

□(4) $-4a^2 + 8a - 4$

□(5) $7m^2 - 7m - 14$

□(6) $6x^2 + 12xy + 6y^2$

□(7) $5 - 5m^2$

□(8) $12a^2 - 75$

□(9) $ax^2 - 12ax + 32a$

□(10) $2ax^2 - 8ay^2$

□(11) $3ab^2 - 6ab - 24a$

□(12) $x^3 - 5x^2 - 14x$

□(13) $12a^2b - 27b$

□(14) $3xy^2 - 12xy + 12x$

9 いろいろな式の因数分解(2) 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 3・4

□(1) $(x + y)^2 - 8(x + y) + 15$

□(2) $(a - b)^2 - 2(a - b) - 24$

□(3) $(x - 4)^2 + 10(x - 4) + 25$

□(4) $m(x - y) + 2(x - y)$

□(5) $(x + y)^2 - 64$

□(6) $(a + 4)^2 - (b + 1)^2$

□(7) $x^2 - 8x + 16 - y^2$

□(8) $a^2 - 2ab + b^2 - 4c^2$

□(9) $b(a - 3) - 2a + 6$

□(10) $xy + 2y - 3x - 6$

1章 1~4 語句・基本問題

学習日　　月　　日

□に当てはまる語，式を答えなさい。同じ番号の□には，同じ内容が入ります。

1

ポイント1　単項式と多項式の乗法は，① 法則を使って計算する。

ポイント2　単項式や多項式の積の形で表された式を計算して単項式の和の形に表すことを，もとの式を ② するという。

ポイント2~5　$(a+b)(c+d)=$ ③　　$(x+a)(x+b)=$ ④

$(x+a)^2=$ ⑤　　$(x-a)^2=$ ⑥

$(x+a)(x-a)=$ ⑦

2

ポイント1　1つの式がいくつかの式の積の形に表されるとき，かけ合わされた1つ1つの式を，もとの式の ⑧ という。

ポイント1　多項式をいくつかの因数の積として表すことを，もとの式を ⑨ するという。

ポイント1　多項式の各項に共通な因数があるとき，分配法則を使って因数分解することができる。たとえば，

$ma+mb=$ ⑩

ポイント2~4　$x^2+(a+b)x+ab=$ ⑪　　$x^2+2ax+a^2=$ ⑫

$x^2-2ax+a^2=$ ⑬　　$x^2-a^2=$ ⑭

3

ポイント3　$(x+y)^2+4(x+y)+3$ を因数分解する。

⑮ $=M$ とおくと，

$(x+y)^2+4(x+y)+3=$ ⑯ $=($ ⑰ $)($ ⑱ $)$

M を，⑮ にもどして，$($ ⑲ $)($ ⑳ $)$

ポイント4　$ab+b-a-1$ を因数分解する。

b をふくむ項とふくまない項に分けて考える。

$ab+b-a-1=(ab+b)-($ ㉑ $)=b($ ㉑ $)-($ ㉑ $)$

㉑ $=M$ とおくと，

$b($ ㉑ $)-($ ㉑ $)=bM-M=M($ ㉒ $)=($ ㉑ $)($ ㉒ $)$

定期テスト対策 A　1章　1～4の総まとめ

学習日　　月　　日

1 次の計算をしなさい。

1 ポイント 1

□(1) $7a(3a-5b)$

□(2) $(8x^2-16x)\div(-4x)$

□(3) $(6xy-9y^2)\div\frac{3}{4}y$

□(4) $3x(x-2)-x(5x+3)$

2 次の式を展開しなさい。

1 ポイント 2～7

□(1) $(x-4)(2y+5)$

□(2) $(x+9)(x-7)$

□(3) $(3a-8)(3a+4)$

□(4) $(7m-3)^2$

□(5) $(2x+9y)(2x-9y)$

□(6) $(a+b+7)(a+b-7)$

3 次の計算をしなさい。

1 ポイント 8

□(1) $(x-3)^2+(x-1)(x+1)$

□(2) $(x-4)(x+2)-(x+4)^2$

□(3) $2(x-5)(x+4)-(x-3)(2x+1)$

□(4) $(3x+1)(3x-1)+(2x-3)^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

2 ポイント 1～4

□(1) $6x^2y-12x$

□(2) $m^2-15m+56$

□(3) $a^2-4a-60$

□(4) $a^2-3a+\frac{9}{4}$

□(5) x^2-400

□(6) $0.36-m^2$

5 次の式を因数分解しなさい。

3 ポイント 1〜4

(1) $3x^2-6x-72$

(2) $4p^2-100$

(3) $25x^2-40xy+16y^2$

(4) $9a^2-64b^2$

(5) $18ab^2-8a$

(6) $(a+b)^2-8(a+b)+15$

(7) $(x-y)^2-49$

(8) $ab-3b-4a+12$

6 次の問いに答えなさい。

4 ポイント 1〜4

(1) 工夫して，次の計算をしなさい。

① 35^2-25^2

② 73×67

(2) $x=196$ のとき，次の式の値を求めなさい。

① $(x+2)(x-3)-(x-1)^2$

② $x^2+8x+16$

(3) $a=5.75$，$b=2.25$ のとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。

(4) 連続する 3 つの奇数では，それぞれの 2 乗の和に 1 を加えると，12 の倍数になる。このことを証明しなさい。

(5) 1 辺の長さが x cm の正方形 A がある。この正方形の一方の辺を 5 cm 長く，もう一方の辺を 5 cm 短くした長方形 B をつくる。A と B の面積は，どちらがどれだけ大きいかを調べなさい。

1章　1～4の総仕上げ

学習日　月　日

1 次の式を展開しなさい。

□(1)　$(a^2-a+1)(a+1)$

□(2)　$(2x-7y)(5x-8y+4)$

□(3)　$(2a+b+3)(2a+b-3)$

□(4)　$(x+2y-4)^2$

□(5)　$(x-y+7)(x-y-8)$

□(6)　$(3a+b-1)(3a-b+1)$

2 次の式を因数分解しなさい。

□(1)　$-5a^2x+20b^2x$

□(2)　$a^2-2ab-48b^2$

□(3)　$2x(x+4)-(x+4)^2$

□(4)　$(a-3)^2-14(a-3)+49$

□(5)　x^2-y^2-x-y

□(6)　$a^2+2ab+b^2+3a+3b+2$

3 次の問いに答えなさい。

□(1)　工夫して，次の計算をしなさい。

□①　5.04×4.96

□②　$6.5^2\times3.14-3.5^2\times3.14$

□(2)　$x=0.2$，$y=1.2$ のとき，$9x^2+12xy+4y^2$ の値を求めなさい。

□(3)　$x=\dfrac{5}{3}$，$y=-\dfrac{3}{2}$ のとき，$(3x+5y)^2-(3x-5y)^2$ の値を求めなさい。

4 $a+b=-10$，$ab=8$ のとき，次の式の値を求めなさい。計算の過程も書くこと。

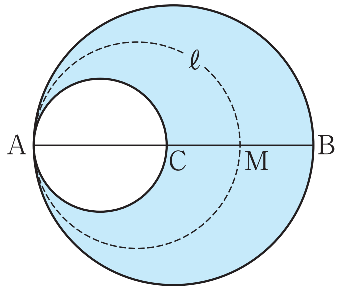
□(1) a^2+b^2

□(2) $a^2-2ab+b^2$

5 連続した 4 つの自然数をそれぞれ 2 乗した数をすべて加え，それを 4 でわる。このときの余りはいつも 2 であることを証明しなさい。

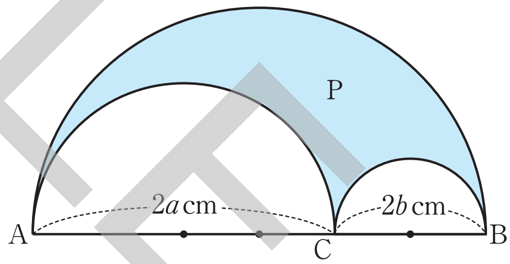
□ 連続した 4 つの自然数を，n を自然数として n，$n+1$，$n+2$，$n+3$ とすると，

6 右の図は，線分 AB，AC をそれぞれ直径とする 2 つの円で，点 M は CB の中点である。AM を直径とする円の円周の長さを ℓ，色をつけた部分の面積を S，CB＝$2a$ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを，AC＝$2r$ として，証明しなさい。



□

7 右の図のように AB を直径とする半円がある。AB 上に点 C をとり，AC＝$2a$cm，BC＝$2b$cm をそれぞれ直径とする半円をかき，図の色をつけた部分を P とする。
このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) AB を直径とする半円の半径を a，b を使って表しなさい。

□(2) 図形 P の面積を a，b を使って表しなさい。ただし，円周率は π とし，求める過程も書くこと。

8 右の図は，ある月のカレンダーである。このカレンダー上で，右の図のように，4 つの数を囲むと，囲まれた 4 つの数は 12，13，19，20 で，右上と左下の数の積は $13 \times 19 = 247$，左上と右下の数の積は $12 \times 20 = 240$ で，右上と左下の数の積の方が 7 大きくなっている。
このような囲み方をした 4 つの数について，右上と左下の数の積は，つねに左上と右下の数の積より 7 大きくなることを，証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

□

9 「十の位の数が同じで，一の位の数の和が 10 になる 2 桁の自然数どうしの積」には，次のように簡単に計算できる方法がある。

〔方法〕
- 答えの下 2 桁（B の部分）は，一の位の数の積にする。
- その上の 2 桁（A の部分）は，十の位の数とそれに 1 を加えた数の積にする。

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times\ 68 \\ \hline \underbrace{42}_{A}\underbrace{16}_{B} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34 \\ \times\ 36 \\ \hline \underbrace{12}_{A}\underbrace{24}_{B} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \times\ 17 \\ \hline \underbrace{2}_{A}\underbrace{21}_{B} \end{array}$$

この方法が正しいことを，十の位の数を a，一の位の数を b，c として，証明しなさい。

□

10 次の問いに答えなさい。

□(1)　次の式は，$x^2 + 8x + 12$ を因数分解しているとはいえない。そのわけをいいなさい。

$$x^2 + 8x + 12 = x(x + 8) + 12$$

□(2)　次の □ に自然数を入れて，この式が因数分解できるようにする。あてはまる数をすべて求めなさい。

$$x^2 + \square x + 12$$