

前学年までの復習

1 正負の数, 文字式	4
2 方程式	6
3 関数	8
4 図形	10
5 資料の整理, データの分布, 確率	12

式の計算

1 式の展開	14
□ ポイント 1 多項式×単項式	
□ ポイント 2 多項式÷単項式	
□ ポイント 3 多項式の四則計算	
□ ポイント 4 多項式×多項式	
□ ポイント 5 乗法公式 I	
□ ポイント 6 乗法公式 I の応用	
□ ポイント 7 乗法公式 II	
□ ポイント 8 乗法公式 III	
■ 練成問題	
2 式の展開の利用	20
□ ポイント 1 四則展開	
□ ポイント 2 置き換えによる式の展開 I	
□ ポイント 3 置き換えによる式の展開 II	
□ ポイント 4 式の展開の利用 I	
□ ポイント 5 式の展開の利用 II	
□ ポイント 6 式の展開の利用 III	
■ 練成問題	
3 因数分解	28
□ ポイント 1 因数分解 I	
□ ポイント 2 因数分解 II	
□ ポイント 3 因数分解 III	
□ ポイント 4 因数分解 IV	
■ 練成問題	
4 因数分解の利用	32
□ ポイント 1 いろいろな因数分解 I	
□ ポイント 2 いろいろな因数分解 II	
□ ポイント 3 置き換えによる因数分解 I	
□ ポイント 4 置き換えによる因数分解 II	
□ ポイント 5 4項式の因数分解	
□ ポイント 6 因数分解の利用 I	
□ ポイント 7 因数分解の利用 II	
■ 練成問題	
5 式の計算のまとめ	40
◆ 探究問題 ① 式の計算	44

平方根

6 平方根	46
□ ポイント 1 平方根の意味と表し方	
□ ポイント 2 根号のはずし方	
□ ポイント 3 平方根の大小	
□ ポイント 4 平方根の範囲	
□ ポイント 5 有理数と無理数	
□ ポイント 6 循環小数と整数	
□ ポイント 7 近似値と誤差	
■ 練成問題	
7 平方根の計算	54
□ ポイント 1 根号のついた数の乗法	
□ ポイント 2 根号のついた数の除法	
□ ポイント 3 根号内を簡単にする方法	

□ ポイント 4 分母に根号をふくまない形にする方法	
□ ポイント 5 根号のついた数の加減	
□ ポイント 6 四則計算	
□ ポイント 7 平方根の近似値	
□ ポイント 8 平方根の応用	
■ 練成問題	

8 平方根の計算の利用	60
□ ポイント 1 分配法則と四則計算	
□ ポイント 2 乗法公式	
□ ポイント 3 乗法公式を利用した計算	
□ ポイント 4 式の値 (1)	
□ ポイント 5 式の値 (2)	
□ ポイント 6 式の値 (3)	
□ ポイント 7 式の値 (4)	
■ 練成問題	
9 平方根のまとめ	66
◆ 探究問題 ② 平方根	70

2次方程式

10 2次方程式とその解 (1)	72
□ ポイント 1 2次方程式とその解	
□ ポイント 2 2次方程式の解法 (1)	
□ ポイント 3 2次方程式の解法 (2)	
□ ポイント 4 2次方程式の解法 (3)	
□ ポイント 5 2次方程式の解法 (4)	
□ ポイント 6 2次方程式の解法 (5)	
■ 練成問題	
11 2次方程式とその解 (2)	76
□ ポイント 1 2次方程式の解法 (6)	
□ ポイント 2 2次方程式の解法 (7)	
□ ポイント 3 2次方程式の解法のまとめ	
□ ポイント 4 2次方程式の定数の求め方 (1)	
□ ポイント 5 2次方程式の定数の求め方 (2)	
■ 練成問題	
12 2次方程式の利用	80
□ ポイント 1 数に関する問題	
□ ポイント 2 面積に関する問題	
□ ポイント 3 点の移動に関する問題	
□ ポイント 4 1次関数の問題	
■ 練成問題	
13 2次方程式のまとめ	86
◆ 探究問題 ③ 2次方程式	90

2乗に比例する関数

14 2乗に比例する関数	92
□ ポイント 1 2乗に比例する関数	
□ ポイント 2 比例定数の求め方	
□ ポイント 3 $y = ax^2$ のグラフ	
□ ポイント 4 $y = ax^2$ のグラフと変域	
□ ポイント 5 関数の変化の割合	
■ 練成問題	
15 2乗に比例する関数と図形	98
□ ポイント 1 放物線と直線の交点	
□ ポイント 2 放物線と図形	
□ ポイント 3 放物線と三角形の面積 I	
□ ポイント 4 放物線と三角形の面積 II	
■ 練成問題	
16 2乗に比例する関数と図形の応用	104
□ ポイント 1 等積変形	
□ ポイント 2 図形の面積の2等分	

	<input type="checkbox"/> ポイント 3 平行四辺形	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 座標平面上の回転体	
	■ 練成問題	
17	いろいろな関数	110
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 物体の落下	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 点の移動と関数	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 図形の移動と関数	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 いろいろな事象と関数	
	■ 練成問題	
18	2乗に比例する関数のまとめ	116
◆	探究問題 ④ 2乗に比例する関数	124

相似と円周角

19	相似な図形	128
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 相似な図形	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 三角形の相似条件	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 相似な図形と辺の長さ	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 相似の利用	
	■ 練成問題	
20	平行線と線分の比	134
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 三角形と線分の比	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 平行線と線分の比	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 平行線と線分の比の利用	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 平行四辺形と線分の比	
	<input type="checkbox"/> ポイント 5 角の二等分線の性質	
	■ 練成問題	
21	中点連結定理	140
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 中点連結定理	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 中点連結定理の利用	
	■ 練成問題	
22	相似と計量	144
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 相似比と面積の比	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 相似な立体	
	■ 練成問題	
★	相似な図形と面積	148
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 線分の比と面積の比 I	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 線分の比と面積の比 II	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 線分の比と面積の比 III	
	■ 練成問題	
23	円周角の定理	152
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 円周角の定理	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 円周角と弧に関する定理	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 角の求め方	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 円周角の定理の逆	
	<input type="checkbox"/> ポイント 5 円と証明	
	■ 練成問題	
★	円周角の定理の利用	160
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 円に内接する四角形	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 四角形が円に内接するための条件	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 接線と弦に関する定理	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 2円の共通弦	
	<input type="checkbox"/> ポイント 5 2円と共通接線	
	■ 練成問題	
★	円と相似	166
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 内接四角形と相似	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 方べきの定理 (1)	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 方べきの定理 (2)	
	■ 練成問題	
★	三角形の重心, 外心, 内心	170

	<input type="checkbox"/> ポイント 1 三角形の重心, 外心, 内心	
24	相似と円周角のまとめ	172
◆	探究問題 ⑤ 相似と円周角	178

三平方の定理

25	三平方の定理 (1)	180
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 三平方の定理	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 三平方の定理の逆	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 特別な三角形の辺の比	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 座標平面上の2点間の距離	
	■ 練成問題	
26	三平方の定理 (2)	186
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 2つの直角三角形	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 二等辺三角形の面積	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 台形の面積	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 三平方の定理と方程式	
	<input type="checkbox"/> ポイント 5 三平方の定理と相似	
	■ 練成問題	
27	円と三平方の定理	192
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 弦の長さ	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 接線の長さ	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 三平方の定理と求積	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 円と合同, 相似	
	■ 練成問題	
★	円と三平方の定理の応用	198
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 共通接線の接点間の距離	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 円と軌跡	
28	立体図形と三平方の定理 (1)	200
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 直方体の対角線	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 正四角錐の体積, 表面積	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 円錐の体積, 表面積	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 球	
	<input type="checkbox"/> ポイント 5 相似比と体積比	
	■ 練成問題	
29	立体図形と三平方の定理 (2)	206
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 点と平面の距離	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 表面上の最短距離 (1) 角柱	
	<input type="checkbox"/> ポイント 3 表面上の最短距離 (2) 角錐	
	<input type="checkbox"/> ポイント 4 表面上の最短距離 (3) 円柱・円錐	
	■ 練成問題	
★	立体図形と三平方の定理	212
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 正四面体	
	<input type="checkbox"/> ポイント 2 立体の切断	
30	三平方の定理のまとめ	214
◆	探究問題 ⑥ 三平方の定理	220

標本調査

31	標本調査	224
	<input type="checkbox"/> ポイント 1 標本調査	
	■ 練成問題	

3年間の総復習

1	数と式の計算, 方程式	226
2	関数	234
3	図形	242
4	資料の活用, データの分布, 確率	250

ポイント 1 多項式 × 単項式

- 多項式 × 単項式の計算……分配法則を使って、単項式を多項式のすべての項にかける。

$$\text{分配法則} \quad \overbrace{a(b+c)} = ab + ac \quad \overbrace{(a+b)c} = ac + bc$$

例 ① $-2x(x-3y)$
 $= -2x \times x - 2x \times (-3y)$
 $= -2x^2 + 6xy$

② $(4a-5b) \times (-ab)$
 $= 4a \times (-ab) - 5b \times (-ab)$
 $= -4a^2b + 5ab^2$

確認問題 1 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $2x(3y+5)$ □(2) $4a(2a+3b)$ □(3) $3x(5a-2b)$
- *□(4) $ab(2a-3b)$ □(5) $x^2(x+3y)$ □(6) $2ab(-5a+4b)$
- *□(7) $-a(2a+b)$ □(8) $-2a(3x-4y)$ □(9) $-3xy(x+2y)$
- *□(10) $(4x-2y) \times a$ □(11) $(3ab+b) \times 4a$ □(12) $(6x-2y) \times 2x^2$
- *□(13) $(x-5y) \times (-2y)$ □(14) $(2x^2+y) \times (-3x)$ □(15) $(4ab+5a) \times (-4b)$
- *□(16) $\frac{1}{3}x(12x+9y)$ □(17) $-\frac{3}{2}a(8a-2b)$ □(18) $(5xy-10y) \times \frac{3x}{5}$
- *□(19) $4a\left(\frac{a}{2} + \frac{3}{4}\right)$ □(20) $-10x\left(\frac{2}{5}x - \frac{y}{2}\right)$ □(21) $\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{9}b\right) \times 18ab$
- *□(22) $a(2a+b-3)$ □(23) $3x(-x-2y+1)$ □(24) $(3x^2-2x+4) \times (-2x)$

ポイント 2 多項式 ÷ 単項式

- 多項式 ÷ 単項式の計算…… $(a+b) \div c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

$$(a+b) \div \frac{c}{d} = (a+b) \times \frac{d}{c}$$

例 ① $(4x^2+2x) \div 2x$
 $= \frac{4x^2}{2x} + \frac{2x}{2x}$
 $= 2x + 1$
 * $\frac{2x}{2x} = 1$

② $(9ab-3b) \div \frac{3}{4}b$
 $= (9ab-3b) \times \frac{4}{3b}$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \frac{3}{4}b = \frac{3b}{4}$
 $= \frac{9ab \times 4}{3b} - \frac{3b \times 4}{3b}$
 $= 12a - 4$

確認問題 2 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $(6a^2 + 4a) \div 2a$ □(2) $(3xy - 9y) \div (-3y)$ □(3) $(5x^2 - 10x) \div (-5x)$
- *□(4) $(6ax + 9ay) \div 3a$ □(5) $(2x^2 - 3xy) \div (-6x)$ □(6) $(16a^3 - 12a^2) \div 4a^2$
- *□(7) $(3x^2y + 2xy^2) \div (-xy)$ □(8) $(9ab^2 + 3ab) \div 3ab$ □(9) $(4xy^2 - 6y^2) \div (-2y^2)$
- *□(10) $(6a^3b + 3ab^3) \div 6ab$ □(11) $(12xy - 8xy^2) \div (-4xy)$ □(12) $(x^2y^2 - 4xy^2) \div 2xy^2$
- *□(13) $(x - 3xy) \div \frac{1}{3}x$ □(14) $(-ab + 2b) \div \left(-\frac{1}{2}b\right)$ □(15) $(6a^2 + 12a) \div \frac{3}{4}a$

ポイント 3 多項式の四則計算

例

$$\begin{aligned} \text{① } 3x(x+2) + 2x(x-1) \\ &= 3x \times x + 3x \times 2 + 2x \times x - 2x \times 1 \\ &= 3x^2 + 6x + 2x^2 - 2x \\ &= 5x^2 + 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } 2a(4a-b) - 3a(a-2b) \\ &= 2a \times 4a - 2a \times b - 3a \times a - 3a \times (-2b) \\ &= 8a^2 - 2ab - 3a^2 + 6ab \\ &= 5a^2 + 4ab \end{aligned}$$

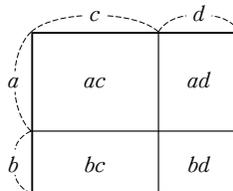
確認問題 3 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $a(3a + 2) + 4a$ □(2) $3x(x + 4) - 2x^2$
- *□(3) $2a(a - 4) + 3a^2 + 7a$ □(4) $4x(x - 2y) - 3x^2 + 5xy$
- *□(5) $a(4a - 5) + 3a(2a + 4)$ □(6) $4x(x + 2) + 3x(x - 1)$
- *□(7) $2a(4a - 3) - 3a(3a + 1)$ □(8) $3x(x - 7) - 5x(x - 4)$
- *□(9) $4a(a + b) + 2a(3a - 7b)$ □(10) $2x(3x - 5y) + 4x(-x + 2y)$
- *□(11) $2b(5a - 3b) - 4b(a - b)$ □(12) $-m(m - 4n) - 3m(2m + 3n)$
- *□(13) $2a(x + 2y) + a(5x - 2y)$ □(14) $4x(2a + b) - 2x(a + 5b)$
- *□(15) $3x(x + 2) + 4(2x + 1)$ □(16) $a(3a + 2b) + 2b(a + 4b)$
- *□(17) $3x(x - 4y) - 4y(2x + y)$ □(18) $3x(x - 2y) + 2y(y + 3x)$

ポイント 4 多項式 × 多項式

● 展開……単項式や多項式の積の形で書かれた式を和の形で表すこと。

● $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



* $(a+b)(c+d)$
 $= (a+b)M$
 $= aM + bM$
 $= a(c+d) + b(c+d)$
 $= ac + ad + bc + bd$

$\left. \begin{array}{l} c+d=M \text{ とおく} \\ \text{分配法則} \\ M=c+d \text{ にもどす} \\ \text{分配法則} \end{array} \right\}$

例 ① $(x+1)(y+1)$
 $= x \times y + x \times 1 + 1 \times y + 1 \times 1$
 $= xy + x + y + 1$

③ $(x+y-1)(x+2y)$
 $= x(x+2y) + y(x+2y) - (x+2y)$
 $= x^2 + 2xy + xy + 2y^2 - x - 2y$
 $= x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 2y$

② $(a+2)(2a-5)$
 $= 2a^2 - 5a + 4a - 10$
 $= 2a^2 - a - 10$ } 同類項をまとめる

④ $(a-2b)(3a+b+2)$
 $= a(3a+b+2) - 2b(3a+b+2)$
 $= 3a^2 + ab + 2a - 6ab - 2b^2 - 4b$
 $= 3a^2 - 5ab - 2b^2 + 2a - 4b$

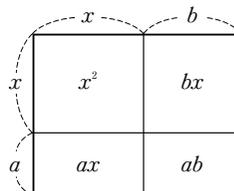
確認問題 4 次の式を展開しなさい。

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| *□(1) $(a+3)(b+2)$ | □(2) $(x+y)(a-3)$ | □(3) $(x-2)(y-5)$ |
| *□(4) $(x+y)(x-8)$ | □(5) $(x-7)(y+10)$ | □(6) $(a-5)(-2b+3)$ |
| *□(7) $(x+3)(x-8)$ | □(8) $(a+3)(a+9)$ | □(9) $(x-1)(x-2)$ |
| *□(10) $(a-9)(a+8)$ | □(11) $(5-b)(6-b)$ | □(12) $(6+x)(x-11)$ |
| *□(13) $(2x+3)(x+1)$ | □(14) $(-x+4)(-3x-2)$ | □(15) $(x+a)(x+b)$ |
| *□(16) $(x+3)(3x-8)$ | □(17) $(2a+5)(3a+1)$ | □(18) $(2x-5y)(3x-y)$ |
| *□(19) $(x^2+2x-1)(x-3)$ | □(20) $(2a^2-a-3)(2a+1)$ | □(21) $(3x-y+2)(x+2y)$ |
| *□(22) $(2x+1)(x^2-x+3)$ | □(23) $(a-3)(4a^2+2a+1)$ | □(24) $(4a-5b)(2a+b-3)$ |

ポイント 5 乗法公式 I

● $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

- 例 ① $(x+3)(x+6)$
 $= x^2 + (3+6)x + 3 \times 6$
 $= x^2 + 9x + 18$
- ② $(x-3)(x-6)$
 $= x^2 + (-3-6)x + (-3) \times (-6)$
 $= x^2 - 9x + 18$
- ③ $(x+3)(x-6)$
 $= x^2 + (3-6)x + 3 \times (-6)$
 $= x^2 - 3x - 18$
- ④ $(x-3)(x+6)$
 $= x^2 + (-3+6)x + (-3) \times 6$
 $= x^2 + 3x - 18$



確認問題 5 次の式を展開しなさい。

- *□(1) $(x+1)(x+2)$ □(2) $(x+2)(x+5)$ □(3) $(x+7)(x+1)$
- *□(4) $(a+5)(a+3)$ □(5) $(y+3)(y+9)$ □(6) $(b+10)(b+6)$
- *□(7) $(x-2)(x-1)$ □(8) $(x-5)(x-3)$ □(9) $(x-2)(x-7)$
- *□(10) $(y-5)(y-8)$ □(11) $(a-9)(a-2)$ □(12) $(t-8)(t-10)$
- *□(13) $(x-1)(x+6)$ □(14) $(x+3)(x-1)$ □(15) $(a-4)(a+6)$
- *□(16) $(n+9)(n-2)$ □(17) $(x+8)(x-5)$ □(18) $(x+4)(x-9)$
- *□(19) $(x+2)(x-7)$ □(20) $(a-6)(a+3)$ □(21) $(m+3)(m-10)$

ポイント 6 乗法公式 I の応用

- 例 ① $(2x-1)(2x+3)$
 $= (2x)^2 + (-1+3) \times 2x + (-1) \times 3$
 $= 4x^2 + 4x - 3$
- ② $(-x+4y)(-x-9y)$
 $= (-x)^2 + (4y-9y) \times (-x) + 4y \times (-9y)$
 $= x^2 + 5xy - 36y^2$

確認問題 6 次の式を展開しなさい。

- *□(1) $(2a+1)(2a+3)$ *□(2) $(3x-1)(3x-2)$ *□(3) $(2x+3)(2x-5)$
- (4) $(4a-1)(4a+3)$ □(5) $(3x+y)(3x+2y)$ □(6) $(2a+b)(2a-5b)$
- (7) $(-x+3)(-x+2)$ □(8) $(-a+6)(-a+3)$ □(9) $(-2x+y)(-2x+3y)$

ポイント 7 乗法公式Ⅱ

● $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

例 ① $(x + 4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $= x^2 + 8x + 16$

② $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$
 $= 4x^2 - 12xy + 9y^2$

確認問題 7 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(x + 1)^2$

□(2) $(a + 6)^2$

□(3) $(n + 10)^2$

*□(4) $(x + y)^2$

□(5) $(a + 3b)^2$

□(6) $(x + 6y)^2$

*□(7) $(x - 2)^2$

□(8) $(a - 8)^2$

□(9) $(p - 11)^2$

*□(10) $(x - 3y)^2$

□(11) $(a - 4b)^2$

□(12) $(x - 9y)^2$

*□(13) $(2a + 1)^2$

□(14) $(3x - 4)^2$

□(15) $(-x + 5)^2$

*□(16) $(3x + 2y)^2$

□(17) $(2a - 7b)^2$

□(18) $(-3x + y)^2$

ポイント 8 乗法公式Ⅲ

● $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

例 ① $(x + 5)(x - 5)$
 $= x^2 - 5^2$
 $= x^2 - 25$

② $(a - 4b)(a + 4b)$
 $= a^2 - (4b)^2$
 $= a^2 - 16b^2$

③ $(2x + 3y)(2x - 3y)$
 $= (2x)^2 - (3y)^2$
 $= 4x^2 - 9y^2$

確認問題 8 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(a + 3)(a - 3)$

□(2) $(x + 4)(x - 4)$

□(3) $(x - 7)(x + 7)$

*□(4) $(3a + 1)(3a - 1)$

□(5) $(2y - 9)(2y + 9)$

□(6) $(5x + 8)(5x - 8)$

*□(7) $(10 + x)(10 - x)$

□(8) $(6 - a)(6 + a)$

□(9) $(2 + p)(2 - p)$

*□(10) $(x + 2y)(x - 2y)$

□(11) $(3a - b)(3a + b)$

□(12) $(5x + 2y)(5x - 2y)$

1 次の式を計算しなさい。

(⊕ポイント1・2)

*□(1) $2x(x^2 - 3x)$

*□(2) $(a - 5b) \times (-3ab)$

□(3) $3a(x + 2y - 1)$

*□(4) $\frac{3}{4}x(20a - 8b)$

□(5) $\left(\frac{x}{4} + \frac{3}{2}\right) \times 8x$

□(6) $\frac{xy}{6}(3x + 2y - 6)$

*□(7) $(2xy - 6y) \div 2y$

*□(8) $(6a^2 + 3ab) \div \left(-\frac{3}{2}a\right)$

□(9) $(10a^2 - 15ab + 20a) \div 5a$

2 次の式を計算しなさい。

(⊕ポイント3)

*□(1) $x(2x + 3) + 2x(3x - 4)$

□(2) $a(5a + 4) - 2a(a - 2)$

□(3) $3x(x - 4y) + 2x(3x + 5y)$

3 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント4)

*□(1) $(a - b)(c - d)$

□(2) $(a + 3)(b - 4)$

*□(3) $(x - 5)(3x - 2)$

□(4) $(x + y)(2x - 3y)$

*□(5) $(x^2 - 2x + 1)(x + 1)$

□(6) $(2a - 3b)(a + 2b - 4)$

4 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント5・6)

*□(1) $(x + 3)(x + 4)$

*□(2) $(a - 5)(a - 6)$

*□(3) $(x - 2)(x + 8)$

*□(4) $(a - 10)(a + 5)$

□(5) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

□(6) $\left(a + \frac{5}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)$

□(7) $(x + 2y)(x + 5y)$

*□(8) $(a - 3b)(a - b)$

□(9) $(a + 4b)(a - 8b)$

*□(10) $(4x + 3)(4x - 5)$

□(11) $(3x - y)(3x - 2y)$

□(12) $(5 + a)(5 + 2a)$

5 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント7・8)

*□(1) $(x + 9)^2$

*□(2) $(a - 3)^2$

□(3) $\left(a + \frac{3}{2}\right)^2$

*□(4) $(a - 5b)^2$

□(5) $(3x + 4)^2$

*□(6) $(2x + 3y)^2$

*□(7) $(x + 2)(x - 2)$

□(8) $(n - 6)(n + 6)$

□(9) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

□(10) $(a + 9)(9 - a)$

*□(11) $(2x + 5)(2x - 5)$

□(12) $(3x + 4y)(3x - 4y)$

ポイント 1 四則展開

例 ① $(x+3)(x-5) - (x-1)^2$
 $= (x^2 - 2x - 15) - (x^2 - 2x + 1)$
 $= x^2 - 2x - 15 - x^2 + 2x - 1$
 $= -16$

② $(3x+10)(3x-10) - 2(x+5)(x-10)$
 $= (9x^2 - 100) - 2(x^2 - 5x - 50)$
 $= 9x^2 - 100 - 2x^2 + 10x + 100$
 $= 7x^2 + 10x$

展開 *かっこはつけたままにする
かっこをはずす
それぞれ展開
分配法則

確認問題 1 次の計算をしなさい。

*□(1) $2(x+4)(x-8)$

□(2) $3(x-4)(x-3)$

*□(3) $-(x+11)(x-11)$

□(4) $-3(x-3)^2$

*□(5) $(x+4)(x-6) + x(x+3)$

□(6) $(x-5)(x-6) + x(x-8)$

*□(7) $x(x+9) + (x-1)(x+2)$

□(8) $x(9-x) + (x-3)^2$

*□(9) $(x+1)(x-3) + (x+4)(x+2)$

□(10) $(x-7)(x+7) + (x-5)(x-1)$

*□(11) $(5a+3)^2 + (5a-3)^2$

□(12) $(x-6)(x+2) + (5+2x)(5-2x)$

*□(13) $(x+8)(x-8) - x(x+9)$

□(14) $(2x+1)^2 - 2x(2x-3)$

*□(15) $x(x+4) - (x+5)(x-5)$

□(16) $-x(6-2x) - (x-3)^2$

*□(17) $(a-8)^2 - (a+8)(a-8)$

□(18) $(x+6)(x-10) - (x-2)^2$

*□(19) $(2x+5)^2 - (2x-5)^2$

□(20) $(a+9)(a-9) - (5+a)(5-a)$

*□(21) $(x+4)^2 + 2(x+1)(x-1)$

□(22) $(a+1)(a-2) + 3(2a-1)^2$

*□(23) $(n+1)(n+2) - 5(2+n)(2-n)$

□(24) $-(x-2)(x-5) + 2(x+1)(x+5)$

□(25) $(2a-5b)^2 - 3(a+4b)(a-4b)$

□(26) $(x-2y)(x+y) - 2(y-x)(y-2x)$

□(27) $-2(3a+2b)(3a-2b) + 3(2a-3b)^2$

□(28) $-2(3x-y)^2 - (x+3y)^2$

ポイント 2 置き換えによる式の展開 I

例

① $(x+y)(x+y-2)$
 $= M(M-2)$
 $= M^2 - 2M$
 $= (x+y)^2 - 2(x+y)$
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y$

← $x+y=M$ とおく
 ← 分配法則 $a(b+c)=ab+ac$
 ← $M=x+y$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $(a+b+2)^2$
 $= (M+2)^2$
 $= M^2 + 4M + 4$
 $= (a+b)^2 + 4(a+b) + 4$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 4a + 4b + 4$

← $a+b=M$ とおく
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 ← $M=a+b$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ $(a+b+1)(a+b+2)$
 $= (M+1)(M+2)$
 $= M^2 + 3M + 2$
 $= (a+b)^2 + 3(a+b) + 2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b + 2$

← $a+b=M$ とおく
 ← 乗法公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
 ← $M=a+b$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

確認問題 2 次の式を展開しなさい。

- *□(1) $(a-b)(a-b+3)$ □(2) $(2x+y)(2x+y-4)$
- *□(3) $(3a+b+2)(b+2)$ □(4) $(x-4y)(x-4y-2z)$
- *□(5) $(x+y+1)^2$ □(6) $(a+b+3)^2$
- (7) $(2x-y+3)^2$ □(8) $(3a-2b+c)^2$
- *□(9) $(a+2b-1)^2$ □(10) $(x-4y-3)^2$
- (11) $(3x-y-5)^2$ □(12) $(2a-b-2c)^2$
- *□(13) $(a+b+2)(a+b+5)$ □(14) $(x+3y-4)(x+3y-1)$
- *□(15) $(a-b+4)(a-b-3)$ □(16) $(x-2y-5)(x-2y+1)$
- (17) $(3x-4y+1)(3x-4y+2)$ □(18) $(2a+b-6)(2a+b+3)$
- (19) $(a+3b+2c)(a+3b-c)$ □(20) $(2x+3y-4z)(2x+3y+z)$

ポイント 3 置き換えによる式の展開Ⅱ

例

① $(x + 3y - 5)(x + 3y + 5)$
 $= (M - 5)(M + 5)$
 $= M^2 - 25$
 $= (x + 3y)^2 - 25$
 $= x^2 + 6xy + 9y^2 - 25$

② $(a - b - 2)(a + b + 2)$
 $= \{a - (b + 2)\}\{a + (b + 2)\}$
 $= (a - M)(a + M)$
 $= a^2 - M^2$
 $= a^2 - (b + 2)^2$
 $= a^2 - (b^2 + 4b + 4)$
 $= a^2 - b^2 - 4b - 4$

③ $(a + 2b + 1)(a + b + 1)$
 $= \{(a + 1) + 2b\}\{(a + 1) + b\}$
 $= (M + 2b)(M + b)$
 $= M^2 + 3bM + 2b^2$
 $= (a + 1)^2 + 3b(a + 1) + 2b^2$
 $= a^2 + 2a + 1 + 3ab + 3b + 2b^2$
 $= a^2 + 3ab + 2b^2 + 2a + 3b + 1$

$x + 3y = M$ とおく
 乗法公式 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 $M = x + 3y$ にもどす
 乗法公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

置き換えができるようにまとめる
 $b + 2 = M$ とおく
 乗法公式 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 $M = b + 2$ にもどす
 乗法公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

置き換えができるようにまとめる
 $a + 1 = M$ とおく
 乗法公式 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
 $M = a + 1$ にもどす
 乗法公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

* 答えを書くときは、2次の項→1次の項→数の項の順に書くことが多い。

確認問題 3 次の式を展開しなさい。

- *□(1) $(x + y + 1)(x + y - 1)$
- *□(3) $(2x + y + 7)(2x + y - 7)$
- (5) $(a + 2b + 3)(a - 2b + 3)$
- *□(7) $(a + b + c)(a - b - c)$
- *□(9) $(4x - y + 2)(4x + y - 2)$
- *□(11) $(a - b + 4)(a - 2b + 4)$
- (13) $(a + b - c)(a + 2b - c)$
- (15) $(x + 3y + 1)(2x + 3y + 1)$
- (2) $(a + 2b - 3)(a + 2b + 3)$
- (4) $(3a - 2b - 1)(3a - 2b + 1)$
- (6) $(2x - 5y - 1)(2x + 5y - 1)$
- (8) $(3x + 4y - z)(3x - 4y + z)$
- (10) $(2a + 3b - 4c)(2a - 3b + 4c)$
- (12) $(x - 5y - 2)(x + 3y - 2)$
- (14) $(3x - y + 2z)(3x + 4y + 2z)$
- (16) $(2a + b - 1)(3a + b - 1)$

ポイント 4 式の展開の利用 I

例

① $x = \frac{2}{3}$, $y = 2$ のとき, $(5xy - 15x^2) \div 5x$

の値

$$\rightarrow (5xy - 15x^2) \div 5x = y - 3x$$

これに $x = \frac{2}{3}$, $y = 2$ を代入

$$\rightarrow 2 - 3 \times \frac{2}{3} = 0$$

② $x = \frac{4}{15}$, $y = 5$ のとき, $(3x - y)^2 - (3x + y)(3x - y)$

の値

$$\rightarrow (3x - y)^2 - (3x + y)(3x - y)$$

$$= (9x^2 - 6xy + y^2) - (9x^2 - y^2)$$

$$= -6xy + 2y^2$$

これに $x = \frac{4}{15}$, $y = 5$ を代入

$$\rightarrow -6 \times \frac{4}{15} \times 5 + 2 \times 5^2 = 42$$

③ $x + y = -3$, $xy = -9$ のとき, $x^2 + y^2$ の値

$$\rightarrow (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{ より,}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

これに $x + y = -3$, $xy = -9$ を代入

$$\rightarrow (-3)^2 - 2 \times (-9) = 27$$

④ $x - y = 2$, $xy = 4$ のとき, $x^2 + xy + y^2$ の値

$$\rightarrow (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \text{ より,}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy \text{ であるから,}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x - y)^2 + 3xy$$

これに $x - y = 2$, $xy = 4$ を代入

$$\rightarrow 2^2 + 3 \times 4 = 16$$

確認問題 4 次の問いに答えなさい。

*□(1) $a = 3$ のとき, $(8a^2 + 20a) \div 4a$ の値を求めなさい。

□(2) $a = -2$, $b = 5$ のとき, $(ab^3 - 3a^2b) \div ab$ の値を求めなさい。

*□(3) $a = \frac{1}{2}$ のとき, $(a + 2)^2 - (a + 1)(a - 1)$ の値を求めなさい。

*□(4) $x = 4$, $y = \frac{2}{3}$ のとき, $(x - y)(x + 4y) - (x + 2y)(x - 2y)$ の値を求めなさい。

□(5) $a = \frac{1}{9}$, $b = -\frac{3}{16}$ のとき, $(3a + 4b)^2 - 8b(3a + 2b)$ の値を求めなさい。

*□(6) $a + b = 5$, $ab = -2$ のとき, $a^2 + b^2$ の値を求めなさい。

□(7) $x + y = -7$, $xy = 5$ のとき, $x^2 + 3xy + y^2$ の値を求めなさい。

*□(8) $x - y = 5$, $xy = -3$ のとき, $x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

□(9) $a - b = 4$, $ab = 6$ のとき, $a^2 + ab + b^2$ の値を求めなさい。

ポイント 5 式の展開の利用Ⅱ

● 数の計算への利用

<p>例 ① 51^2</p> $= (50 + 1)^2$ $= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2$ $= 2500 + 100 + 1$ $= 2601$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a+b)^2 \\ = a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$	<p>② 52×48</p> $= (50 + 2)(50 - 2)$ $= 50^2 - 2^2$ $= 2500 - 4$ $= 2496$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a+b)(a-b) \\ = a^2 - b^2 \end{array}$
--	--	--	---

● 整数の性質の証明

例題 連続する2つの偶数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、4の倍数であることを証明しなさい。

証明 小さい方の偶数を $2n$ (n は整数) とすると、大きい方は $2n+2$ と表せるから、この2つの偶数の平方の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 = 8n + 4 = 4(2n+1)$$

ここで、 $2n+1$ は整数であるから、 $4(2n+1)$ は $4 \times (\text{整数})$ となり、4の倍数である。

以上より、連続する2つの偶数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、4の倍数である。 **終**

確認問題 5 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の式を、くふうして計算しなさい。

*□① 31^2

□② 48^2

□③ 105^2

*□④ 41×39

□⑤ 103×97

□⑥ 1990×2010

*□(2) 連続する2つの整数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、その2つの整数の和に等しいことを、次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明：連続する2つの整数のうち、小さい方の整数を n とすると、大きい方の整数は ① と表せる

から、2つの整数の平方の差は、 $(\text{①})^2 - n^2 = \text{②}$

2つの整数の和は、 $n + (\text{①}) = \text{②}$

よって、連続する2つの整数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、その2つの整数の和に等しい。 **終**

□(3) 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、その間にある偶数の平方になることを、次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明： n を整数とし、小さい方の奇数を $2n-1$ とすると、大きい方の奇数は ① と表せるので、2つの奇数の積に1を加えた数は、

$$(2n-1)(\text{①}) + 1 = \text{②}$$

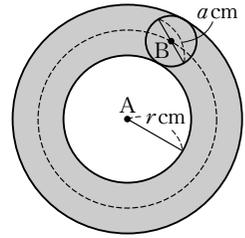
一方、この2つの奇数の間にある偶数は ③ で、その平方は、

$$(\text{③})^2 = \text{②}$$

よって、連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、その間にある偶数の平方になる。 **終**

ポイント 6 式の展開の利用Ⅲ

例題 図のように、半径 r cm の円 A の円周上に、直径 a cm の円 B が接している。円 B が円 A に接したままこの円 A の周上を 1 周する。このとき、円 B の中心 B が描く線の長さを ℓ cm、円 B が通過した部分の面積を S cm² とすると、 $S = a\ell$ が成り立つことを示しなさい。



解答 ℓ は直径 $(2r + a)$ cm の円周の長さだから、

$$\ell = \pi(2r + a) \quad \text{よって、} a\ell = 2\pi ar + \pi a^2 \quad \cdots\cdots\text{①}$$

S は半径 $(r + a)$ cm の円の面積から半径 r cm の円の面積をひいたものであるから、

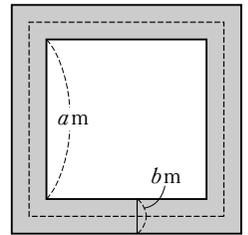
$$\begin{aligned} S &= \pi(r + a)^2 - \pi r^2 = \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2 \\ &= 2\pi ar + \pi a^2 \quad \cdots\cdots\text{②} \end{aligned}$$

①、②より、 $S = a\ell$ **終**

確認問題 6 次の問いに答えなさい。

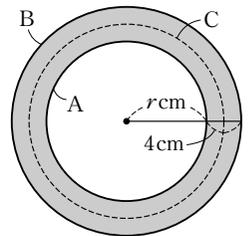
*□(1) 図のように、1 辺が a m の正方形の土地の周りに幅 b m の道がある。

- ① 道のちょうど真ん中を歩いて 1 周したときの道のりを ℓ m とするとき、 ℓ を a 、 b で表しなさい。
- ② 道の面積を S m² とするとき、 S を a 、 b で表しなさい。
- ③ S と ℓ の関係を式に表しなさい。



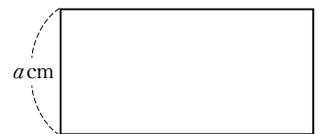
□(2) 図のように、同じ点を中心とする 2 つの円 A、B があり、円 A の半径は r cm で、円 B の半径は円 A よりも 4 cm 長い。

- ① 円 B の周の長さは円 A の周の長さよりどれだけ長いか。
- ② 図で影をつけた、円 A と円 B の間の部分の面積を S cm² とするとき、 S を r で表しなさい。
- ③ 円 A、B の真ん中を通る、図の点線の円を C とする。円 C の周の長さを ℓ とするとき、 S と ℓ の関係を式に表しなさい。



□(3) 縦の長さが a cm で、横の長さが縦の長さの 2 倍である長方形 A がある。ただし、 $a > 1$ とする。

- ① 長方形 A の縦を 1 cm 長く、横を 1 cm 短くした長方形を B、長方形 A の縦を 1 cm 短く、横を 1 cm 長くした長方形を C とする。長方形 B、C の面積をそれぞれ a の式で表しなさい。



- ② 2 つの長方形 B、C の面積はどちらが何 cm² 大きいのか。

1 次の計算をしなさい。

(⊕ポイント 1)

*□(1) $2(x+3y)^2$

□(2) $-(x-5)(x+4)$

*□(3) $-2(a-4b)(a+6b)$

□(4) $3(2a+b)(2a-b)$

*□(5) $a(a-5)(a+8)$

□(6) $-xy(x-2y)^2$

*□(7) $x(3x+1)+(x-2)(x-10)$

□(8) $(x+4)(x-4)+x(10-x)$

*□(9) $(a-1)^2+(a+2)(a-2)$

□(10) $(5+x)(x-5)-(x-4)(x-6)$

*□(11) $(a-4)(a+2)-(a+1)^2$

□(12) $(x+6)(x-7)+2(x+1)(x-1)$

□(13) $(2a+1)(2a-7)-(2a-3)^2$

□(14) $(2x+5y)^2-3(x-2y)^2$

□(15) $(a-b)(a-3b)-(2a-3b)^2$

□(16) $(a+2b)(a-2b)-(2a+b)(a-2b)$

2 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント 2)

*□(1) $(x-y)(x-y+4)$

□(2) $(a+b-5)^2$

*□(3) $(2x+y-1)^2$

□(4) $(a-b+2)(a-b-3)$

*□(5) $(a+2b+3)(a+2b-3)$

□(6) $(x-3y-2)(x-3y+5)$

3 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント 3)

*□(1) $(a+c)(a-b+c)$

□(2) $(a+b-1)(2a+b-1)$

*□(3) $(x+y+2)(x-y-2)$

□(4) $(2x+y-1)(2x-y+1)$

*□(5) $(a-b+c)(a+2b+c)$

□(6) $(x+2y-3)(3x-2y+3)$

4 次の問いに答えなさい。

(⊕ポイント 4)

*□(1) $a=4, b=-5$ のとき, $(15a^2b+3ab^2) \div (-3ab)$ の値を求めなさい。

*□(2) $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}$ のとき, $(2x+y)^2-(2x-y)^2$ の値を求めなさい。

□(3) $a = \frac{1}{4}$, $b = -2$ のとき, $(2a + 5b)(2a - b) - (2a + 3b)^2$ の値を求めなさい。

*□(4) $x + y = 2$, $xy = -3$ のとき, $x^2 + 4xy + y^2$ の値を求めなさい。

□(5) $m - n = 4$, $mn = 6$ のとき, $m^2 - 3mn + n^2$ の値を求めなさい。

5 次の式を, くふうして計算しなさい。

(⊕ポイント 5)

*□(1) 53^2

□(2) 9.6^2

□(3) 98×102

6 次の問いに答えなさい。

(⊕ポイント 5)

□(1) 連続する 2 つの奇数について, 大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は, 8 の倍数である。このことを, 小さい方の奇数を $2n - 1$ (n は整数) として証明しなさい。

*□(2) 連続する 3 つの自然数について, 真ん中の数を n とする。

□① ほかの 2 数をそれぞれ n の式で表しなさい。

□② 連続する 3 つの自然数の真ん中の数の平方から 1 をひいた差は, 他の 2 数の積に等しいことを証明しなさい。

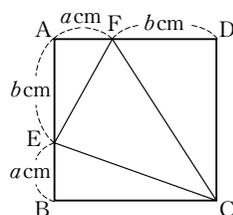
□(3) ある整数 n の 3 乗からその整数をひいた差は, n を真ん中の数とする連続する 3 つの整数の積に等しい。このことを証明しなさい。

7 次の問いに答えなさい。

(⊕ポイント 6)

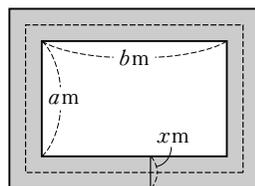
*□(1) 図 1 の四角形 ABCD は正方形である。△CEF の面積を求めなさい。

図 1



□(2) 図 2 のように, 縦が a m, 横が b m の長方形の土地の周りに幅 x m の道があり, 道の面積を S m², 道のちょうど真ん中を通る線の長さを ℓ m とする。

図 2



□① S を a , b , x で表しなさい。

□② S と ℓ の関係を式に表しなさい。