

CONTENTS

第1章 図形と相似

1 相似な图形	4 ~ 7
1 相似な图形とその性質	3 相似の中心
2 相似比	
2 三角形の相似条件	8 ~ 19
1 相似な三角形	5 相似を利用した証明①
2 相似な图形と線分の長さ	6 相似を利用した証明②
3 三角形の相似の証明①	7 折り返しと相似な图形
4 三角形の相似の証明②	8 縮図の利用
3 平行線と線分の比	20 ~ 31
1 三角形と平行線	5 平行線と線分の比の利用①
2 平行線と線分の比	6 平行線と線分の比の利用②
3 平行四辺形と相似	7 角の二等分線と比
4 線分の比と平行線	8 補助線の利用
4 中点連結定理	32 ~ 35
1 中点連結定理	3 中点連結定理の利用②
2 中点連結定理の利用①	
●まとめの問題(A・B・発展)	36 ~ 41

第2章 線分の比と計量

1 三角形の重心	42 ~ 45
1 線分の内分点、外分点	4 三角形の重心の利用②
2 重心	5 三角形の重心の利用③
3 三角形の重心の利用①	
2 メネラウスの定理	46 ~ 48
1 メネラウスの定理	2 メネラウスの定理の逆
3 線分の比と面積比	49 ~ 57
1 線分の比と面積比①	5 線分の比と面積比の利用①
2 線分の比と面積比②	6 線分の比と面積比の利用②
3 線分の比と面積比③	7 関数と線分の比、面積比
4 線分の比と面積比④	

4 チェバの定理 58 ~ 62

1 チェバの定理	3 チェバの定理とメネラウスの定理
2 チェバの定理の逆	4 垂心
5 相似な图形の面積比、体積比 63 ~ 73	
1 相似な图形の周の比、面積比	5 相似な3つの图形の相似比と面積比
2 相似比と面積比①	6 相似な立体の表面積比、体積比
3 相似比と面積比②	7 相似比と表面積比、体積比
4 相似比と面積比③	8 相似比と体積比
●まとめの問題(A・B・発展) 74 ~ 79	

第3章 円

1 外接円 80 ~ 82	
1 円と弦	2 外接円と外心
2 円周角 83 ~ 93	
1 中心角と弧	6 円周角と弧②
2 円周角の定理①	7 円周角と弧③
3 円周角の定理②	8 円の内部と外部
4 円周角の定理③	9 円周角の定理の逆①
5 円周角と弧①	10 円周角の定理の逆②
3 円に内接する四角形 94 ~ 99	
1 円に内接する四角形①	3 円に内接する四角形③
2 円に内接する四角形②	4 四角形が円に内接するための条件
4 円の接線 100 ~ 105	
1 円の接線	4 内接円の半径と三角形の面積
2 接線の長さ	5 傍接円と傍心
3 内接円と内心	
5 接線と弦のつくる角 106 ~ 111	
1 接線と弦のつくる角①	4 接線と弦のつくる角④
2 接線と弦のつくる角②	5 接弦定理の逆
3 接線と弦のつくる角③	
6 方べきの定理 112 ~ 116	
1 方べきの定理①	3 方べきの定理③
2 方べきの定理②	4 方べきの定理の逆

7	2つの円	117～121
1	2つの円の位置関係	4 共通接線の利用
2	共通接線①	5 交わる2つの円
3	共通接線②	
●	まとめの問題(A・B・発展)	122～127

第4章 三平方の定理

1	三平方の定理	128～132
1	三平方の定理	4 三平方の定理の利用③
2	三平方の定理の利用①	5 三平方の定理の逆
3	三平方の定理の利用②	
2	三平方の定理と平面図形	133～155
1	正三角形の高さと面積	11 共通接線
2	二等辺三角形の高さと面積	12 円と直角三角形
3	対角線の長さ	13 外接円の半径
4	図形の面積①	14 内接円の半径①
5	図形の面積②	15 内接円の半径②
6	特別な直角三角形	16 2個以上の接する円と半径
7	特別な直角三角形の利用	17 弦と相似
8	座標平面上の2点間の距離	18 接線と相似
9	円の弦の長さ	19 三平方の定理と求積
10	円の接線の長さ	20 いろいろな問題
3	三平方の定理と空間図形	156～171
1	直方体の対角線	7 点と平面の距離
2	円錐の計量	8 立体の表面上の最短距離
3	角錐の計量①	9 球の切断面
4	角錐の計量②	10 内接球・外接球
5	空間内の図形の面積	11 回転体の体積
6	点と直線の距離	
4	中線定理	172～174
1	中線定理	2 中線定理を用いた証明
●	まとめの問題(A・B・発展)	175～183

第5章 軌跡と変換

1	軌跡	184～186
1	軌跡	3 図形の移動と面積
2	軌跡の長さ	
2	変換	187～189
1	合同変換	3 相似変換
2	合同変換の利用	4 相似変換を利用した作図
●	まとめの問題(A・B・発展)	190～191
□	補足 比の値と比の性質	192

第1章 図形と相似

1 相似な図形

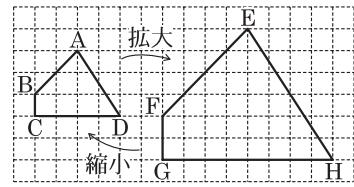
○ ポイント 1 相似な図形とその性質

- 相似**……1つの図形を一定の割合に拡大または縮小して得られる図形は、もとの図形と**相似**であるといふ。2つの図形が相似であることを、記号 \sim を使って表す。

例 右の図で、四角形ABCD \sim 四角形EFGH

*記号 \sim を使うときは、対応する点と同じ順に書く。

- ・2つの相似な図形において、一方の図形を拡大または縮小して、他方にぴったりと重なる点、辺、角を、それぞれ対応する点、対応する辺、対応する角という。



- 相似な図形の性質**……相似な図形について、次のことが成り立つ。

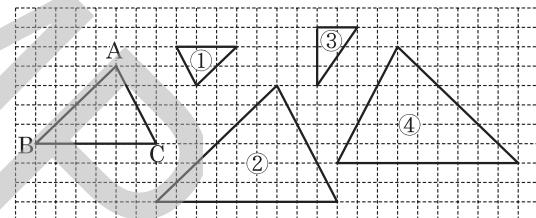
- ① 対応する辺の長さの比は、すべて等しい。
- ② 対応する角の大きさは、すべて等しい。

例 右上の図で、 $AB : EF = 1 : 2$, $BC : FG = 1 : 2$, $CD : GH = 1 : 2$, $DA : HE = 1 : 2$

$$\angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \angle D = \angle H$$

○ 確認問題 1 次の問いに答えなさい。

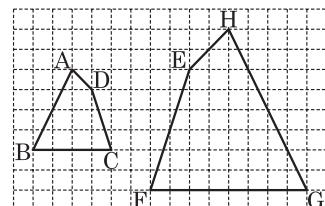
- (1) 右の図の①～④から、 $\triangle ABC$ と相似である三角形をすべて選びなさい。



- (2) 右の図で、2つの四角形は相似である。2つの四角形が相似であることを、記号 \sim を用いて表しなさい。また、次の辺や角に対応する辺や角を答えなさい。

□① 辺CD

□② 辺EH

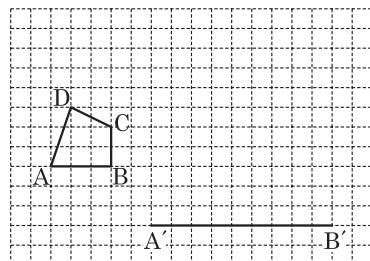


□③ $\angle B$

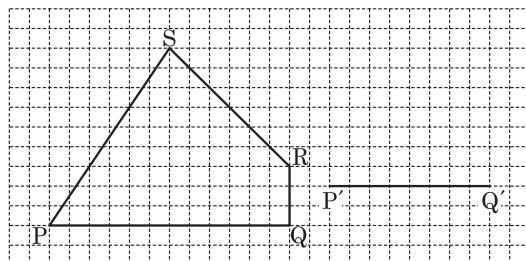
□④ $\angle E$

- (3) 下の図で、四角形ABCDと相似である四角形A'B'C'D'をかきなさい。また、四角形PQRSと相似である四角形P'Q'R'S'をかきなさい。

□①



□②



○ ポイント 2 相似比

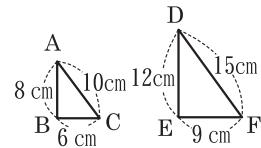
☑ 相似比……相似な図形で、対応する線分の長さの比を相似比という。

例 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、

$$AB : DE = 8 : 12 = 2 : 3$$

$$BC : EF = 6 : 9 = 2 : 3$$

$$CA : FD = 10 : 15 = 2 : 3$$



であり、対応する辺の長さの比、すなわち、相似比は $2 : 3$ である。

* 相似比として、比の値を用いることもある。 ← 比 $a : b$ について、 $\frac{a}{b}$ を $a : b$ の比の値という。

上の**例**では、 $\triangle ABC$ の $\triangle DEF$ に対する相似比は $\frac{2}{3}$ であるという。

例題 右の図において、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次のものを求めなさい。

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比

(2) 辺ACの長さ

解法 (1) 対応する辺のうち、長さがわかっている辺を利用する。

対応する辺の比は、 $BC : EF = 6 : 10 = 3 : 5$

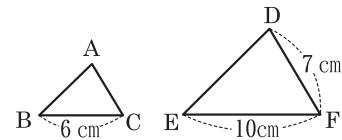
よって、相似比は $3 : 5$

答 $3 : 5$

(2) 相似な図形では、対応する辺の長さの比は等しいから、

$AC : DF = 3 : 5$ すなわち、 $AC : 7 = 3 : 5$

よって、 $AC \times 5 = 7 \times 3$ より、 $AC = \frac{21}{5}$ (cm) **答** $\frac{21}{5}$ cm



$$\begin{array}{c} \text{外項の積} \\ a : b = c : d \\ \text{内項の積} \\ \Rightarrow ad = bc \end{array}$$

○ 確認問題 2 次の問いに答えなさい。

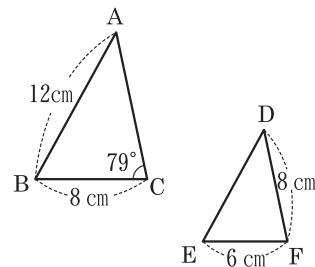
□(1) 右の図において、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、次のものを求めなさい。

□① $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比

□② 辺DEの長さ

□③ 辺ACの長さ

□④ $\angle F$ の大きさ

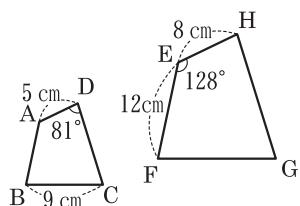


□(2) 右の図において、四角形ABCD \sim 四角形EFGHのとき、次のものを求めなさい。

□① 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比

□② 辺FGの長さ

□③ 辺ABの長さ



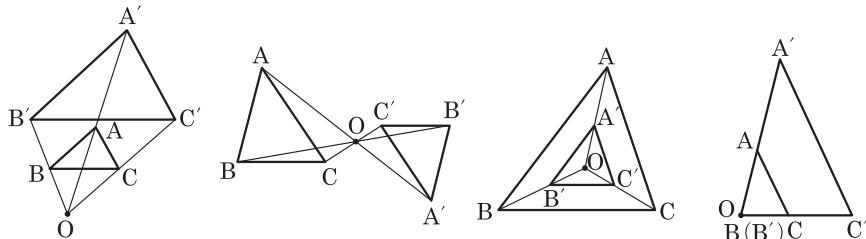
□④ $\angle A$, $\angle H$ の大きさ

○ ポイント 3 相似の中心

相似の位置……2つの相似な図形で、対応する2点を通る直線がすべて1点Oで交わり、Oから対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、それらの図形は**相似の位置**にあるといい、点Oを**相似の中心**という。

例 下の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ はどれも相似の位置にあって、Oは相似の中心である。

相似比は $OA : OA' = OB : OB' = OC : OC'$ である。



例題 右の図の $\triangle ABC$ について、次のような三角形をかきなさい。

(1) 点Oを相似の中心として、 $\frac{1}{2}$ 倍に縮小した三角形

(2) 点Pを相似の中心として、 $\frac{3}{2}$ 倍に拡大した三角形

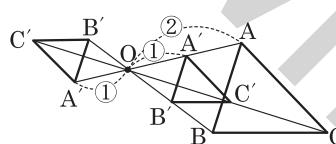
解法 (1) 対応する点A, A'について、

$$OA : OA' = 1 : \frac{1}{2} = 2 : 1$$

となるように点A'をとる。

B', C'についても同じようにとる。

答



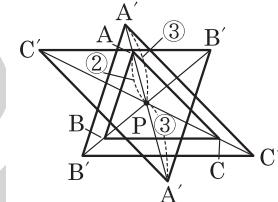
(2) 対応する点A, A'について、

$$PA : PA' = 1 : \frac{3}{2} = 2 : 3$$

となるように点A'をとる。

B', C'についても同じようにとる。

答



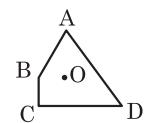
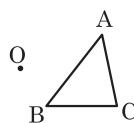
* この方法では、拡大または縮小した図形を2つかくことができる。

○ 確認問題 3 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の点Oを相似の中心として、 □①

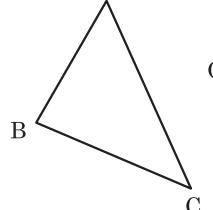
それぞれの図形を2倍に拡大した図形

をかきなさい。

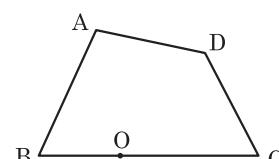


□(2) 右の図の点Oを相似の中心として、 □①

それぞれの図形を $\frac{1}{2}$ 倍に縮小した図形をかきなさい。



□②



練成問題

- ① 右の図において、四角形ABCD∽四角形EFGHのとき、次のものを求めなさい。

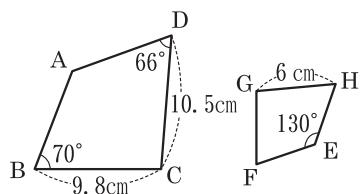


○ ポイント 1, 2

(1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比

(2) 辺GFの長さ

(3) $\angle G$ の大きさ

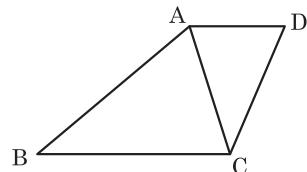


- ② 右の図において、 $\triangle ABC \sim \triangle DCA$ である。

$\angle ABC = 40^\circ$, $\angle ADC = 67^\circ$ であるとき、 $\angle BAD$ の大きさを求めなさい。



○ ポイント 1, 2



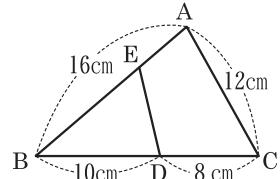
- ③ 右の図において、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ のとき、次のものを求めなさい。



○ ポイント 1, 2

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ の相似比

(2) 線分BEの長さ



- ④ 右の(1)の $\triangle ABC$ について、点Oを

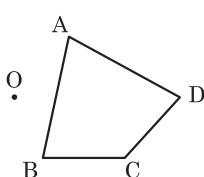
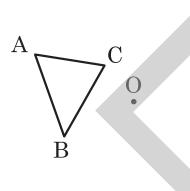
(1)

(2)

相似の中心として、 $\frac{3}{2}$ 倍に拡大した三角形をかきなさい。また、(2)の四角形ABCDについて、点Oを相似の中心として、 $\frac{2}{3}$ 倍に縮小した四角形をかきなさい。



○ ポイント 3



- ⑤ 右の図において、四角形ABCD∽四角形EBFGであり、2つの四角形は、点Bを相似の中心として相似の位置にある。このとき、次のものを求めなさい。

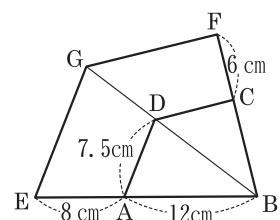


○ ポイント 3

(1) 四角形ABCDと四角形EBFGの相似比

(2) 辺GEの長さ

(3) 辺BCの長さ



第1章 図形と相似

2 三角形の相似条件

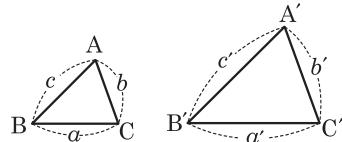
○ ポイント 1 相似な三角形

三角形の相似条件……2つの三角形は、次のいずれかが成り立つとき相似である。

- ① 3組の辺の比がすべて等しい。

右の図で、 $a : a' = b : b' = c : c'$

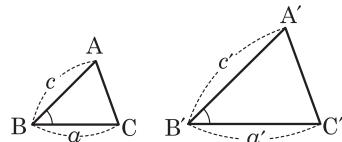
$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



- ② 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい。

右の図で、 $a : a' = c : c'$, $\angle B = \angle B'$

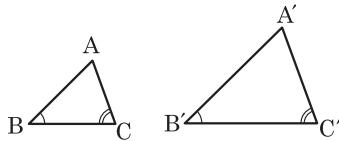
$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



- ③ 2組の角がそれぞれ等しい。

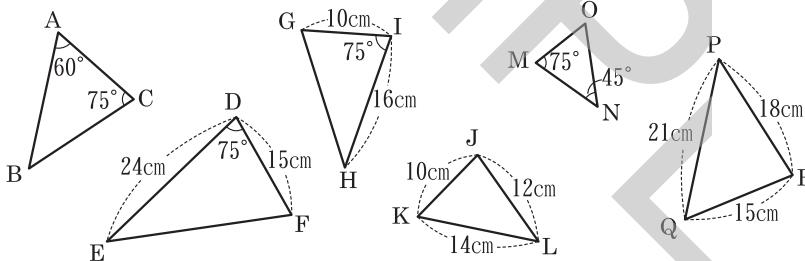
右の図で、 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

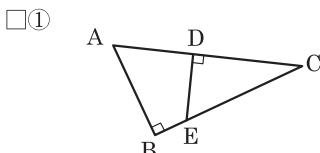


○ 確認問題 1 次の問いに答えなさい。

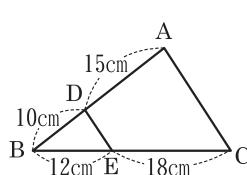
- (1) 次の図において、相似な三角形を選び、記号 \sim を用いて答えなさい。また、そのときに使った相似条件をいいなさい。



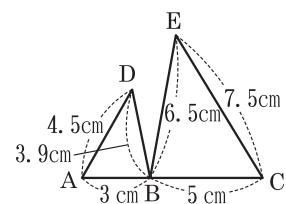
- (2) 次の各図において、相似な三角形をみつけ、記号 \sim を用いて答えなさい。また、そのときに使った相似条件をいいなさい。



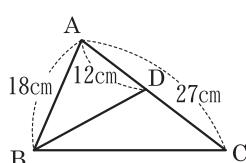
□②



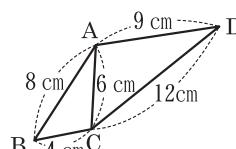
□③



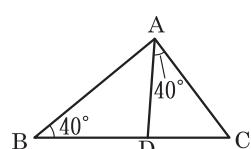
□④



□⑤



□⑥



○ ポイント 2 相似な図形と線分の長さ

例題 右の図の△ABCにおいて、点D, Eはそれぞれ辺BC, AC上
の点である。線分DEの長さを求めなさい。

解法 △ABCと△DECにおいて、

$$BC : EC = (11+9) : 12 = 5 : 3$$

$$AC : DC = (3+12) : 9 = 5 : 3$$

$$\text{よって, } BC : EC = AC : DC$$

$$\text{また, } \angle ACB = \angle DCE \text{ (共通)}$$

2組の辺の比が等しく、その間の角が等しいから、

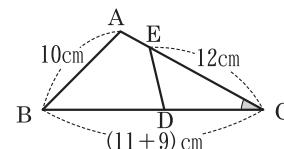
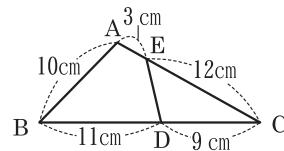
$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから、

$$AB : DE = BC : EC$$

$$10 : DE = 5 : 3$$

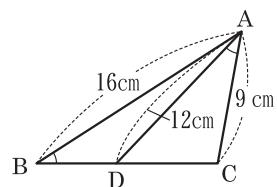
$$\text{これを解いて, } DE = 6\text{cm}$$



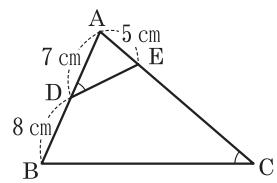
答 6 cm

○ 確認問題 2 次の問に答えなさい。

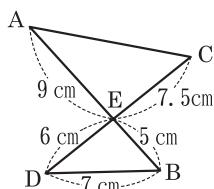
□(1) 右の図の△ABCにおいて、点Dは辺BC上の点で、 $\angle ABC = \angle DAC$
である。このとき、線分CDの長さを求めなさい。



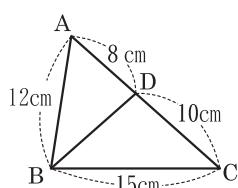
□(2) 右の図の△ABCにおいて、点D, Eはそれぞれ辺AB, AC上の点で、
 $\angle ACB = \angle ADE$ である。このとき、線分ECの長さを求めなさい。



□(3) 右の図のように、線分ABと線分CDが点Eで交わっているとき、線
分ACの長さを求めなさい。



□(4) 右の図の△ABCにおいて、点Dは辺AC上の点である。このとき、
線分BDの長さを求めなさい。



○ ポイント 3 三角形の相似の証明①

例題 右の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線と辺BCの交点をDとし、線分AD上に $CD=CE$ となる点Eをとる。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ であることを証明しなさい。

解法 相似条件は、まず「2組の角」に注目する。

〔証明〕 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において、

$$\text{仮定より}, \angle BAD = \angle CAE \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$CD=CE$ であるから、二等辺三角形の底角について、

$$\angle CDE = \angle CED \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

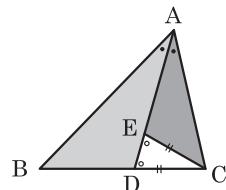
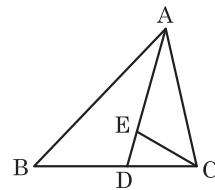
$$\text{また}, \angle ADB = 180^\circ - \angle CDE \quad \dots \dots \textcircled{3}$$

$$\angle AEC = 180^\circ - \angle CED \quad \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より}, \angle ADB = \angle AEC \quad \dots \dots \textcircled{5}$$

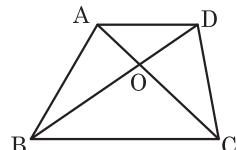
①、⑤より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABD \sim \triangle ACE$ 終

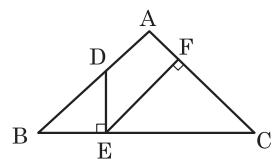


○ 確認問題 3 次の問に答えなさい。

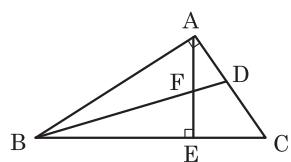
□(1) 右の図のように、 $AD//BC$ である台形ABCDの対角線AC, BDの交点をOとするとき、 $\triangle OBC \sim \triangle ODA$ であることを証明しなさい。



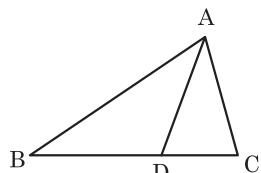
□(2) 右の図のように、 $AB=AC$ である二等辺三角形ABCの辺AB上に点Dをとり、Dから辺BCに引いた垂線をDE、Eから辺ACに引いた垂線をEFとする。このとき、 $\triangle DBE \sim \triangle ECF$ であることを証明しなさい。



□(3) 右の図のような、 $\angle A$ が直角である直角三角形ABCがある。辺AC上に点Dをとり、頂点Aから辺BCに垂線AEを引いて、線分BDとの交点をFとする。このとき、 $AD=AF$ ならば、 $\triangle BDA \sim \triangle BFE$ であることを証明しなさい。



□(4) 右の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle BAC$ の二等分線と辺BCとの交点をDとする。このとき、 $\angle BAC = 2\angle ABC$ ならば、 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ であることを証明しなさい。



◎ ポイント 4 三角形の相似の証明②

例題 右の図のように、正三角形ABCの辺AB上に点Dをとり、DとCを結ぶ。また、辺BC上に点Eを $\angle CDE = 60^\circ$ となるようにとる。このとき、 $\triangle ADC \sim \triangle BED$ であることを証明しなさい。

解法 三角形の内角と外角の関係を利用する。

[証明] $\triangle ADC$ と $\triangle BED$ において、

$$\text{仮定より}, \angle DAC = \angle EBD = 60^\circ \cdots \cdots ① \leftarrow \triangle ABC \text{は正三角形}$$

$\triangle DBC$ において、内角と外角の関係から、

$$\angle ADC = \angle EBD + \angle DCE = 60^\circ + \angle DCE \cdots \cdots ②$$

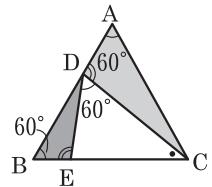
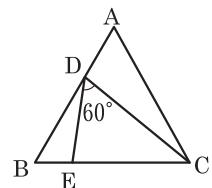
$\triangle DEC$ において、内角と外角の関係から、

$$\angle BED = \angle EDC + \angle DCE = 60^\circ + \angle DCE \cdots \cdots ③$$

$$②, ③ \text{より}, \angle ADC = \angle BED \cdots \cdots ④$$

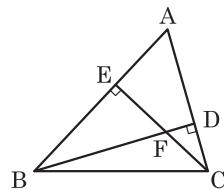
①, ④より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ADC \sim \triangle BED$ 終

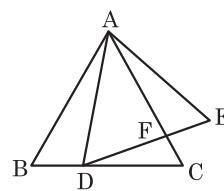


◎ 確認問題 4 次の問いに答えなさい。

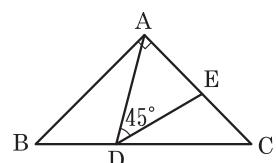
□(1) 右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点Bから辺ACに引いた垂線をBD、頂点Cから辺ABに引いた垂線をCEとし、BDとCEの交点をFとする。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle FCD$ であることを証明しなさい。



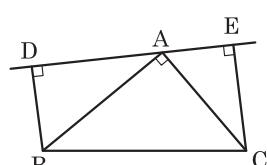
□(2) 右の図において、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は正三角形である。辺ACと辺DEの交点をFとするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ であることを証明しなさい。



□(3) 右の図のように、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形ABCの辺BC上に点Dをとり、辺CA上に $\angle ADE = 45^\circ$ となる点Eをとる。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ であることを証明しなさい。



□(4) 右の図のように、 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形ABCの頂点Aを通る直線を引き、頂点B, Cからその直線にそれぞれ垂線BD, CEを引く。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAE$ であることを証明しなさい。



○ ポイント 5 相似を利用した証明①

例題 右の図のように、頂点Aを共有する2つの三角形ABCとADEがある。△ABC∽△ADEである。

このとき、△ABD∽△ACEであることを証明しなさい。

解法 仮定より、△ABCと△ADEの対応する辺の比と対応する角が等しい。これと、比の性質を利用して、△ABDと△ACEにおいて、2組の辺の比を考える。

〔証明〕 仮定より、△ABC∽△ADEであるから、

$$AB : AD = AC : AE \quad \cdots \cdots ① \quad \leftarrow \text{対応する辺の比}$$

$$\angle BAC = \angle DAE \quad \cdots \cdots ② \quad \leftarrow \text{対応する角}$$

△ABDと△ACEにおいて、

$$\text{①から, } AB : AC = AD : AE \quad \cdots \cdots ③ \quad \leftarrow a : b = c : d \text{ ならば } a : c = b : d$$

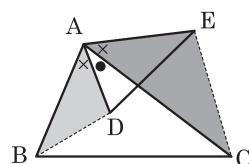
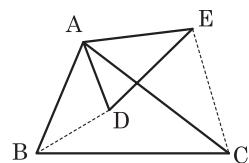
$$\text{また, } \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$$

$$\angle CAE = \angle DAE - \angle DAC$$

$$\text{よって, ②から, } \angle BAD = \angle CAE \quad \cdots \cdots ④$$

③, ④より、2組の辺の比が等しく、その間の角が等しいから、

△ABD∽△ACE 終

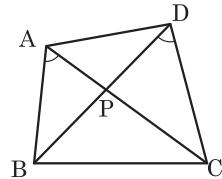


○ 確認問題 5 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図のように、四角形ABCDの対角線の交点をPとする。

$\angle CAB = \angle BDC$ であるとき、次のことを証明しなさい。

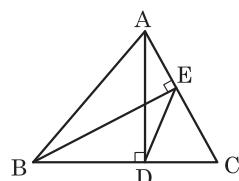
□① $\triangle ABP \sim \triangle DCP$



□② $\triangle APD \sim \triangle BPC$

□(2) 右の図のように、△ABCの頂点Aから辺BCに引いた垂線をAD、頂点Bから辺ACに引いた垂線をBEとするとき、次のことを証明しなさい。

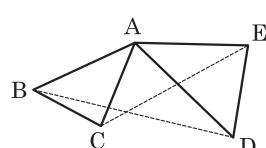
□① $\triangle ADC \sim \triangle BEC$



□② $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

□(3) 右の図のように、頂点Aを共有する2つの三角形ABCとADEがある。△ABC∽△ADEである。

このとき、△ABD∽△ACEであることを証明しなさい。



○ ポイント 6 相似を利用した証明②

例題 右の図のように、 $BA=BC$ である二等辺三角形ABCの辺BC上に
AD=ACとなるように点Dをとる。

このとき、 $AC^2=BC \times CD$ であることを証明しなさい。

解法 $AC^2=BC \times CD$ ならば、 $AC : BC = CD : AC$ となるはず。

$\rightarrow AC : BC = CD : CA$ ならば、 $\triangle DAC \sim \triangle ABC$ となるはず。

したがって、 $\triangle DAC \sim \triangle ABC$ が成り立つことを示せばよい。

〔証明〕 $\triangle DAC$ と $\triangle ABC$ において、

$$\angle DCA = \angle ACB \text{ (共通)} \cdots \cdots ①$$

$BA=BC$ であるから、 $\angle BAC = \angle BCA$

$AD=AC$ であるから $\angle ADC = \angle ACD$

よって、 $\angle ADC = \angle BAC \cdots \cdots ②$

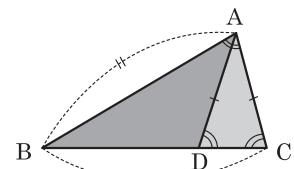
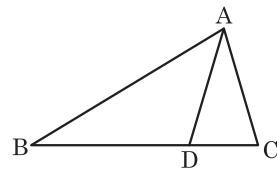
①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle DAC \sim \triangle ABC$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから、

$$AC : BC = CD : CA$$

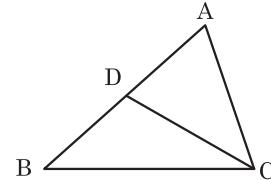
したがって、 $AC^2 = BC \times CD$ 終



○ 確認問題 6 次の問い合わせに答えなさい。

□(1) 右の図の△ABCにおいて、辺AB上の点をDとする。

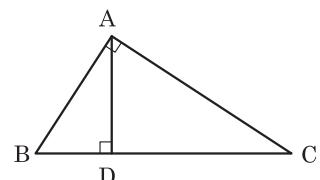
□① $\angle B = \angle ACD$ であるとき、 $AB \times CD = BC \times AC$ が成り立つことを証明しなさい。



□② $AC^2 = AD \times AB$ であるとき、 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ が成り立つことを証明しなさい。

□(2) 右の図のように、直角三角形ABCの直角の頂点Aから辺BCに垂線ADを引くとき、次のことを証明しなさい。

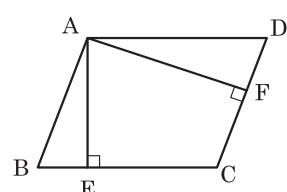
□① $AB^2 = BD \times BC$



□② $AC^2 = CD \times BC$

□③ $AD^2 = BD \times CD$

□(3) 右の図のように、□ABCDの頂点Aから辺BC, CDに引いた垂線をそれぞれAE, AFとする。このとき、 $AE \times BC = AF \times DC$ であることを証明しなさい。



○ ポイント 7 折り返しと相似な図形

例題 右の図のように、長方形の紙ABCDを、頂点Dが辺BC上の点Fと重なるように、AEを折り目として折り返した。

AD=9cm, DE=3cmのとき、線分ABの長さを求めなさい。

解法 折り返した図形はもとの図形と合同であることに注目する。

△ABFと△FCEにおいて、

$$\angle ABF = \angle FCE = 90^\circ \text{ (仮定)} \cdots \cdots ①$$

$$\triangle ABF \text{において}, \quad \angle BAF + \angle AFB = 90^\circ$$

$$\angle BFC = 180^\circ \text{ より}, \quad \angle CFE + \angle AFB = 90^\circ$$

$$\text{よって}, \quad \angle BAF = \angle CFE \cdots \cdots ②$$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABF \sim \triangle FCE$$

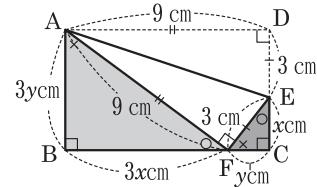
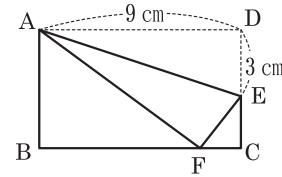
AF=AD=9cm, FE=DE=3cmであるから、

△ABFと△FCEの相似比は、AF:FE=9:3=3:1

よって、EC=xcm, FC=ycmとすると、FB=3xcm, AB=3ycmと表されるから、

$$\begin{cases} x+3=3y \\ 3x+y=9 \end{cases} \text{ が成り立つ。これを解いて, } x=2.4, y=1.8$$

したがって、AB=3y=5.4(cm)

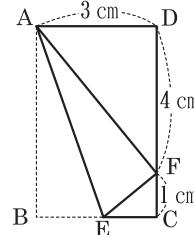


答 5.4cm

○ 確認問題 7 次の問いに答えなさい。

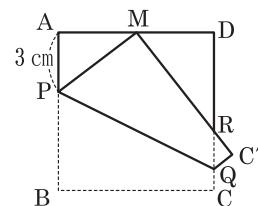
□(1) 右の図のように、長方形の紙ABCDを、頂点Bが辺CD上の点Fと重なるように、AEを折り目として折り返した。

AD=3cm, DF=4cm, CF=1cmのとき、BE:ECを求めなさい。



□(2) 右の図のように、1辺が8cmの正方形の紙ABCDを、頂点Bが辺ADの中点Mと重なるように、PQを折り目として折り返したら、AP=3cmであった。Cが移った点をC'、MC'과 DCとの交点をRとするとき、次の線分の長さを求めなさい。

□① 線分MR, 線分DR

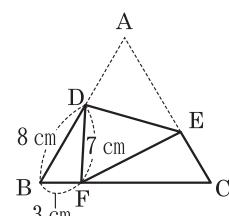


□② 線分QR

□(3) 右の図のように、正三角形の紙ABCを、頂点Aが辺BC上の点Fと重なるように、DEを折り目として折り返した。

□① $\triangle DBF \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。

□② BD=8cm, DF=7cm, FB=3cmのとき、線分CEの長さを求めなさい。



○ ポイント 8 縮図の利用

例題 校舎から18m離れた地点Pに立って校舎の先端Aを見上げたところ、水平方向に対して 35° 上に見えた。目の高さを1.4mとして、校舎の高さを求めなさい。

解法 $\triangle ABC$ の縮図をかいて考える。

$\angle F=90^\circ$, $\angle E=35^\circ$ の $\triangle DEF$ をかくと、

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ から、

$$AC : DF = BC : EF \quad \dots \dots ①$$

$$\text{①から, } AC : BC = DF : EF \quad \dots \dots ②$$

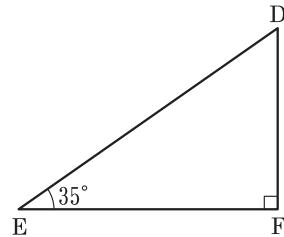
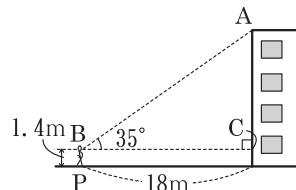
EFを4cmとして、右の図のような縮図をかくと、おそらくDF=2.8cmであるから、

$$\text{②より, } AC : 18 = 2.8 : 4 \quad \leftarrow \text{①を用いると,}$$

$$\text{ゆえに, } AC = 18 \times 2.8 \div 4 = 12.6 \text{ (m)} \quad 1\text{ cm} = 0.01\text{ m} \text{ より, } AC : 0.028 = 18 : 0.04$$

よって、校舎の高さは、目の高さBP=1.4mを加えて、

$$12.6 + 1.4 = 14 \text{ (m)}$$



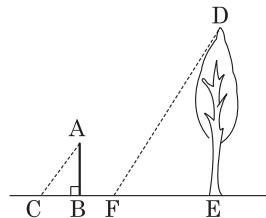
答 約14m

○ 確認問題 8 次の問い合わせなさい。

□(1) 木の高さを、影の長さを利用して測るため、1mの棒ABの

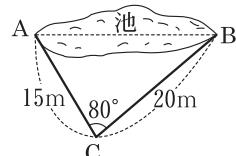
影の長さBCと、木DEの影の長さEFを同時に測ったところ、

$BC = 60\text{cm}$, $EF = 1.8\text{m}$ であった。この木の高さを求めなさい。

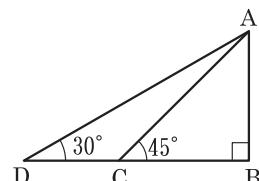


□(2) ある建物から12m離れた地点から建物の先端を見上げたところ、水平方向に対して 50° 上に見えた。縮図をかいて、この建物の高さを求めなさい。ただし、目の高さを1.5mとする。

□(3) ある池の2つの地点A, B間の距離を調べるために、適当な地点Cを決めて、AC間, BC間の距離と、 $\angle ACB$ の大きさを調べたところ、右の図のようであった。適当な縮図をかいて、AB間の距離を求めなさい。



□(4) 右の図は、ある建物の高さを測るためにかいた縮図である。(BC間の距離は測れなかった。) DC間の実際の長さが12mのとき、この建物の高さを求めなさい。

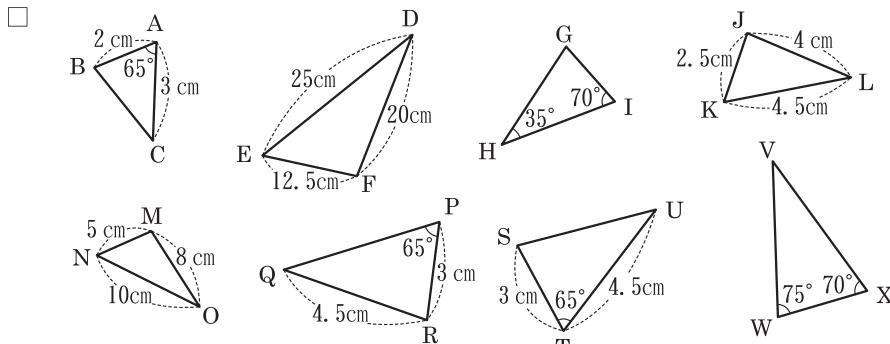


練成問題

- ① 次の図において、相似な三角形を選び、記号 \diamond を用いて答えなさい。また、そのときに使った相似条件をいなさい。



○ ポイント 1

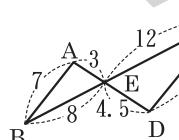


- ② 次の各図において、 x の値を求めなさい。ただし、(3)では、 $\angle B = \angle CAD$ である。

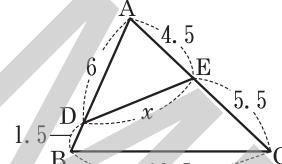


○ ポイント 1, 2

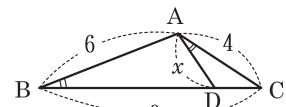
□(1)



□(2)



□(3)



- ③ 次の問いに答えなさい。

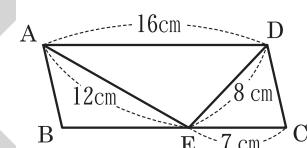


○ ポイント 2~4

□(1) 右の図の平行四辺形ABCDにおいて、

$$AD = 16\text{cm}, AE = 12\text{cm}, DE = 8\text{cm}, EC = 7\text{cm}$$

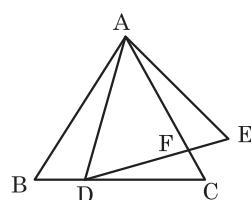
である。



□① $\triangle DAE \diamond \triangle AEB$ であることを証明しなさい。

□② 辺CDの長さを求めなさい。

□(2) 右の図は、正三角形ABCの辺BC上に点Dをとり、ADを1辺とする正三角形ADEをかいたものである。また、ACとDEの交点をFとする。



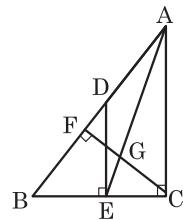
□① $\triangle ABD \diamond \triangle DCF$ であることを証明しなさい。

□② $BD = 2\text{cm}, DC = 4\text{cm}$ のとき、 CF の長さを求めなさい。

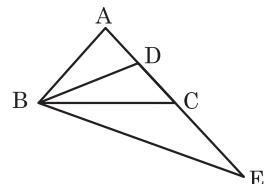
④ 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形ABCがある。辺AB上に点D、辺BC上に点Eがあって、 $AD=DE$ 、 $DE \perp BC$ である。また、点Cから辺ABに垂線CFを引き、線分AEとCFの交点をGとする。このとき、 $\triangle AFG \sim \triangle ACE$ であることを証明しなさい。

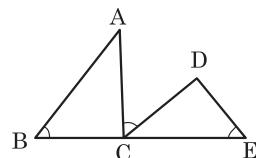
☞ ○ ポイント 3, 4



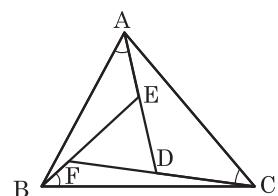
- (2) 右の図のように、 $AB=AC$ である二等辺三角形ABCの辺ACの中点をDとし、辺ACの延長上に $AC=CE$ となる点Eをとる。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ であることを証明しなさい。



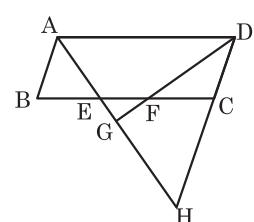
- (3) 右の図において、3点B, C, Eは一直線上にあり、 $\angle ABC=\angle DEC=\angle ACD$ である。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle CED$ であることを証明しなさい。



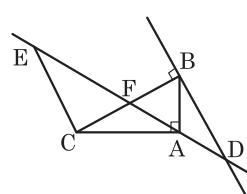
- (4) 右の図において、3点A, E, D, 3点B, F, E, 3点C, D, Fはそれぞれ一直線上にあり、 $\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$ である。このとき、 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ であることを証明しなさい。



- (5) 右の図のような平行四辺形ABCDがある。 $\angle A$ の二等分線と辺BCとの交点をE、 $\angle D$ の二等分線と辺BCとの交点をF、 $\angle A$ の二等分線と $\angle D$ の二等分線との交点をGとする。また、DCの延長と $\angle A$ の二等分線との交点をHとする。このとき、 $\triangle GFE \sim \triangle GDH$ であることを証明しなさい。



- (6) 右の図のように、 $AB < AC$ 、 $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形ABCがあり、点Bを通り、線分BCに垂直な直線上に、点Bとは異なる点Dを $AB=AD$ となるようにとる。また、直線AD上に点Eを $DB//CE$ となるようにとり、直線ADと線分BCとの交点をFとする。このとき、 $\triangle ACE \sim \triangle AFC$ であることを証明しなさい。



⑤ 次の問いに答えなさい。

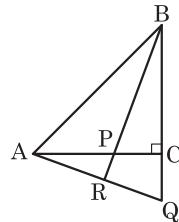
□(1) 右の図のように、 $AC=BC$ である直角二等辺三角形ABCの辺AC上に点Pがある。BCの延長上に $CQ=CP$ となる点Qをとり、AとQを結び、BPの延長とAQとの交点をRとする。このとき、次のことを証明しなさい。

□① $\triangle ACQ \equiv \triangle BCP$

□② $\triangle ARP \sim \triangle BCP$

□(2) 右の図において、 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ であり、ABは $\angle DAE$ を2等分している。辺ABと辺DEの交点をF、辺BCと辺DE、EAとの交点をそれぞれG、Hとするとき、 $\triangle AFE \sim \triangle GHE$ であることを証明しなさい。

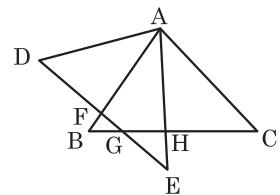
◎ ポイント 5



□(3) 右の図のように、頂点Aを共有する2つの正方形ABCDとAEFGがある。このとき、次のことを証明しなさい。

□① $\triangle AEF \sim \triangle ABC$

□② $\triangle AFC \sim \triangle AEB$

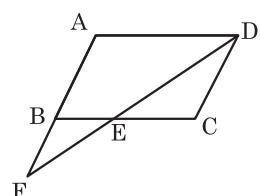


⑥ 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図のように、 $\square ABCD$ の頂点Dを通る直線がBCと交わる点をE、ABの延長と交わる点をFとする。

このとき、 $AF \times CE = AB \times BC$ であることを証明しなさい。

◎ ポイント 6

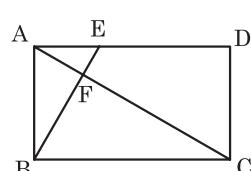


□(2) 右の図のような長方形ABCDにおいて、 $AB^2 = AD \times AE$ となるような点Eを、辺AD上にとる。また、ACとBEの交点をFとする。

このとき、次のことを証明しなさい。

□① $\triangle ABE \sim \triangle BCA$

□② $\triangle ABE \sim \triangle FCB$



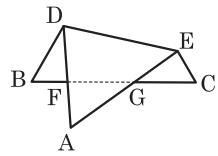
⑦ 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図は、正三角形ABCを、DEを折り目として折り返したもので、

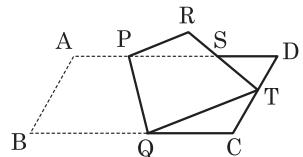
F, GはそれぞれAD, AEとBCとの交点である。

このとき、 $\triangle DBF \sim \triangle GCE$ であることを証明しなさい。

 ポイント 7

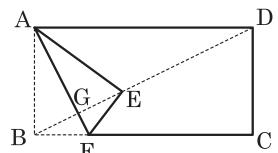


□(2) 右の図のように、 $\square ABCD$ の頂点Bを、辺CD上の点Tと重なるように折り返した。折り目の線をPQとし、頂点Aの移った点をR、線分RTと辺ADとの交点をSとするとき、 $\triangle SPR \sim \triangle TQC$ であることを証明しなさい。

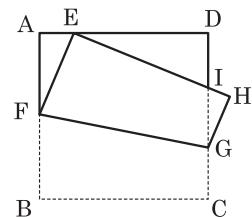


□(3) 右の図は、長方形ABCDを、点Bが対角線BD上にくるように折り返したものである。折り目の線をAF, 頂点Bの移った点をEとし、AFとBEの交点をGとする。

$AB = 3\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$ のとき、線分BFの長さを求めなさい。

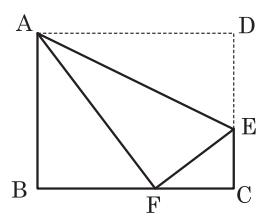


□(4) 右の図のように、1辺が25cmの正方形の紙ABCDを、頂点Bが辺AD上の点Eと重なるように、FGを折り目として折り返したら、 $AE = 5\text{cm}$, $AF = 12\text{cm}$ であった。Cが移った点をH, EHとDCとの交点をIとするとき、線分EIと線分HGの長さをそれぞれ求めなさい。



□(5) 右の図のように、長方形の紙ABCDを、頂点Dが辺BC上の点Fと重なるようにAEを折り目として折り返した。

$AD = 10\text{cm}$, $DE = 5\text{cm}$ のとき、線分ABと線分BFの長さをそれぞれ求めなさい。



□(6) 右の図は、 $AB = 10\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ の長方形ABCDを、頂点Cが辺AB上にくるように折り返したものである。折り目と辺BC, CDの交点をそれぞれP, Qとし、頂点Cが移った点をRとする。

$RB : PR = 4 : 5$ のとき、線分DQの長さを求めなさい。

