CONTENTS

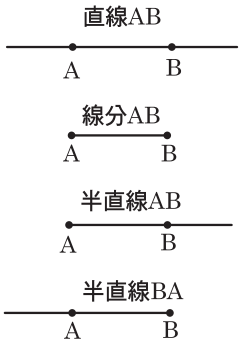
第 3 章　図形と合同

第 4 章　三角形と四角形

1　平面図形の基礎

ポイント　1　直線，線分，半直線

- **直線**……かぎりなくのびたまっすぐな線を**直線**という。
  - ・２点A，Bを通る直線を**直線**ABという。
  - ・２点A，Bを通る直線はただ１つである。
- **線分**……直線の一部で，両端のあるものを**線分**という。
  - ・両端が２点A，Bである線分を**線分**ABという。
- **半直線**……直線の一部で，一方の点を端（はし）とし，もう一方にかぎりなくのびたものを**半直線**という。
  - ・Aを端とし，Bの方にかぎりなくのびた半直線を**半直線**ABという。
  - ・Bを端とし，Aの方にかぎりなくのびた半直線を**半直線**BAという。

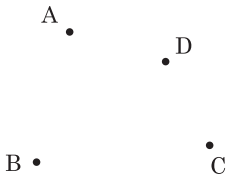


確認問題　1

右の図のように，平面上に４点A，B，C，Dがある。このとき，次の直線，線分，半直線を，図にかき入れなさい。

□(1)　直線AB　　□(2)　直線BD　　□(3)　線分AD

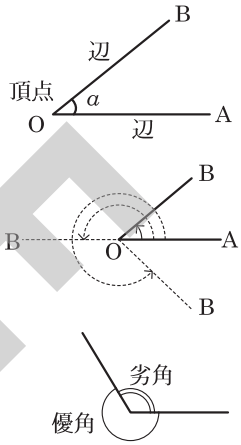
□(4)　線分DC　　□(5)　半直線BC　　□(6)　半直線CA



ポイント　2　角

- **角**……１点を端の点とした２つの半直線によってできる図形を**角**という。
  - ・右の図のような角を，記号∠を用いて，∠AOBまたは∠BOAと表す。
    簡単に，∠O，∠aと表すこともある。
  - ・∠AOBにおいて，Oを**頂点**，半直線OA，OBを**辺**という。
- **角の大きさ**……角の２つの辺の開きぐあいは，その角の大きさを表す。
  - ・角の大きさは，右の図のように，半直線を，その端を固定して回転させたときの，回転の大きさと考えることもできる。
  - ・∠AOBの大きさがa°であるとき，∠AOB＝a°と表す。

※　180°より大きく，360°より小さい角を優角（ゆうかく），０°より大きく180°より小さい角を劣角（れっかく）という。
普通は，単に角というときには，劣角のことを表す。

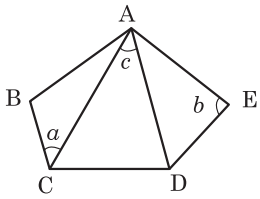


確認問題　2

右の図について，次の問いに答えなさい。

□(1)　∠a，∠b，∠cをそれぞれ，A，B，C，D，Eを用いて表しなさい。

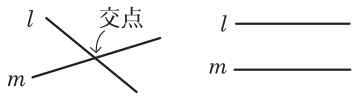
□(2)　∠CDE＝130°，∠ADE＝55°のとき，∠ADCの大きさを求めなさい。



◎ ポイント　3　平行と垂直

平面上の２直線の位置関係……平面上に異なる２直線 l，m があるとき，l と m の位置関係は右の２つの場合がある。

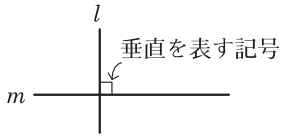
〔1〕交わる　〔2〕交わらない



・２直線が交わるとき，その交わる点を，２直線の**交点**という。

２直線の平行……２直線 l，m が交わらないとき，l と m は**平行**であるといい，$l /\!/ m$ と表す。

２直線の垂直……２直線 l，m が交わるとき，その交点の周りにできる角の１つが直角であるとき，l と m は**垂直**であるといい，$l \perp m$ と表す。



・l と m が垂直であるとき，l と m は**直交**するともいう。

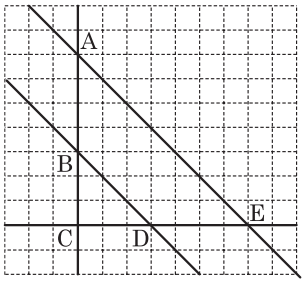
・垂直な２直線の一方を，他方の**垂線**という。

◎ 確認問題　3　右の図のように，４つの直線があり，５つの交点をA，B，C，D，Eとする。

□(1)　直線AEと直線BDの位置関係を記号で表しなさい。

□(2)　点Eを通り，直線ABに平行な直線 l を引いたとき，直線 l と直線CDの位置関係を記号で表しなさい。

□(3)　点Cを通り，直線BDに垂直な直線 m を引いたとき，直線 m と直線AEの位置関係を記号で表しなさい。



◎ ポイント　4　距離

２点間の距離……２点A，Bを結ぶ線分の長さを，**２点A，B間の距離**という。

・線分ABの長さは，２点A，Bを結ぶ線のうち，最短である。

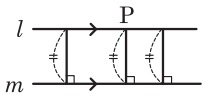
・線分ABの長さを，ABで表す。よって，２点A，B間の距離が３㎝であるとき，AB＝３㎝のように表す。

点と直線の距離……直線 l 上にない点Pから直線 l に垂線を引き，l との交点をQとするとき，線分PQの長さを**点Pと直線 l の距離**という。

・線分PQの長さは，点Pと直線 l 上の点を結ぶ線分のうち，最短である。

Qを**垂線の足**という。

平行な２直線の距離……平行な２直線 l，m に対して，l 上のどこに点Pをとっても，Pと m の距離は一定である。この一定の距離を，**平行な２直線 l，m 間の距離**という。

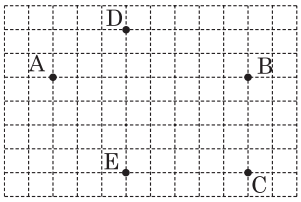


◎ 確認問題　4　右の図において，次の距離を求めなさい。ただし，方眼の１目もりは１㎝とする。

□(1)　２点A，B間の距離

□(2)　点Dと直線BCの距離

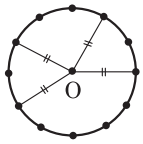
□(3)　平行な２直線AB，EC間の距離



◉ ポイント　5　円

☑ **円**……平面上の１点Oから等しい距離にある点の集まりを円周（または，単に円）という。

・点Oを中心とする円を円Oという。



☑ **弧と弦**……円周の一部を**弧**という。また，円周の２点を結ぶ線分を**弦**という。

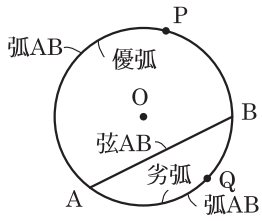
・２点A，Bを両端とする弧を**弧**ABといい，記号を用いて$\overset{\frown}{AB}$と表す。

・２点A，Bを両端とする弦を**弦**ABという。

・特に中心を通る弦を**直径**という。

※　２点A，Bで分けられる弧は２つあるが，半円より長いものを**優弧**，半円より短いものを**劣弧**という。普通，弧ABというときは劣弧のことを表す。

優弧と劣弧を区別するために，$\overset{\frown}{APB}$，$\overset{\frown}{AQB}$のように表すこともある。

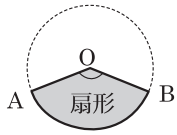


☑ **中心角**……円の中心を頂点とし，２辺が弧の両端を通る角を，その弧に対する**中心角**という。

・右の図の円Oで，∠AOBは$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角である。

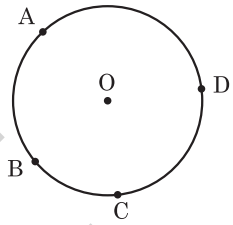
☑ **扇形**……１つの弧とその中心角を与える２辺によって囲まれた図形を**扇形**という。

・右の図では，∠AOBが，この扇形の中心角である。



◉ 確認問題　5　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図のように，円Oの周上に４点A，B，C，Dがある。



□①　弧ABCにあたる部分を太線で示しなさい。

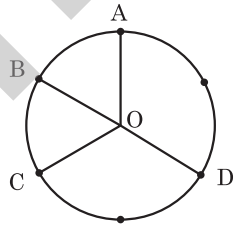
□②　弦ABをかきなさい。

□③　点Dを通る弦のうち，長さが最も長いものをかきなさい。

□④　２点B，Dを両端とする２つの弧を，区別して答えなさい。

□⑤　∠CODを中心角とする扇形を斜線で示しなさい。

図１



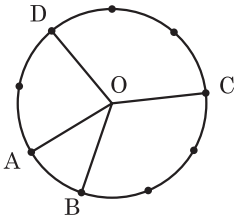
□(2)　右の図１，２の円周上の点は，円Oを等分したものである。

□①　図１で，三角形ACDはどんな三角形か答えなさい。

□②　図１で，扇形OABと，扇形OCDの中心角の大きさをそれぞれ求めなさい。

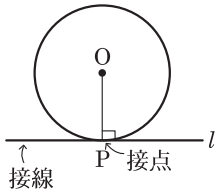
□③　図２で，扇形OABと，扇形OCDの中心角の大きさをそれぞれ求めなさい。

図２



◉ ポイント　6　円と直線

円と接線……円Oと直線 l が 1 点Pだけを共有するとき，l は円Oに**接する**といい，この直線 l を円Oの**接線**，点Pを**接点**という。



接線の性質

① 円の接線は，接点を通る半径に垂直である。

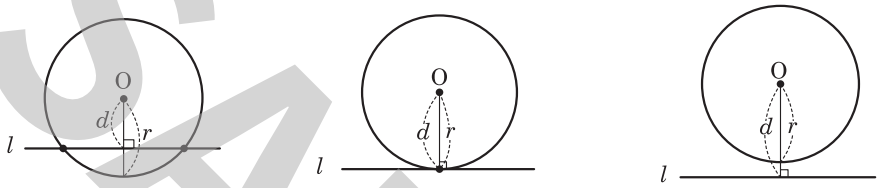
② 半径の端の中心と異なる点で，半径に垂直な直線は，この円の接線である。

円と直線の位置関係……円と直線の位置関係は，円の中心から直線までの距離と，円の半径の大小によって決まる。

・円Oの半径を r，中心Oから直線 l までの距離を d とすると，次の 3 つの場合がある。

〔1〕 $d<r$ のとき　　〔2〕 $d=r$ のとき　　〔3〕 $d>r$ のとき

2 点で交わる　　**1 点で接する**　　**交わらない**



◉ 確認問題　6　次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の直線 m に，点Oを中心とする半径1.5㎝の円をかき加え，次の①，②に答えなさい。

□① 直線 m に垂直で，中心Oからの距離が次のような直線をかきなさい。

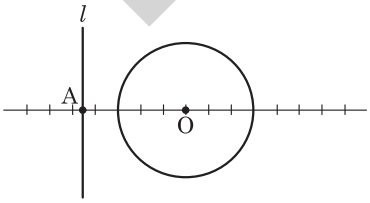
□(i) 1㎝　　□(ii) 1.5㎝　　□(iii) 2㎝

□② ①の(i)～(iii)のそれぞれの場合，円Oと直線はどのような位置関係にあるか答えなさい。

□(2) 半径 7㎝の円Oと直線 l がある。中心Oから直線 l までの距離が次の各場合に，円Oと直線 l の共有点の個数を求めなさい。

□① 4㎝　　□② 9㎝　　□③ 7㎝

□(3) 右の図のように，数直線上の原点を中心とする半径 3 の円Oがある。数直線上を動く点をAとし，その点に対応する数を a とする。点Aを通り，数直線に垂直な直線を l とする。



□① 直線 l が円Oと 1 点で接するときの a の値を求めなさい。

□② 直線 l が円Oと 2 点で交わるような a の値の範囲を不等号を用いて表しなさい。

□③ 直線 l が円Oと交わらないような a の値の範囲を不等号を用いて表しなさい。

練成問題

1 次の問いに答えなさい。 ポイント 1

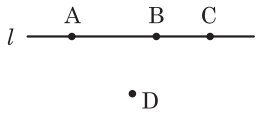
□(1) 次の空らんをうめなさい。

□① 2点A，Bを通る直線は［　　］本ある。

□② 2点A，Bを通る直線を［　　］といい，この直線上のA，Bを両端とするものを［　　］という。

□③ 線分ABをAの方へかぎりなくのばしたものを［　　］という。

□(2) 右の図のように，直線lと，直線l上にある3点A，B，C，l上にない点Dがある。次の図形はそれぞれ何本できるか答えなさい。



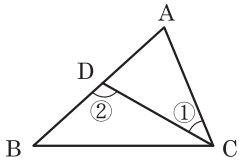
□① 2点を通る直線　　□② 2点を両端とする線分

□③ 3点A，B，Cのいずれかを端にし，もう1点を通る半直線

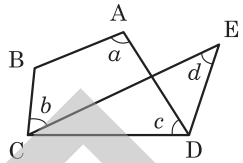
2 次の問いに答えなさい。 ポイント 2

□(1) 右の図について，次の空らんをうめなさい。

①の角は，頂点がCで，角の辺がCAと［　　］であるから［　　］と表す。また，②の角は，頂点が［　　］で，角の辺が［　　］と［　　］であるから，［　　］と表す。



□(2) 右の図で，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$をそれぞれA，B，C，D，Eを用いて表しなさい。



3 次の問いに答えなさい。 ポイント 3

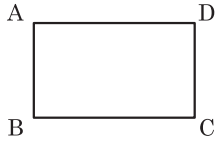
□(1) 次の空らんをうめなさい。

□① 平面上の異なる2直線l，mが交わらないとき，lとmの関係は，記号で［　　］と表される。

□② 2直線l，mが交わってできる角の1つが直角であるとき，lとmの関係は，記号で［　　］と表される。

□③ 2直線l，mが垂直であるとき，lをmの［　　］という。

□(2) 右の図の長方形ABCDにおいて，平行な辺の組と垂直な辺の組を選び，平行，垂直の記号を用いて表しなさい。

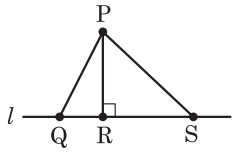


4 次の問いに答えなさい。

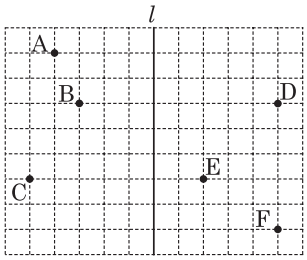
ポイント 4

□(1) 次の空らんをうめなさい。

右の図で，線分□の長さを，点Pと直線 l との距離という。このとき，点□を点Pから直線 l に下ろした垂線の足という。



□(2) 右の図のように，直線 l と，点A，B，C，D，E，Fがある。ただし，方眼の1目もりは1㎝とする。



□① 2点B，D間の距離を求めなさい。

□② 直線 l との距離が最も短い点はどれか答えなさい。

□③ 直線DFと直線 l の距離を求めなさい。

5 次の問いに答えなさい。

ポイント 5

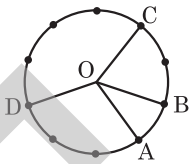
□(1) 次の空らんをうめなさい。

□① 円周の一部を□といい，両端がA，Bであるものを，記号を用いて□と表す。

□② 円周上の2点A，Bを結ぶ線分を□という。

□③ 弧と弧の両端を通る半径で囲まれた図形を□といい，2つの半径ではさまれた角を，その□という。

□(2) 右の円周上の点は，円Oを等分している。扇形OABと扇形OCDの中心角の大きさを求めなさい。



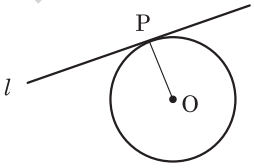
6 次の問いに答えなさい。

ポイント 6

□(1) 点Oからの距離が5㎝である点を多くとると，その集まりはどのような図形になるか答えなさい。

□(2) 右の図のように，半径8㎝の円Oと直線 l が1点Pだけを共有している。このとき，次の空らんをうめなさい。

直線 l を円Oの□，点Pを□という。また，OP＝□㎝で，l はOPに□である。



□(3) 点Oを中心とする半径4㎝と半径6㎝の2つの円と，直線 l がある。点Oから直線 l までの距離が次の各場合に，2つの円と直線 l の共有点の個数を求めなさい。

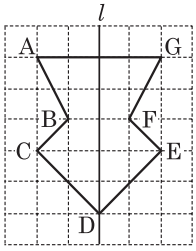
□① 3㎝　□② 4㎝　□③ 5㎝　□④ 6㎝　□⑤ 7㎝

2　対称な図形

◎ ポイント　1　線対称

☑ **合同**（ごうどう）……２つの図形があり，一方の図形をずらしたり裏返したりして他方の図形にぴったりと重ねることができるとき，それらの図形は**合同**であるという。

☑ **線対称**……１つの直線を折り目として図形を折ったとき，その直線の両側の部分がぴったりと重なる図形は**線対称**であるといい，折り目とした直線を**対称の軸**という。

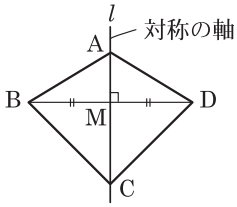


・線対称な図形をその対称の軸で折ったとき，ぴったりと重なる点，辺，角を，それぞれ**対応する点**，**対応する辺**，**対応する角**という。

・線対称な図形では，対応する辺の長さや角の大きさは等しい。

例　右の図形ABCDEFGは，直線lを対称の軸とする線対称な図形である。点Bと点Fは対応する点，辺BCと辺FEは対応する辺で長さは等しく，∠BCDと∠FEDは対応する角で大きさは等しい。

☑ **線対称な図形の性質**



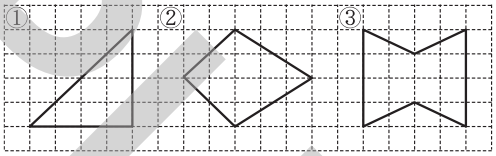
①　対称の軸は，対応する２点を結ぶ線分を垂直に２等分する。

②　対称の軸で切ると，２つに分かれた図形は合同になる。

例　右の図で，l⊥BD，BM＝DM　また，三角形ABCと三角形ADCは合同になる。

◎ 確認問題　1　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図形は線対称な図形である。それぞれについて，対称の軸をかき入れなさい。

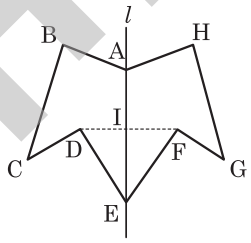


□(2)　右の図形は，直線lを対称の軸とする線対称な図形であり，点Iは直線lとDFの交点である。

□①　点Cに対応する点，辺FGに対応する辺をそれぞれ答えなさい。

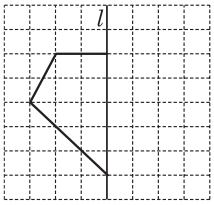
□②　DF＝6cmのとき，線分DIの長さを求めなさい。

□③　∠EIFの大きさを求めなさい。

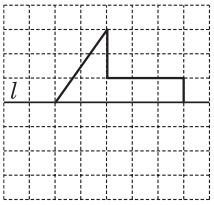


□(3)　次の図で，直線lが対称の軸となるように，線対称な図形を完成させなさい。

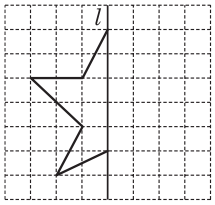
□①



□②

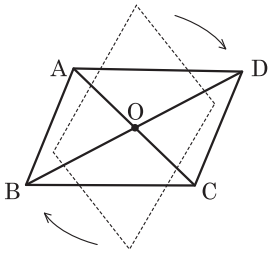


□③



◎ ポイント　2　点対称

点対称……1つの点を中心として図形を180°回転させたとき，もとの図形とぴったりと重なる図形は**点対称**であるといい，回転の中心とした点を**対称の中心**という。



・点対称な図形をその対称の中心で180°回転させたとき，もとの図形とぴったりと重なる点，辺，角を，それぞれ**対応する点**，**対応する辺**，**対応する角**という。

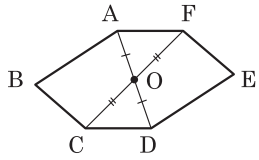
・点対称な図形では，対応する辺の長さや角の大きさは等しい。

例　右の図の平行四辺形ABCDは，対角線の交点Oを対称の中心とする点対称な図形である。点Aと点Cは対応する点，辺BCと辺DAは対応する辺で長さは等しく，∠ABCと∠CDAは対応する角で大きさは等しい。

点対称な図形の性質

①　対応する2点を結ぶ線分は対称の中心を通り，対称の中心はこの線分を2等分する。

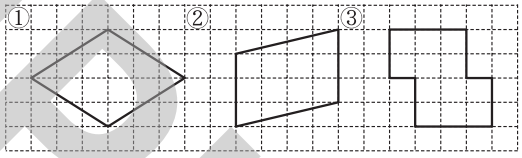
②　対称の中心を通る直線で切ると，2つに分かれた図形は合同になる。



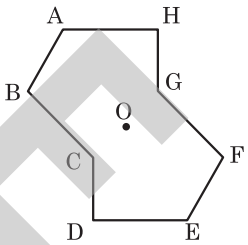
例　右の図で，対応する2点を結ぶ線分ADは対称の中心Oを通り，AO＝DOとなる。また，四角形ABCDと四角形DEFAは合同になる。

◉ 確認問題　2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図形は点対称な図形である。それぞれについて，対称の中心をかき入れなさい。



□(2)　右の図形は，点Oを対称の中心とする点対称な図形である。



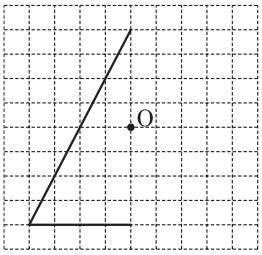
□①　点Bに対応する点，辺EFに対応する辺をそれぞれ答えなさい。

□②　OD＝7㎝のとき，線分DHの長さを求めなさい。

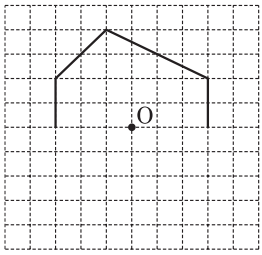
□③　∠COGの大きさを求めなさい。

□(3)　次の図で，点Oが対称の中心となるように，点対称な図形を完成させなさい。

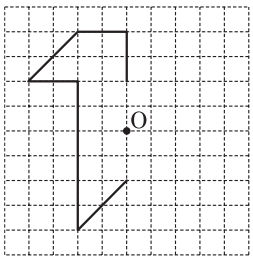
□①



□②



□③



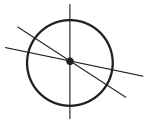
ポイント　3　いろいろな図形の対称性

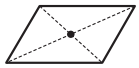
いろいろな図形の対称性

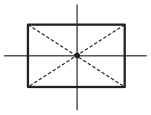
例　① 円……直径を対称の軸として線対称であり，円の中心を対称の中心として点対称である。

② 平行四辺形……対角線の交点を対称の中心として点対称であるが，線対称ではない。

③ 長方形……対角線の交点を対称の中心として点対称であり，線対称でもある。

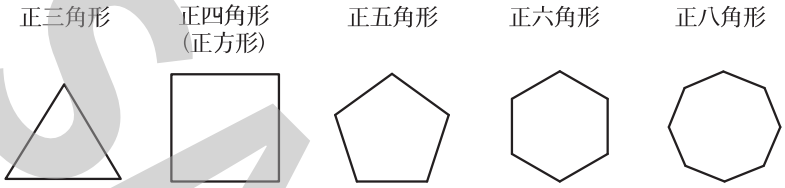
①


②


③


正多角形……いくつかの線分で囲まれた図形を**多角形**という。特に，辺の長さがすべて等しく，各頂点における角の大きさがすべて等しい多角形を**正多角形**という。

例

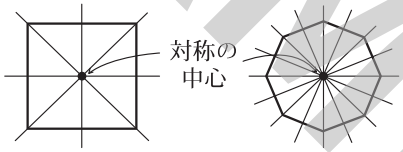


正多角形の対称性……正多角形は，どれも線対称な図形である。

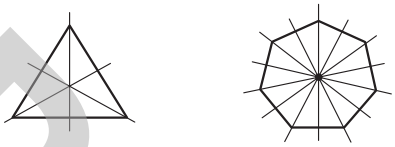
① 頂点の数が偶数のとき，線対称であり，点対称にもなる。

② 頂点の数が奇数のとき，線対称であるが，点対称にはならない。

例　①



②

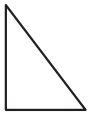


＊正 n 角形の対称の軸は，n 本ある。

確認問題　3　次の図形について，あとの問いに答えなさい。

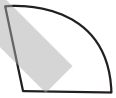
①

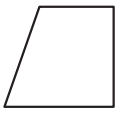
二等辺三角形

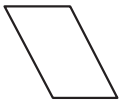
②

直角三角形

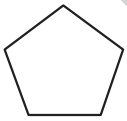
③

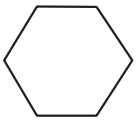
ひし形

④

扇形

⑤

台形

⑥

平行四辺形

⑦

正五角形

⑧

正六角形

□(1)　線対称な図形を選び，対称の軸をかき入れて，対称の軸の本数をいいなさい。

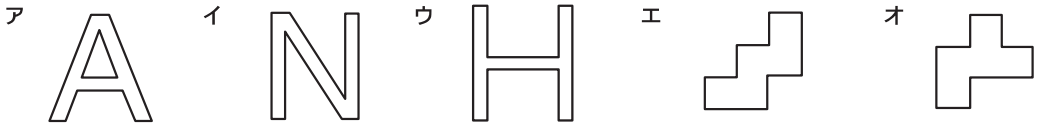
□(2)　点対称な図形を選び，対称の中心Oをかき入れなさい。

練成問題

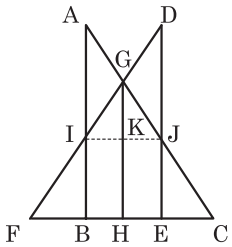
1 次の問いに答えなさい。

ポイント 1

□(1) 次の図形のうち，線対称なものをすべて選びなさい。



□(2) 右の図は，2つの合同な直角三角形ABCとDEFを組み合わせて，線対称な図形にしたものである。



□① どの直線が対称の軸になっているか答えなさい。

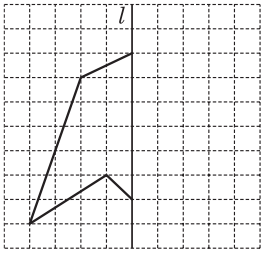
□② ∠BIGに対応する角はどれか答えなさい。

□③ 線分IJと直線GHの位置関係を，記号を用いて表しなさい。

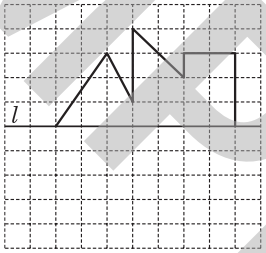
□④ BE＝6㎝，HC＝7㎝のとき，FBの長さを求めなさい。

□(3) 次の図で，直線lが対称の軸となるように，線対称な図形を完成させなさい。

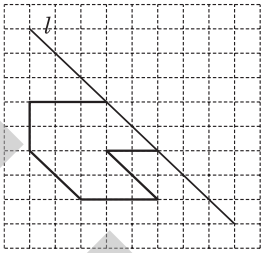
□①



□②



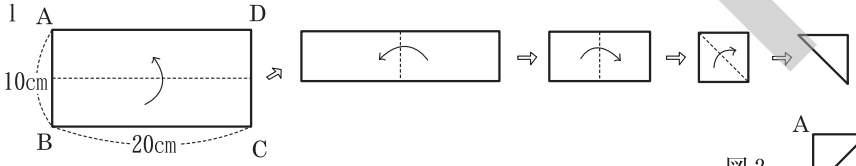
□③



2 次の図1のように，縦10㎝，横20㎝の長方形の紙ABCDを4回折って直角二等辺三角形を作り，この紙を広げたところ，図2のような折り目がついた。

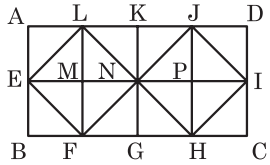
ポイント 1

図1



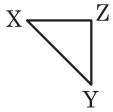
□(1) 点Aに重なった点をすべて答えなさい。

図2



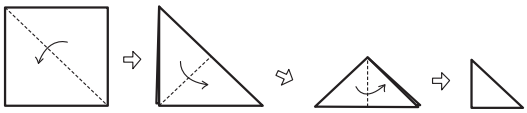
□(2) 紙を折ってできた直角二等辺三角形の各頂点を，図3のようにX，Y，Zとする。長方形の頂点Cは，X，Y，Zのどの位置にくるか答えなさい。

図3



3 右の図のように，正方形の紙を矢印の向きに３回折った。この紙から，(1)〜(3)の斜線の部分を切り取り，開いたときにできる図形をそれぞれ図示しなさい。ただし，切り取られた部分は斜線で示しなさい。

ポイント 1



□(1)

□(2)

□(3)

4 次の問いに答えなさい。

ポイント 2

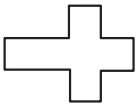
□(1) 次の図形のうち，点対称なものをすべて選びなさい。

ア

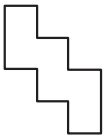
イ

ウ

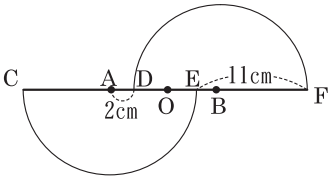
エ



オ



□(2) 右の図は，２つの合同な半円を直径にそってずらして，点対称な図形にしたものである。点A，Bはそれぞれの半円の中心である。

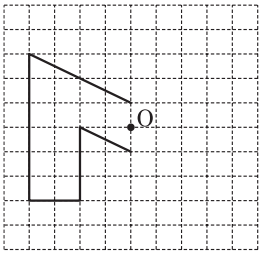


□① この半円の半径は何cmか求めなさい。

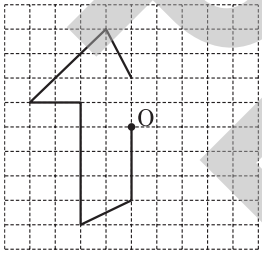
□② 点Oを対称の中心とするとき，AOの長さを求めなさい。

□(3) 次の図で，点Oが対称の中心となるように，点対称な図形を完成させなさい。

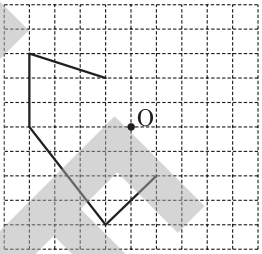
□①



□②

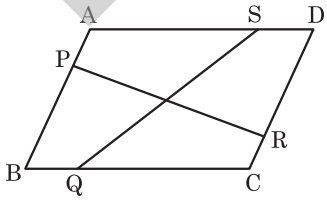


□③



5 右の図は，AB＝11cm，AD＝15cmである平行四辺形の紙ABCDを，その対角線の交点を通る２つの直線で折ったあと，再び広げたものであり，PR，QSはそのときの折り目の線である。AP＝3cm，DS＝4cmであるとき，次の問いに答えなさい。

ポイント 2

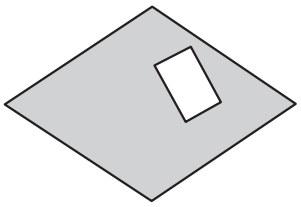


□(1) 四角形ABQSと合同な四角形を答えなさい。

□(2) 線分QCの長さを求めなさい。

□(3) 線分DRの長さを求めなさい。

6 右の図のように，ひし形の内部に長方形がある。◯の部分の面積を１本の直線で２等分するには，その直線をどのように引けばよいか説明しなさい。 ☞ ◉ ポイント　2



□

7 次の図形の中から，あとの(1)〜(3)にあてはまる図形をすべて選び，その記号を答えなさい。

☞ ◉ ポイント １〜３

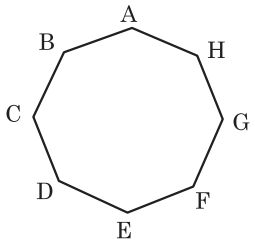
ア　長方形　　イ　台形　　ウ　ひし形　　エ　二等辺三角形　　オ　直角二等辺三角形　　カ　半円
キ　円　　ク　平行四辺形　　ケ　正三角形　　コ　正四角形　　サ　正九角形　　シ　正十二角形

□(1)　線対称であるが，点対称でない図形

□(2)　点対称であるが，線対称でない図形

□(3)　線対称でもあり，点対称でもある図形

8 右の図の正八角形について，次の問いに答えなさい。 ☞ ◉ ポイント １〜３



□(1)　線対称な図形とみたとき，対称の軸は何本あるか答えなさい。

□(2)　直線BFを対称の軸としたとき，点Dに対応する点を答えなさい。

□(3)　辺EFと辺AHが対応するときの対称の軸を答えなさい。

□(4)　点対称な図形とみたとき，次の①，②に対応する点や辺を答えなさい。

□①　点B　　□②　辺GH

9 次の図のように，合同な二等辺三角形を１個，２個，３個，……と並べた図形を作っていくとき，あとの問いに答えなさい。 ☞ ◉ ポイント １〜３

1番目　　2番目　　3番目　　……

□(1)　２番目の図形と３番目の図形は，それぞれ線対称な図形か，点対称な図形か答えなさい。

□(2)　できる図形の順番と，その図形が線対称な図形か点対称な図形かを説明しなさい。