数学 Vol.3 Contents

1 式の展開

ポイント 1 多項式 × 単項式

● **多項式 × 単項式の計算**……分配法則を使って，単項式を多項式のすべての項にかける。

分配法則　$a(b+c)=ab+ac$　　$(a+b)c=ac+bc$

例　① $-2x(x-3y)$
$=-2x\times x-2x\times(-3y)$
$=-2x^2+6xy$

② $(4a-5b)\times(-ab)$
$=4a\times(-ab)-5b\times(-ab)$
$=-4a^2b+5ab^2$

確認問題 1 次の式を計算しなさい。

※□(1) $2x(3y+5)$　□(2) $4a(2a+3b)$　□(3) $3x(5a-2b)$

※□(4) $ab(2a-3b)$　□(5) $x^2(x+3y)$　□(6) $2ab(-5a+4b)$

※□(7) $-a(2a+b)$　□(8) $-2a(3x-4y)$　□(9) $-3xy(x+2y)$

※□(10) $(4x-2y)\times a$　□(11) $(3ab+b)\times 4a$　□(12) $(6x-2y)\times 2x^2$

※□(13) $(x-5y)\times(-2y)$　□(14) $(2x^2+y)\times(-3x)$　□(15) $(4ab+5a)\times(-4b)$

※□(16) $\frac{1}{3}x(12x+9y)$　□(17) $-\frac{3}{2}a(8a-2b)$　□(18) $(5xy-10y)\times\frac{3x}{5}$

※□(19) $4a\left(\frac{a}{2}+\frac{3}{4}\right)$　□(20) $-10x\left(\frac{2}{5}x-\frac{y}{2}\right)$　□(21) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{9}b\right)\times 18ab$

※□(22) $a(2a+b-3)$　□(23) $3x(-x-2y+1)$　□(24) $(3x^2-2x+4)\times(-2x)$

ポイント 2 多項式 ÷ 単項式

● **多項式 ÷ 単項式の計算**……$(a+b)\div c=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$

$$(a+b)\div\frac{c}{d}=(a+b)\times\frac{d}{c}$$

例　① $(4x^2+2x)\div 2x$
$=\frac{4x^2}{2x}+\frac{2x}{2x}$
$=2x+1$

＊ $\frac{2x}{2x}=1$

② $(9ab-3b)\div\frac{3}{4}b$　　$\frac{3}{4}b=\frac{3b}{4}$
$=(9ab-3b)\times\frac{4}{3b}$
$=\frac{9ab\times 4}{3b}-\frac{3b\times 4}{3b}$
$=12a-4$

確認問題 2　次の式を計算しなさい。

※□(1)　$(6a^2+4a)\div 2a$　　□(2)　$(3xy-9y)\div(-3y)$　　□(3)　$(5x^2-10x)\div(-5x)$

※□(4)　$(6ax+9ay)\div 3a$　　□(5)　$(2x^2-3xy)\div(-6x)$　　□(6)　$(16a^3-12a^2)\div 4a^2$

※□(7)　$(3x^2y+2xy^2)\div(-xy)$　　□(8)　$(9ab^2+3ab)\div 3ab$　　□(9)　$(4xy^2-6y^2)\div(-2y^2)$

※□(10)　$(6a^3b+3ab^3)\div 6ab$　　□(11)　$(12xy-8xy^2)\div(-4xy)$　　□(12)　$(x^2y^2-4xy^2)\div 2xy^2$

※□(13)　$(x-3xy)\div\dfrac{1}{3}x$　　□(14)　$(-ab+2b)\div\left(-\dfrac{1}{2}b\right)$　　□(15)　$(6a^2+12a)\div\dfrac{3}{4}a$

ポイント 3　多項式の四則計算

例

① $3x(x+2)+2x(x-1)$
$=3x\times x+3x\times 2+2x\times x-2x\times 1$
$=3x^2+6x+2x^2-2x$
$=5x^2+4x$

② $2a(4a-b)-3a(a-2b)$
$=2a\times 4a-2a\times b-3a\times a-3a\times(-2b)$
$=8a^2-2ab-3a^2+6ab$
$=5a^2+4ab$

確認問題 3　次の式を計算しなさい。

※□(1)　$a(3a+2)+4a$　　□(2)　$3x(x+4)-2x^2$

※□(3)　$2a(a-4)+3a^2+7a$　　□(4)　$4x(x-2y)-3x^2+5xy$

※□(5)　$a(4a-5)+3a(2a+4)$　　□(6)　$4x(x+2)+3x(x-1)$

※□(7)　$2a(4a-3)-3a(3a+1)$　　□(8)　$3x(x-7)-5x(x-4)$

※□(9)　$4a(a+b)+2a(3a-7b)$　　□(10)　$2x(3x-5y)+4x(-x+2y)$

※□(11)　$2b(5a-3b)-4b(a-b)$　　□(12)　$-m(m-4n)-3m(2m+3n)$

※□(13)　$2a(x+2y)+a(5x-2y)$　　□(14)　$4x(2a+b)-2x(a+5b)$

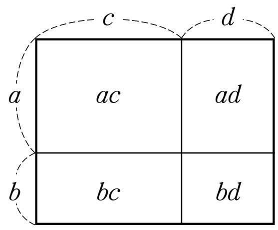
※□(15)　$3x(x+2)+4(2x+1)$　　□(16)　$a(3a+2b)+2b(a+4b)$

※□(17)　$3x(x-4y)-4y(2x+y)$　　□(18)　$3x(x-2y)+2y(y+3x)$

ポイント 4　多項式 × 多項式

● **展開**……単項式や多項式の積の形で書かれた式を和の形で表すこと。

● $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})=\overset{\text{①}}{\boldsymbol{ac}}+\overset{\text{②}}{\boldsymbol{ad}}+\overset{\text{③}}{\boldsymbol{bc}}+\overset{\text{④}}{\boldsymbol{bd}}$



＊　$(a+b)(c+d)$

$=(a+b)M$　　$c+d=M$ とおく

$=aM+bM$　　分配法則

$=a(c+d)+b(c+d)$　　$M=c+d$ にもどす

$=ac+ad+bc+bd$　　分配法則

例

①　$(x+1)(y+1)$

$=x\times y+x\times 1+1\times y+1\times 1$

$=xy+x+y+1$

②　$(a+2)(2a-5)$

$=2a^2-5a+4a-10$　　同類項をまとめる

$=2a^2-a-10$

③　$(x+y-1)(x+2y)$

$=x(x+2y)+y(x+2y)-(x+2y)$

$=x^2+2xy+xy+2y^2-x-2y$

$=x^2+3xy+2y^2-x-2y$

④　$(a-2b)(3a+b+2)$

$=a(3a+b+2)-2b(3a+b+2)$

$=3a^2+ab+2a-6ab-2b^2-4b$

$=3a^2-5ab-2b^2+2a-4b$

確認問題 4　次の式を展開しなさい。

※□(1)　$(a+3)(b+2)$

□(2)　$(x+y)(a-3)$

□(3)　$(x-2)(y-5)$

※□(4)　$(x+y)(x-8)$

□(5)　$(x-7)(y+10)$

□(6)　$(a-5)(-2b+3)$

※□(7)　$(x+3)(x-8)$

□(8)　$(a+3)(a+9)$

□(9)　$(x-1)(x-2)$

※□(10)　$(a-9)(a+8)$

□(11)　$(5-b)(6-b)$

□(12)　$(6+x)(x-11)$

※□(13)　$(2x+3)(x+1)$

□(14)　$(-x+4)(-3x-2)$

□(15)　$(x+a)(x+b)$

※□(16)　$(x+3)(3x-8)$

□(17)　$(2a+5)(3a+1)$

□(18)　$(2x-5y)(3x-y)$

※□(19)　$(x^2+2x-1)(x-3)$

□(20)　$(2a^2-a-3)(2a+1)$

□(21)　$(3x-y+2)(x+2y)$

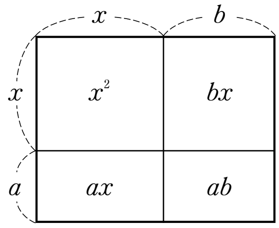
※□(22)　$(2x+1)(x^2-x+3)$

□(23)　$(a-3)(4a^2+2a+1)$

□(24)　$(4a-5b)(2a+b-3)$

ポイント 5　乗法公式 I

● $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$



例　① $(x+3)(x+6)$
$=x^2+(3+6)x+3\times6$
$=x^2+9x+18$

② $(x-3)(x-6)$
$=x^2+(-3-6)x+(-3)\times(-6)$
$=x^2-9x+18$

③ $(x+3)(x-6)$
$=x^2+(3-6)x+3\times(-6)$
$=x^2-3x-18$

④ $(x-3)(x+6)$
$=x^2+(-3+6)x+(-3)\times6$
$=x^2+3x-18$

確認問題 5　次の式を展開しなさい。

※□(1) $(x+1)(x+2)$　□(2) $(x+2)(x+5)$　□(3) $(x+7)(x+1)$

※□(4) $(a+5)(a+3)$　□(5) $(y+3)(y+9)$　□(6) $(b+10)(b+6)$

※□(7) $(x-2)(x-1)$　□(8) $(x-5)(x-3)$　□(9) $(x-2)(x-7)$

※□(10) $(y-5)(y-8)$　□(11) $(a-9)(a-2)$　□(12) $(t-8)(t-10)$

※□(13) $(x-1)(x+6)$　□(14) $(x+3)(x-1)$　□(15) $(a-4)(a+6)$

※□(16) $(n+9)(n-2)$　□(17) $(x+8)(x-5)$　□(18) $(x+4)(x-9)$

※□(19) $(x+2)(x-7)$　□(20) $(a-6)(a+3)$　□(21) $(m+3)(m-10)$

ポイント 6　乗法公式 I の応用

例　① $(2x-1)(2x+3)$
$=(2x)^2+(-1+3)\times2x+(-1)\times3$
$=4x^2+4x-3$

② $(-x+4y)(-x-9y)$
$=(-x)^2+(4y-9y)\times(-x)+4y\times(-9y)$
$=x^2+5xy-36y^2$

確認問題 6　次の式を展開しなさい。

※□(1) $(2a+1)(2a+3)$　※□(2) $(3x-1)(3x-2)$　※□(3) $(2x+3)(2x-5)$

□(4) $(4a-1)(4a+3)$　□(5) $(3x+y)(3x+2y)$　□(6) $(2a+b)(2a-5b)$

□(7) $(-x+3)(-x+2)$　□(8) $(-a+6)(-a+3)$　□(9) $(-2x+y)(-2x+3y)$

ポイント7 乗法公式Ⅱ

● $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

例 ① $(x+4)^2=x^2+2\times x\times 4+4^2$
$=x^2+8x+16$

② $(2x-3y)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2$
$=4x^2-12xy+9y^2$

確認問題7 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(x+1)^2$ □(2) $(a+6)^2$ □(3) $(n+10)^2$

※□(4) $(x+y)^2$ □(5) $(a+3b)^2$ □(6) $(x+6y)^2$

※□(7) $(x-2)^2$ □(8) $(a-8)^2$ □(9) $(p-11)^2$

※□(10) $(x-3y)^2$ □(11) $(a-4b)^2$ □(12) $(x-9y)^2$

※□(13) $(2a+1)^2$ □(14) $(3x-4)^2$ □(15) $(-x+5)^2$

※□(16) $(3x+2y)^2$ □(17) $(2a-7b)^2$ □(18) $(-3x+y)^2$

ポイント8 乗法公式Ⅲ

● $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$

例 ① $(x+5)(x-5)$
$=x^2-5^2$
$=x^2-25$

② $(a-4b)(a+4b)$
$=a^2-(4b)^2$
$=a^2-16b^2$

③ $(2x+3y)(2x-3y)$
$=(2x)^2-(3y)^2$
$=4x^2-9y^2$

確認問題8 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(a+3)(a-3)$ □(2) $(x+4)(x-4)$ □(3) $(x-7)(x+7)$

※□(4) $(3a+1)(3a-1)$ □(5) $(2y-9)(2y+9)$ □(6) $(5x+8)(5x-8)$

※□(7) $(10+x)(10-x)$ □(8) $(6-a)(6+a)$ □(9) $(2+p)(2-p)$

※□(10) $(x+2y)(x-2y)$ □(11) $(3a-b)(3a+b)$ □(12) $(5x+2y)(5x-2y)$

練成問題

1 次の式を計算しなさい。 **(➔ポイント1・2)**

✽□(1) $2x(x^2-3x)$　✽□(2) $(a-5b)\times(-3ab)$　□(3) $3a(x+2y-1)$

✽□(4) $\frac{3}{4}x(20a-8b)$　□(5) $\left(\frac{x}{4}+\frac{3}{2}\right)\times 8x$　□(6) $\frac{xy}{6}(3x+2y-6)$

✽□(7) $(2xy-6y)\div 2y$　✽□(8) $(6a^2+3ab)\div\left(-\frac{3}{2}a\right)$　□(9) $(10a^2-15ab+20a)\div 5a$

2 次の式を計算しなさい。 **(➔ポイント3)**

✽□(1) $x(2x+3)+2x(3x-4)$　□(2) $a(5a+4)-2a(a-2)$　□(3) $3x(x-4y)+2x(3x+5y)$

3 次の式を展開しなさい。 **(➔ポイント4)**

✽□(1) $(a-b)(c-d)$　□(2) $(a+3)(b-4)$　✽□(3) $(x-5)(3x-2)$

□(4) $(x+y)(2x-3y)$　✽□(5) $(x^2-2x+1)(x+1)$　□(6) $(2a-3b)(a+2b-4)$

4 次の式を展開しなさい。 **(➔ポイント5・6)**

✽□(1) $(x+3)(x+4)$　✽□(2) $(a-5)(a-6)$　✽□(3) $(x-2)(x+8)$

✽□(4) $(a-10)(a+5)$　□(5) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$　□(6) $\left(a+\frac{5}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)$

□(7) $(x+2y)(x+5y)$　✽□(8) $(a-3b)(a-b)$　□(9) $(a+4b)(a-8b)$

✽□(10) $(4x+3)(4x-5)$　□(11) $(3x-y)(3x-2y)$　□(12) $(5+a)(5+2a)$

5 次の式を展開しなさい。 **(➔ポイント7・8)**

✽□(1) $(x+9)^2$　✽□(2) $(a-3)^2$　□(3) $\left(a+\frac{3}{2}\right)^2$

✽□(4) $(a-5b)^2$　□(5) $(3x+4)^2$　✽□(6) $(2x+3y)^2$

✽□(7) $(x+2)(x-2)$　□(8) $(n-6)(n+6)$　□(9) $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$

□(10) $(a+9)(9-a)$　✽□(11) $(2x+5)(2x-5)$　□(12) $(3x+4y)(3x-4y)$

2 式の展開の利用

ポイント 1 四則展開

例 ① $(x+3)(x-5)-(x-1)^2$

$=(x^2-2x-15)-(x^2-2x+1)$ 展開　＊かっこはつけたままにする

$=x^2-2x-15-x^2+2x-1$ かっこをはずす

$=-16$

② $(3x+10)(3x-10)-2(x+5)(x-10)$

$=(9x^2-100)-2(x^2-5x-50)$ それぞれ展開

$=9x^2-100-2x^2+10x+100$ 分配法則

$=7x^2+10x$

確認問題 1 次の計算をしなさい。

※□(1) $2(x+4)(x-8)$　　□(2) $3(x-4)(x-3)$

※□(3) $-(x+11)(x-11)$　　□(4) $-3(x-3)^2$

※□(5) $(x+4)(x-6)+x(x+3)$　　□(6) $(x-5)(x-6)+x(x-8)$

※□(7) $x(x+9)+(x-1)(x+2)$　　□(8) $x(9-x)+(x-3)^2$

※□(9) $(x+1)(x-3)+(x+4)(x+2)$　　□(10) $(x-7)(x+7)+(x-5)(x-1)$

※□(11) $(5a+3)^2+(5a-3)^2$　　□(12) $(x-6)(x+2)+(5+2x)(5-2x)$

※□(13) $(x+8)(x-8)-x(x+9)$　　□(14) $(2x+1)^2-2x(2x-3)$

※□(15) $x(x+4)-(x+5)(x-5)$　　□(16) $-x(6-2x)-(x-3)^2$

※□(17) $(a-8)^2-(a+8)(a-8)$　　□(18) $(x+6)(x-10)-(x-2)^2$

※□(19) $(2x+5)^2-(2x-5)^2$　　□(20) $(a+9)(a-9)-(5+a)(5-a)$

※□(21) $(x+4)^2+2(x+1)(x-1)$　　□(22) $(a+1)(a-2)+3(2a-1)^2$

※□(23) $(n+1)(n+2)-5(2+n)(2-n)$　　□(24) $-(x-2)(x-5)+2(x+1)(x+5)$

□(25) $(2a-5b)^2-3(a+4b)(a-4b)$　　□(26) $(x-2y)(x+y)-2(y-x)(y-2x)$

□(27) $-2(3a+2b)(3a-2b)+3(2a-3b)^2$　　□(28) $-2(3x-y)^2-(x+3y)^2$

ポイント 2 置き換えによる式の展開 I

例 ① $(x+y)(x+y-2)$

$=M(M-2)$ ← $x+y=M$とおく

$=M^2-2M$ ← 分配法則 $a(b+c)=ab+ac$

$=(x+y)^2-2(x+y)$ ← $M=x+y$にもどす

$=x^2+2xy+y^2-2x-2y$ ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $(a+b+2)^2$

$=(M+2)^2$ ← $a+b=M$とおく

$=M^2+4M+4$ ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2+4(a+b)+4$ ← $M=a+b$にもどす

$=a^2+2ab+b^2+4a+4b+4$ ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ $(a+b+1)(a+b+2)$

$=(M+1)(M+2)$ ← $a+b=M$とおく

$=M^2+3M+2$ ← 乗法公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=(a+b)^2+3(a+b)+2$ ← $M=a+b$にもどす

$=a^2+2ab+b^2+3a+3b+2$ ← 乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

確認問題 2 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(a-b)(a-b+3)$

□(2) $(2x+y)(2x+y-4)$

※□(3) $(3a+b+2)(b+2)$

□(4) $(x-4y)(x-4y-2z)$

※□(5) $(x+y+1)^2$

□(6) $(a+b+3)^2$

□(7) $(2x-y+3)^2$

□(8) $(3a-2b+c)^2$

※□(9) $(a+2b-1)^2$

□(10) $(x-4y-3)^2$

□(11) $(3x-y-5)^2$

□(12) $(2a-b-2c)^2$

※□(13) $(a+b+2)(a+b+5)$

□(14) $(x+3y-4)(x+3y-1)$

※□(15) $(a-b+4)(a-b-3)$

□(16) $(x-2y-5)(x-2y+1)$

□(17) $(3x-4y+1)(3x-4y+2)$

□(18) $(2a+b-6)(2a+b+3)$

□(19) $(a+3b+2c)(a+3b-c)$

□(20) $(2x+3y-4z)(2x+3y+z)$

ポイント 3　置き換えによる式の展開Ⅱ

例　① $(x+3y-5)(x+3y+5)$

　　$x+3y=M$ とおく

$=(M-5)(M+5)$

　　乗法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=M^2-25$

　　$M=x+3y$ にもどす

$=(x+3y)^2-25$

　　乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$=x^2+6xy+9y^2-25$

② $(a-b-2)(a+b+2)$

　　置き換えができるようにまとめる

$=\{a-(b+2)\}\{a+(b+2)\}$

　　$b+2=M$ とおく

$=(a-M)(a+M)$

　　乗法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=a^2-M^2$

　　$M=b+2$ にもどす

$=a^2-(b+2)^2$

　　乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$=a^2-(b^2+4b+4)$

$=a^2-b^2-4b-4$

③ $(a+2b+1)(a+b+1)$

　　置き換えができるようにまとめる

$=\{(a+1)+2b\}\{(a+1)+b\}$

　　$a+1=M$ とおく

$=(M+2b)(M+b)$

　　乗法公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=M^2+3bM+2b^2$

　　$M=a+1$ にもどす

$=(a+1)^2+3b(a+1)+2b^2$

　　乗法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$=a^2+2a+1+3ab+3b+2b^2$

$=a^2+3ab+2b^2+2a+3b+1$

＊答えを書くときは，２次の項→１次の項→数の項の順に書くことが多い。

確認問題 3　次の式を展開しなさい。

※□(1)　$(x+y+1)(x+y-1)$

□(2)　$(a+2b-3)(a+2b+3)$

※□(3)　$(2x+y+7)(2x+y-7)$

□(4)　$(3a-2b-1)(3a-2b+1)$

□(5)　$(a+2b+3)(a-2b+3)$

□(6)　$(2x-5y-1)(2x+5y-1)$

※□(7)　$(a+b+c)(a-b-c)$

□(8)　$(3x+4y-z)(3x-4y+z)$

※□(9)　$(4x-y+2)(4x+y-2)$

□(10)　$(2a+3b-4c)(2a-3b+4c)$

※□(11)　$(a-b+4)(a-2b+4)$

□(12)　$(x-5y-2)(x+3y-2)$

□(13)　$(a+b-c)(a+2b-c)$

□(14)　$(3x-y+2z)(3x+4y+2z)$

□(15)　$(x+3y+1)(2x+3y+1)$

□(16)　$(2a+b-1)(3a+b-1)$

ポイント 4 式の展開の利用 I

例

① $x=\dfrac{2}{3}$，$y=2$ のとき，$(5xy-15x^2)\div 5x$ の値

→ $(5xy-15x^2)\div 5x=y-3x$

　これに $x=\dfrac{2}{3}$，$y=2$ を代入

→ $2-3\times\dfrac{2}{3}=0$

② $x=\dfrac{4}{15}$，$y=5$ のとき，$(3x-y)^2-(3x+y)(3x-y)$ の値

→ $(3x-y)^2-(3x+y)(3x-y)$

$=(9x^2-6xy+y^2)-(9x^2-y^2)$

$=-6xy+2y^2$

　これに $x=\dfrac{4}{15}$，$y=5$ を代入

→ $-6\times\dfrac{4}{15}\times 5+2\times 5^2=42$

③ $x+y=-3$，$xy=-9$ のとき，x^2+y^2 の値

→ $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ より，

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

　これに $x+y=-3$，$xy=-9$ を代入

→ $(-3)^2-2\times(-9)=27$

④ $x-y=2$，$xy=4$ のとき，x^2+xy+y^2 の値

→ $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$ より，

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$ であるから，

$x^2+xy+y^2=(x-y)^2+3xy$

　これに $x-y=2$，$xy=4$ を代入

→ $2^2+3\times 4=16$

確認問題 4 次の問いに答えなさい。

※□(1) $a=3$ のとき，$(8a^2+20a)\div 4a$ の値を求めなさい。

□(2) $a=-2$，$b=5$ のとき，$(ab^3-3a^2b)\div ab$ の値を求めなさい。

※□(3) $a=\dfrac{1}{2}$ のとき，$(a+2)^2-(a+1)(a-1)$ の値を求めなさい。

※□(4) $x=4$，$y=\dfrac{2}{3}$ のとき，$(x-y)(x+4y)-(x+2y)(x-2y)$ の値を求めなさい。

□(5) $a=\dfrac{1}{9}$，$b=-\dfrac{3}{16}$ のとき，$(3a+4b)^2-8b(3a+2b)$ の値を求めなさい。

※□(6) $a+b=5$，$ab=-2$ のとき，a^2+b^2 の値を求めなさい。

□(7) $x+y=-7$，$xy=5$ のとき，$x^2+3xy+y^2$ の値を求めなさい。

※□(8) $x-y=5$，$xy=-3$ のとき，x^2+y^2 の値を求めなさい。

□(9) $a-b=4$，$ab=6$ のとき，a^2+ab+b^2 の値を求めなさい。

ポイント 5 式の展開の利用Ⅱ

● **数の計算への利用**

例 ① 51^2

$=(50+1)^2$

$=50^2+2\times50\times1+1^2$ ← $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$=2500+100+1$

$=2601$

② 52×48

$=(50+2)(50-2)$

$=50^2-2^2$ ← $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=2500-4$

$=2496$

● **整数の性質の証明**

例題 連続する 2 つの偶数について，大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は，4 の倍数であることを証明しなさい。

証明 小さい方の偶数を $2n$（n は整数）とすると，大きい方は $2n+2$ と表せるから，この 2 つの偶数の平方の差は，

$$(2n+2)^2-(2n)^2=4n^2+8n+4-4n^2=8n+4=4(2n+1)$$

ここで，$2n+1$ は整数であるから，$4(2n+1)$ は $4\times$(整数) となり，4 の倍数である。

以上より，連続する 2 つの偶数について，大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は，4 の倍数である。終

確認問題 5 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の式を，くふうして計算しなさい。

※□① 31^2 □② 48^2 □③ 105^2

※□④ 41×39 □⑤ 103×97 □⑥ 1990×2010

※□(2) 連続する 2 つの整数について，大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は，その 2 つの整数の和に等しいことを，次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明：連続する 2 つの整数のうち，小さい方の整数を n とすると，大きい方の整数は ＿①＿ と表せるから，2 つの整数の平方の差は，(＿①＿)$^2-n^2=$ ＿②＿

2 つの整数の和は， $n+($ ＿①＿ $)=$ ＿②＿

よって，連続する 2 つの整数について，大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差は，その 2 つの整数の和に等しい。終

□(3) 連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，その間にある偶数の平方になることを，次のように証明した。空欄にあてはまる式を答えなさい。

証明：n を整数とし，小さい方の奇数を $2n-1$ とすると，大きい方の奇数は ＿①＿ と表せるので，2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，

$(2n-1)($ ＿①＿ $)+1=$ ＿②＿

一方，この 2 つの奇数の間にある偶数は ＿③＿ で，その平方は，

(＿③＿)$^2=$ ＿②＿

よって，連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，その間にある偶数の平方になる。終