

前学年までの復習

1 正負の数, 文字式	4
2 方程式	6
3 関数	8
4 図形	10
5 資料の整理, データの分布, 確率	12

式の計算

1 式の展開	14
□ ポイント 1 多項式×単項式	
□ ポイント 2 多項式÷単項式	
□ ポイント 3 多項式の四則計算	
□ ポイント 4 多項式×多項式	
□ ポイント 5 乗法公式 I	
□ ポイント 6 乗法公式 I の応用	
□ ポイント 7 乗法公式 II	
□ ポイント 8 乗法公式 III	
■ 練成問題	
2 式の展開の利用	20
□ ポイント 1 四則展開	
□ ポイント 2 置き換えによる式の展開 I	
□ ポイント 3 置き換えによる式の展開 II	
□ ポイント 4 式の展開の利用 I	
□ ポイント 5 式の展開の利用 II	
□ ポイント 6 式の展開の利用 III	
■ 練成問題	
3 因数分解	28
□ ポイント 1 因数分解 I	
□ ポイント 2 因数分解 II	
□ ポイント 3 因数分解 III	
□ ポイント 4 因数分解 IV	
■ 練成問題	
4 因数分解の利用	32
□ ポイント 1 いろいろな因数分解 I	
□ ポイント 2 いろいろな因数分解 II	
□ ポイント 3 置き換えによる因数分解 I	
□ ポイント 4 置き換えによる因数分解 II	
□ ポイント 5 4項式の因数分解	
□ ポイント 6 因数分解の利用 I	
□ ポイント 7 因数分解の利用 II	
■ 練成問題	
5 式の計算のまとめ	40
◆ 探究問題 ① 式の計算	44

平方根

6 平方根	46
□ ポイント 1 平方根の意味と表し方	
□ ポイント 2 根号のはずし方	
□ ポイント 3 平方根の大小	
□ ポイント 4 平方根の範囲	
□ ポイント 5 有理数と無理数	
□ ポイント 6 循環小数と分数	
□ ポイント 7 近似値と誤差	
■ 練成問題	
7 平方根の計算	54
□ ポイント 1 根号のついた数の乗法	
□ ポイント 2 根号のついた数の除法	
□ ポイント 3 根号内を簡単にする方法	

□ ポイント 4 分母に根号をふくまない形にする方法	
□ ポイント 5 根号のついた数の加減	
□ ポイント 6 四則計算	
□ ポイント 7 平方根の近似値	
□ ポイント 8 平方根の応用	
■ 練成問題	

8 平方根の計算の利用	60
□ ポイント 1 分配法則と四則計算	
□ ポイント 2 乗法公式	
□ ポイント 3 乗法公式を利用した計算	
□ ポイント 4 式の値 (1)	
□ ポイント 5 式の値 (2)	
□ ポイント 6 式の値 (3)	
□ ポイント 7 式の値 (4)	
■ 練成問題	
9 平方根のまとめ	66
◆ 探究問題 ② 平方根	70

2次方程式

10 2次方程式とその解 (1)	72
□ ポイント 1 2次方程式とその解	
□ ポイント 2 2次方程式の解法 (1)	
□ ポイント 3 2次方程式の解法 (2)	
□ ポイント 4 2次方程式の解法 (3)	
□ ポイント 5 2次方程式の解法 (4)	
□ ポイント 6 2次方程式の解法 (5)	
■ 練成問題	
11 2次方程式とその解 (2)	76
□ ポイント 1 2次方程式の解法 (6)	
□ ポイント 2 2次方程式の解法 (7)	
□ ポイント 3 2次方程式の解法のまとめ	
□ ポイント 4 2次方程式の定数の求め方 (1)	
□ ポイント 5 2次方程式の定数の求め方 (2)	
■ 練成問題	
12 2次方程式の利用	80
□ ポイント 1 数に関する問題	
□ ポイント 2 面積に関する問題	
□ ポイント 3 点の移動に関する問題	
□ ポイント 4 1次関数の問題	
■ 練成問題	
13 2次方程式のまとめ	86
◆ 探究問題 ③ 2次方程式	90

2乗に比例する関数

14 2乗に比例する関数	92
□ ポイント 1 2乗に比例する関数	
□ ポイント 2 比例定数の求め方	
□ ポイント 3 $y = ax^2$ のグラフ	
□ ポイント 4 $y = ax^2$ のグラフと変域	
□ ポイント 5 関数の変化の割合	
■ 練成問題	
15 2乗に比例する関数と図形	98
□ ポイント 1 放物線と直線の交点	
□ ポイント 2 放物線と図形	
□ ポイント 3 放物線と三角形の面積 I	
□ ポイント 4 放物線と三角形の面積 II	
■ 練成問題	
16 2乗に比例する関数と図形の応用	104
□ ポイント 1 等積変形	
□ ポイント 2 図形の面積の2等分	

- ポイント3 平行四辺形
- ポイント4 座標平面上の回転体
- 練成問題

17 いろいろな関数 110

- ポイント1 物体の落下
- ポイント2 点の移動と関数
- ポイント3 図形の移動と関数
- ポイント4 いろいろな事象と関数
- 練成問題

18 2乗に比例する関数のまとめ 116

◆ **探究問題 ④ 2乗に比例する関数** 124

相似と円周角

19 相似な図形 128

- ポイント1 相似な図形
- ポイント2 三角形の相似条件
- ポイント3 相似な図形と辺の長さ
- ポイント4 相似の利用
- 練成問題

20 平行線と線分の比 134

- ポイント1 三角形と線分の比
- ポイント2 平行線と線分の比
- ポイント3 平行線と線分の比の利用
- ポイント4 平行四辺形と線分の比
- ポイント5 角の二等分線の性質
- 練成問題

21 中点連結定理 140

- ポイント1 中点連結定理
- ポイント2 中点連結定理の利用
- 練成問題

22 相似と計量 144

- ポイント1 相似比と面積の比
- ポイント2 相似な立体
- 練成問題

★ **相似な図形と面積** 148

- ポイント1 線分の比と面積の比 I
- ポイント2 線分の比と面積の比 II
- ポイント3 線分の比と面積の比 III
- 練成問題

23 円周角の定理 152

- ポイント1 円周角の定理
- ポイント2 円周角と弧に関する定理
- ポイント3 角の求め方
- ポイント4 円周角の定理の逆
- ポイント5 円と証明
- 練成問題

★ **円周角の定理の利用** 160

- ポイント1 円に内接する四角形
- ポイント2 四角形が円に内接するための条件
- ポイント3 接線と弦に関する定理
- ポイント4 2円の共通弦
- ポイント5 2円と共通接線
- 練成問題

★ **円と相似** 166

- ポイント1 内接四角形と相似
- ポイント2 方べきの定理 (1)
- ポイント3 方べきの定理 (2)
- 練成問題

★ **三角形の重心, 外心, 内心** 170

- ポイント1 三角形の重心, 外心, 内心

24 相似と円周角のまとめ 172

◆ **探究問題 ⑤ 相似と円周角** 178

三平方の定理

25 三平方の定理 (1) 180

- ポイント1 三平方の定理
- ポイント2 三平方の定理の逆
- ポイント3 特別な三角形の辺の比
- ポイント4 座標平面上の2点間の距離
- 練成問題

26 三平方の定理 (2) 186

- ポイント1 2つの直角三角形
- ポイント2 二等辺三角形の面積
- ポイント3 台形の面積
- ポイント4 三平方の定理と方程式
- ポイント5 三平方の定理と相似
- 練成問題

27 円と三平方の定理 192

- ポイント1 弦の長さ
- ポイント2 接線の長さ
- ポイント3 三平方の定理と求積
- ポイント4 円と合同, 相似
- 練成問題

★ **円と三平方の定理の応用** 198

- ポイント1 共通接線の接点間の距離
- ポイント2 円と軌跡

28 立体図形と三平方の定理 (1) 200

- ポイント1 直方体の対角線
- ポイント2 正四角錐の体積, 表面積
- ポイント3 円錐の体積, 表面積
- ポイント4 球
- ポイント5 相似比と体積比
- 練成問題

29 立体図形と三平方の定理 (2) 206

- ポイント1 点と平面の距離
- ポイント2 表面上の最短距離 (1) 角柱
- ポイント3 表面上の最短距離 (2) 角錐
- ポイント4 表面上の最短距離 (3) 円柱・円錐
- 練成問題

★ **立体図形と三平方の定理** 212

- ポイント1 正四面体
- ポイント2 立体の切断

30 三平方の定理のまとめ 214

◆ **探究問題 ⑥ 三平方の定理** 220

標本調査

31 標本調査 224

- ポイント1 標本調査
- 練成問題

3年間の総復習

1 数と式の計算, 方程式 226

2 関数 234

3 図形 242

4 資料の活用, データの分布, 確率 250

ポイント 1 多項式 × 単項式

- 多項式 × 単項式の計算……分配法則を使って、単項式を多項式のすべての項にかける。

$$\text{分配法則} \quad a(b+c) = ab+ac \quad (a+b)c = ac+bc$$

例 ① $-2x(x-3y)$
 $= -2x \times x - 2x \times (-3y)$
 $= -2x^2 + 6xy$

② $(4a-5b) \times (-ab)$
 $= 4a \times (-ab) - 5b \times (-ab)$
 $= -4a^2b + 5ab^2$

確認問題 1 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $2x(3y+5)$ □(2) $4a(2a+3b)$ □(3) $3x(5a-2b)$
 *□(4) $ab(2a-3b)$ □(5) $x^2(x+3y)$ □(6) $2ab(-5a+4b)$
 *□(7) $-a(2a+b)$ □(8) $-2a(3x-4y)$ □(9) $-3xy(x+2y)$
 *□(10) $(4x-2y) \times a$ □(11) $(3ab+b) \times 4a$ □(12) $(6x-2y) \times 2x^2$
 *□(13) $(x-5y) \times (-2y)$ □(14) $(2x^2+y) \times (-3x)$ □(15) $(4ab+5a) \times (-4b)$
 *□(16) $\frac{1}{3}x(12x+9y)$ □(17) $-\frac{3}{2}a(8a-2b)$ □(18) $(5xy-10y) \times \frac{3x}{5}$
 *□(19) $4a\left(\frac{a}{2} + \frac{3}{4}\right)$ □(20) $-10x\left(\frac{2}{5}x - \frac{y}{2}\right)$ □(21) $\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{9}b\right) \times 18ab$
 *□(22) $a(2a+b-3)$ □(23) $3x(-x-2y+1)$ □(24) $(3x^2-2x+4) \times (-2x)$

ポイント 2 多項式 ÷ 単項式

- 多項式 ÷ 単項式の計算…… $(a+b) \div c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

$$(a+b) \div \frac{c}{d} = (a+b) \times \frac{d}{c}$$

例 ① $(4x^2+2x) \div 2x$
 $= \frac{4x^2}{2x} + \frac{2x}{2x}$
 $= 2x + 1$
 * $\frac{2x}{2x} = 1$

② $(9ab-3b) \div \frac{3}{4}b$
 $= (9ab-3b) \times \frac{4}{3b}$ $\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4}b = \frac{3b}{4} \\ \end{array} \right\}$
 $= \frac{9ab \times 4}{3b} - \frac{3b \times 4}{3b}$
 $= 12a - 4$

確認問題 2 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $(6a^2 + 4a) \div 2a$ □(2) $(3xy - 9y) \div (-3y)$ □(3) $(5x^2 - 10x) \div (-5x)$
- *□(4) $(6ax + 9ay) \div 3a$ □(5) $(2x^2 - 3xy) \div (-6x)$ □(6) $(16a^3 - 12a^2) \div 4a^2$
- *□(7) $(3x^2y + 2xy^2) \div (-xy)$ □(8) $(9ab^2 + 3ab) \div 3ab$ □(9) $(4xy^2 - 6y^2) \div (-2y^2)$
- *□(10) $(6a^3b + 3ab^3) \div 6ab$ □(11) $(12xy - 8xy^2) \div (-4xy)$ □(12) $(x^2y^2 - 4xy^2) \div 2xy^2$
- *□(13) $(x - 3xy) \div \frac{1}{3}x$ □(14) $(-ab + 2b) \div \left(-\frac{1}{2}b\right)$ □(15) $(6a^2 + 12a) \div \frac{3}{4}a$

ポイント 3 多項式の四則計算

- | | |
|---|---|
| <p>例 ① $3x(x+2) + 2x(x-1)$
 $= 3x \times x + 3x \times 2 + 2x \times x - 2x \times 1$
 $= 3x^2 + 6x + 2x^2 - 2x$
 $= 5x^2 + 4x$</p> | <p>② $2a(4a-b) - 3a(a-2b)$
 $= 2a \times 4a - 2a \times b - 3a \times a - 3a \times (-2b)$
 $= 8a^2 - 2ab - 3a^2 + 6ab$
 $= 5a^2 + 4ab$</p> |
|---|---|

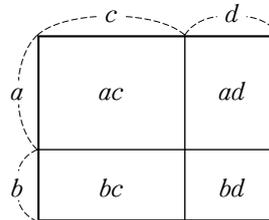
確認問題 3 次の式を計算しなさい。

- *□(1) $a(3a + 2) + 4a$ □(2) $3x(x + 4) - 2x^2$
- *□(3) $2a(a - 4) + 3a^2 + 7a$ □(4) $4x(x - 2y) - 3x^2 + 5xy$
- *□(5) $a(4a - 5) + 3a(2a + 4)$ □(6) $4x(x + 2) + 3x(x - 1)$
- *□(7) $2a(4a - 3) - 3a(3a + 1)$ □(8) $3x(x - 7) - 5x(x - 4)$
- *□(9) $4a(a + b) + 2a(3a - 7b)$ □(10) $2x(3x - 5y) + 4x(-x + 2y)$
- *□(11) $2b(5a - 3b) - 4b(a - b)$ □(12) $-m(m - 4n) - 3m(2m + 3n)$
- *□(13) $2a(x + 2y) + a(5x - 2y)$ □(14) $4x(2a + b) - 2x(a + 5b)$
- *□(15) $3x(x + 2) + 4(2x + 1)$ □(16) $a(3a + 2b) + 2b(a + 4b)$
- *□(17) $3x(x - 4y) - 4y(2x + y)$ □(18) $3x(x - 2y) + 2y(y + 3x)$

ポイント 4 多項式 × 多項式

● 展開……単項式や多項式の積の形で書かれた式を和の形で表すこと。

● $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



* $(a+b)(c+d)$
 $= (a+b)M$ $\left\{ \begin{array}{l} c+d=M \text{とおく} \\ \text{分配法則} \end{array} \right.$
 $= aM + bM$
 $= a(c+d) + b(c+d)$ $\left\{ \begin{array}{l} M=c+d \text{にもどす} \\ \text{分配法則} \end{array} \right.$
 $= ac + ad + bc + bd$

例 ① $(x+1)(y+1)$
 $= x \times y + x \times 1 + 1 \times y + 1 \times 1$
 $= xy + x + y + 1$

③ $(x+y-1)(x+2y)$
 $= x(x+2y) + y(x+2y) - (x+2y)$
 $= x^2 + 2xy + xy + 2y^2 - x - 2y$
 $= x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 2y$

② $(a+2)(2a-5)$
 $= 2a^2 - 5a + 4a - 10$
 $= 2a^2 - a - 10$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{同類項をまとめる} \end{array} \right.$

④ $(a-2b)(3a+b+2)$
 $= a(3a+b+2) - 2b(3a+b+2)$
 $= 3a^2 + ab + 2a - 6ab - 2b^2 - 4b$
 $= 3a^2 - 5ab - 2b^2 + 2a - 4b$

確認問題 4 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(a+3)(b+2)$

□(2) $(x+y)(a-3)$

□(3) $(x-2)(y-5)$

*□(4) $(x+y)(x-8)$

□(5) $(x-7)(y+10)$

□(6) $(a-5)(-2b+3)$

*□(7) $(x+3)(x-8)$

□(8) $(a+3)(a+9)$

□(9) $(x-1)(x-2)$

*□(10) $(a-9)(a+8)$

□(11) $(5-b)(6-b)$

□(12) $(6+x)(x-11)$

*□(13) $(2x+3)(x+1)$

□(14) $(-x+4)(-3x-2)$

□(15) $(x+a)(x+b)$

*□(16) $(x+3)(3x-8)$

□(17) $(2a+5)(3a+1)$

□(18) $(2x-5y)(3x-y)$

*□(19) $(x^2+2x-1)(x-3)$

□(20) $(2a^2-a-3)(2a+1)$

□(21) $(3x-y+2)(x+2y)$

*□(22) $(2x+1)(x^2-x+3)$

□(23) $(a-3)(4a^2+2a+1)$

□(24) $(4a-5b)(2a+b-3)$

ポイント 5 乗法公式 I

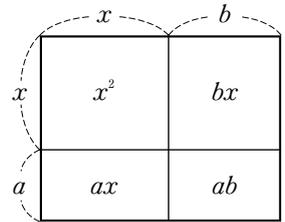
● $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

例 ① $(x+3)(x+6)$
 $= x^2 + (3+6)x + 3 \times 6$
 $= x^2 + 9x + 18$

③ $(x+3)(x-6)$
 $= x^2 + (3-6)x + 3 \times (-6)$
 $= x^2 - 3x - 18$

② $(x-3)(x-6)$
 $= x^2 + (-3-6)x + (-3) \times (-6)$
 $= x^2 - 9x + 18$

④ $(x-3)(x+6)$
 $= x^2 + (-3+6)x + (-3) \times 6$
 $= x^2 + 3x - 18$



確認問題 5 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(x+1)(x+2)$

□(2) $(x+2)(x+5)$

□(3) $(x+7)(x+1)$

*□(4) $(a+5)(a+3)$

□(5) $(y+3)(y+9)$

□(6) $(b+10)(b+6)$

*□(7) $(x-2)(x-1)$

□(8) $(x-5)(x-3)$

□(9) $(x-2)(x-7)$

*□(10) $(y-5)(y-8)$

□(11) $(a-9)(a-2)$

□(12) $(t-8)(t-10)$

*□(13) $(x-1)(x+6)$

□(14) $(x+3)(x-1)$

□(15) $(a-4)(a+6)$

*□(16) $(n+9)(n-2)$

□(17) $(x+8)(x-5)$

□(18) $(x+4)(x-9)$

*□(19) $(x+2)(x-7)$

□(20) $(a-6)(a+3)$

□(21) $(m+3)(m-10)$

ポイント 6 乗法公式 I の応用

例 ① $(2x-1)(2x+3)$
 $= (2x)^2 + (-1+3) \times 2x + (-1) \times 3$
 $= 4x^2 + 4x - 3$

② $(-x+4y)(-x-9y)$
 $= (-x)^2 + (4y-9y) \times (-x) + 4y \times (-9y)$
 $= x^2 + 5xy - 36y^2$

確認問題 6 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(2a+1)(2a+3)$

*□(2) $(3x-1)(3x-2)$

*□(3) $(2x+3)(2x-5)$

□(4) $(4a-1)(4a+3)$

□(5) $(3x+y)(3x+2y)$

□(6) $(2a+b)(2a-5b)$

□(7) $(-x+3)(-x+2)$

□(8) $(-a+6)(-a+3)$

□(9) $(-2x+y)(-2x+3y)$

ポイント 7 乗法公式Ⅱ

● $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

例 ① $(x + 4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $= x^2 + 8x + 16$

② $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$
 $= 4x^2 - 12xy + 9y^2$

確認問題 7 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(x + 1)^2$

□(2) $(a + 6)^2$

□(3) $(n + 10)^2$

*□(4) $(x + y)^2$

□(5) $(a + 3b)^2$

□(6) $(x + 6y)^2$

*□(7) $(x - 2)^2$

□(8) $(a - 8)^2$

□(9) $(p - 11)^2$

*□(10) $(x - 3y)^2$

□(11) $(a - 4b)^2$

□(12) $(x - 9y)^2$

*□(13) $(2a + 1)^2$

□(14) $(3x - 4)^2$

□(15) $(-x + 5)^2$

*□(16) $(3x + 2y)^2$

□(17) $(2a - 7b)^2$

□(18) $(-3x + y)^2$

ポイント 8 乗法公式Ⅲ

● $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

例 ① $(x + 5)(x - 5)$
 $= x^2 - 5^2$
 $= x^2 - 25$

② $(a - 4b)(a + 4b)$
 $= a^2 - (4b)^2$
 $= a^2 - 16b^2$

③ $(2x + 3y)(2x - 3y)$
 $= (2x)^2 - (3y)^2$
 $= 4x^2 - 9y^2$

確認問題 8 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(a + 3)(a - 3)$

□(2) $(x + 4)(x - 4)$

□(3) $(x - 7)(x + 7)$

*□(4) $(3a + 1)(3a - 1)$

□(5) $(2y - 9)(2y + 9)$

□(6) $(5x + 8)(5x - 8)$

*□(7) $(10 + x)(10 - x)$

□(8) $(6 - a)(6 + a)$

□(9) $(2 + p)(2 - p)$

*□(10) $(x + 2y)(x - 2y)$

□(11) $(3a - b)(3a + b)$

□(12) $(5x + 2y)(5x - 2y)$

練成問題

1 次の式を計算しなさい。

(⊕ポイント1・2)

*□(1) $2x(x^2 - 3x)$

*□(2) $(a - 5b) \times (-3ab)$

□(3) $3a(x + 2y - 1)$

*□(4) $\frac{3}{4}x(20a - 8b)$

□(5) $\left(\frac{x}{4} + \frac{3}{2}\right) \times 8x$

□(6) $\frac{xy}{6}(3x + 2y - 6)$

*□(7) $(2xy - 6y) \div 2y$

*□(8) $(6a^2 + 3ab) \div \left(-\frac{3}{2}a\right)$

□(9) $(10a^2 - 15ab + 20a) \div 5a$

2 次の式を計算しなさい。

(⊕ポイント3)

*□(1) $x(2x + 3) + 2x(3x - 4)$

□(2) $a(5a + 4) - 2a(a - 2)$

□(3) $3x(x - 4y) + 2x(3x + 5y)$

3 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント4)

*□(1) $(a - b)(c - d)$

□(2) $(a + 3)(b - 4)$

*□(3) $(x - 5)(3x - 2)$

□(4) $(x + y)(2x - 3y)$

*□(5) $(x^2 - 2x + 1)(x + 1)$

□(6) $(2a - 3b)(a + 2b - 4)$

4 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント5・6)

*□(1) $(x + 3)(x + 4)$

*□(2) $(a - 5)(a - 6)$

*□(3) $(x - 2)(x + 8)$

*□(4) $(a - 10)(a + 5)$

□(5) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

□(6) $\left(a + \frac{5}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)$

□(7) $(x + 2y)(x + 5y)$

*□(8) $(a - 3b)(a - b)$

□(9) $(a + 4b)(a - 8b)$

*□(10) $(4x + 3)(4x - 5)$

□(11) $(3x - y)(3x - 2y)$

□(12) $(5 + a)(5 + 2a)$

5 次の式を展開しなさい。

(⊕ポイント7・8)

*□(1) $(x + 9)^2$

*□(2) $(a - 3)^2$

□(3) $\left(a + \frac{3}{2}\right)^2$

*□(4) $(a - 5b)^2$

□(5) $(3x + 4)^2$

*□(6) $(2x + 3y)^2$

*□(7) $(x + 2)(x - 2)$

□(8) $(n - 6)(n + 6)$

□(9) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

□(10) $(a + 9)(9 - a)$

*□(11) $(2x + 5)(2x - 5)$

□(12) $(3x + 4y)(3x - 4y)$

ポイント 1 四則展開

例

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & (x+3)(x-5) - (x-1)^2 \\ & = (x^2 - 2x - 15) - (x^2 - 2x + 1) \\ & = x^2 - 2x - 15 - x^2 + 2x - 1 \\ & = -16 \end{aligned}$$

展開 *かっこはつけたままにする
かっこをはずす

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & (3x+10)(3x-10) - 2(x+5)(x-10) \\ & = (9x^2 - 100) - 2(x^2 - 5x - 50) \\ & = 9x^2 - 100 - 2x^2 + 10x + 100 \\ & = 7x^2 + 10x \end{aligned}$$

それぞれ展開
分配法則

確認問題 1 次の計算をなさい。

*□(1) $2(x+4)(x-8)$

□(2) $3(x-4)(x-3)$

*□(3) $-(x+11)(x-11)$

□(4) $-3(x-3)^2$

*□(5) $(x+4)(x-6) + x(x+3)$

□(6) $(x-5)(x-6) + x(x-8)$

*□(7) $x(x+9) + (x-1)(x+2)$

□(8) $x(9-x) + (x-3)^2$

*□(9) $(x+1)(x-3) + (x+4)(x+2)$

□(10) $(x-7)(x+7) + (x-5)(x-1)$

*□(11) $(5a+3)^2 + (5a-3)^2$

□(12) $(x-6)(x+2) + (5+2x)(5-2x)$

*□(13) $(x+8)(x-8) - x(x+9)$

□(14) $(2x+1)^2 - 2x(2x-3)$

*□(15) $x(x+4) - (x+5)(x-5)$

□(16) $-x(6-2x) - (x-3)^2$

*□(17) $(a-8)^2 - (a+8)(a-8)$

□(18) $(x+6)(x-10) - (x-2)^2$

*□(19) $(2x+5)^2 - (2x-5)^2$

□(20) $(a+9)(a-9) - (5+a)(5-a)$

*□(21) $(x+4)^2 + 2(x+1)(x-1)$

□(22) $(a+1)(a-2) + 3(2a-1)^2$

*□(23) $(n+1)(n+2) - 5(2+n)(2-n)$

□(24) $-(x-2)(x-5) + 2(x+1)(x+5)$

□(25) $(2a-5b)^2 - 3(a+4b)(a-4b)$

□(26) $(x-2y)(x+y) - 2(y-x)(y-2x)$

□(27) $-2(3a+2b)(3a-2b) + 3(2a-3b)^2$

□(28) $-2(3x-y)^2 - (x+3y)^2$

ポイント 2 置き換えによる式の展開 I

例

① $(x+y)(x+y-2)$
 $= M(M-2)$
 $= M^2 - 2M$
 $= (x+y)^2 - 2(x+y)$
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y$

← $x+y=M$ とおく
 ← 分配法則 $a(b+c)=ab+ac$
 ← $M=x+y$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $(a+b+2)^2$
 $= (M+2)^2$
 $= M^2 + 4M + 4$
 $= (a+b)^2 + 4(a+b) + 4$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 4a + 4b + 4$

← $a+b=M$ とおく
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 ← $M=a+b$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ $(a+b+1)(a+b+2)$
 $= (M+1)(M+2)$
 $= M^2 + 3M + 2$
 $= (a+b)^2 + 3(a+b) + 2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b + 2$

← $a+b=M$ とおく
 ← 乗法公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
 ← $M=a+b$ にもどす
 ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

確認問題 2 次の式を展開しなさい。

- *□(1) $(a-b)(a-b+3)$ □(2) $(2x+y)(2x+y-4)$
- *□(3) $(3a+b+2)(b+2)$ □(4) $(x-4y)(x-4y-2z)$
- *□(5) $(x+y+1)^2$ □(6) $(a+b+3)^2$
- (7) $(2x-y+3)^2$ □(8) $(3a-2b+c)^2$
- *□(9) $(a+2b-1)^2$ □(10) $(x-4y-3)^2$
- (11) $(3x-y-5)^2$ □(12) $(2a-b-2c)^2$
- *□(13) $(a+b+2)(a+b+5)$ □(14) $(x+3y-4)(x+3y-1)$
- *□(15) $(a-b+4)(a-b-3)$ □(16) $(x-2y-5)(x-2y+1)$
- (17) $(3x-4y+1)(3x-4y+2)$ □(18) $(2a+b-6)(2a+b+3)$
- (19) $(a+3b+2c)(a+3b-c)$ □(20) $(2x+3y-4z)(2x+3y+z)$

ポイント 3 置き換えによる式の展開 II

例

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & (x+3y-5)(x+3y+5) \\ &= (M-5)(M+5) \\ &= M^2-25 \\ &= (x+3y)^2-25 \\ &= x^2+6xy+9y^2-25 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \leftarrow x+3y=M \text{ とおく} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \\ \leftarrow M=x+3y \text{ にもどす} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \end{array} \right\}$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & (a-b-2)(a+b+2) \\ &= \{a-(b+2)\}\{a+(b+2)\} \\ &= (a-M)(a+M) \\ &= a^2-M^2 \\ &= a^2-(b+2)^2 \\ &= a^2-(b^2+4b+4) \\ &= a^2-b^2-4b-4 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{置き換えができるようにまとめる} \\ \leftarrow b+2=M \text{ とおく} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \\ \leftarrow M=b+2 \text{ にもどす} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \end{array} \right\}$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & (a+2b+1)(a+b+1) \\ &= \{(a+1)+2b\}\{(a+1)+b\} \\ &= (M+2b)(M+b) \\ &= M^2+3bM+2b^2 \\ &= (a+1)^2+3b(a+1)+2b^2 \\ &= a^2+2a+1+3ab+3b+2b^2 \\ &= a^2+3ab+2b^2+2a+3b+1 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{置き換えができるようにまとめる} \\ \leftarrow a+1=M \text{ とおく} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab \\ \leftarrow M=a+1 \text{ にもどす} \\ \leftarrow \text{乗法公式 } (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \end{array} \right\}$

* 答えを書くときは、2次の項→1次の項→数の項の順に書くことが多い。

確認問題 3 次の式を展開しなさい。

*□(1) $(x+y+1)(x+y-1)$

□(2) $(a+2b-3)(a+2b+3)$

*□(3) $(2x+y+7)(2x+y-7)$

□(4) $(3a-2b-1)(3a-2b+1)$

□(5) $(a+2b+3)(a-2b+3)$

□(6) $(2x-5y-1)(2x+5y-1)$

*□(7) $(a+b+c)(a-b-c)$

□(8) $(3x+4y-z)(3x-4y+z)$

*□(9) $(4x-y+2)(4x+y-2)$

□(10) $(2a+3b-4c)(2a-3b+4c)$

*□(11) $(a-b+4)(a-2b+4)$

□(12) $(x-5y-2)(x+3y-2)$

□(13) $(a+b-c)(a+2b-c)$

□(14) $(3x-y+2z)(3x+4y+2z)$

□(15) $(x+3y+1)(2x+3y+1)$

□(16) $(2a+b-1)(3a+b-1)$

ポイント 4 式の展開の利用 I

例

① $x = \frac{2}{3}$, $y = 2$ のとき, $(5xy - 15x^2) \div 5x$

の値

$$\rightarrow (5xy - 15x^2) \div 5x = y - 3x$$

これに $x = \frac{2}{3}$, $y = 2$ を代入

$$\rightarrow 2 - 3 \times \frac{2}{3} = 0$$

② $x = \frac{4}{15}$, $y = 5$ のとき, $(3x - y)^2 - (3x + y)(3x - y)$

の値

$$\rightarrow (3x - y)^2 - (3x + y)(3x - y)$$

$$= (9x^2 - 6xy + y^2) - (9x^2 - y^2)$$

$$= -6xy + 2y^2$$

これに $x = \frac{4}{15}$, $y = 5$ を代入

$$\rightarrow -6 \times \frac{4}{15} \times 5 + 2 \times 5^2 = 42$$

③ $x + y = -3$, $xy = -9$ のとき, $x^2 + y^2$ の値

$$\rightarrow (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{ より,}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

これに $x + y = -3$, $xy = -9$ を代入

$$\rightarrow (-3)^2 - 2 \times (-9) = 27$$

④ $x - y = 2$, $xy = 4$ のとき, $x^2 + xy + y^2$ の値

$$\rightarrow (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \text{ より,}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy \text{ であるから,}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x - y)^2 + 3xy$$

これに $x - y = 2$, $xy = 4$ を代入

$$\rightarrow 2^2 + 3 \times 4 = 16$$

確認問題 4 次の問いに答えなさい。

*□(1) $a = 3$ のとき, $(8a^2 + 20a) \div 4a$ の値を求めなさい。

□(2) $a = -2$, $b = 5$ のとき, $(ab^3 - 3a^2b) \div ab$ の値を求めなさい。

*□(3) $a = \frac{1}{2}$ のとき, $(a + 2)^2 - (a + 1)(a - 1)$ の値を求めなさい。

*□(4) $x = 4$, $y = \frac{2}{3}$ のとき, $(x - y)(x + 4y) - (x + 2y)(x - 2y)$ の値を求めなさい。

□(5) $a = \frac{1}{9}$, $b = -\frac{3}{16}$ のとき, $(3a + 4b)^2 - 8b(3a + 2b)$ の値を求めなさい。

*□(6) $a + b = 5$, $ab = -2$ のとき, $a^2 + b^2$ の値を求めなさい。

□(7) $x + y = -7$, $xy = 5$ のとき, $x^2 + 3xy + y^2$ の値を求めなさい。

*□(8) $x - y = 5$, $xy = -3$ のとき, $x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

□(9) $a - b = 4$, $ab = 6$ のとき, $a^2 + ab + b^2$ の値を求めなさい。

ポイント 5 式の展開の利用 II

● 数の計算への利用

例

① 51^2

$$= (50 + 1)^2$$

$$= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a+b)^2 \\ = a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

$$= 2500 + 100 + 1$$

$$= 2601$$

② 52×48

$$= (50 + 2)(50 - 2)$$

$$= 50^2 - 2^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a+b)(a-b) \\ = a^2 - b^2 \end{array}$$

$$= 2500 - 4$$

$$= 2496$$

● 整数の性質の証明

例題 連続する2つの偶数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、4の倍数であることを証明しなさい。

証明 小さい方の偶数を $2n$ (n は整数) とすると、大きい方は $2n+2$ と表せるから、この2つの偶数の平方の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 = 8n + 4 = 4(2n+1)$$

ここで、 $2n+1$ は整数であるから、 $4(2n+1)$ は $4 \times (\text{整数})$ となり、4の倍数である。

以上より、連続する2つの偶数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、4の倍数である。 **終**

確認問題 5 次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を、くふうして計算しなさい。

* ① 31^2

② 48^2

③ 105^2

* ④ 41×39

⑤ 103×97

⑥ 1990×2010

* (2) 連続する2つの整数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、その2つの整数の和に等しいことを、次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明：連続する2つの整数のうち、小さい方の整数を n とすると、大きい方の整数は ① と表せる

から、2つの整数の平方の差は、 $(\text{①})^2 - n^2 = \text{②}$

2つの整数の和は、 $n + (\text{①}) = \text{②}$

よって、連続する2つの整数について、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は、その2つの整数の和に等しい。 **終**

(3) 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、その間にある偶数の平方になることを、次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明： n を整数とし、小さい方の奇数を $2n-1$ とすると、大きい方の奇数は ① と表せるので、2つの奇数の積に1を加えた数は、

$$(2n-1)(\text{①}) + 1 = \text{②}$$

一方、この2つの奇数の間にある偶数は ③ で、その平方は、

$$(\text{③})^2 = \text{②}$$

よって、連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、その間にある偶数の平方になる。 **終**