

前学年までの復習

1 正負の数・文字式	4
2 方程式	5
3 関数	6
4 図形	8
5 資料の整理, データの分布, 確率	10

式の計算

1 式の展開	
ポイント① 多項式の計算	12
ポイント② 乗法公式	14
練成問題	16
確認テスト	17
2 式の展開の利用	
ポイント① 乗法公式の利用①	18
ポイント② 乗法公式の利用②	20
ポイント③ 数の計算への利用	22
ポイント④ 証明への利用	24
練成問題	26
確認テスト	27
3 因数分解	
ポイント① 因数分解 I	28
ポイント② 因数分解 II	30
練成問題	32
確認テスト	33
4 因数分解の利用	
ポイント① 因数分解の工夫	34
ポイント② 置き換えによる展開・因数分解	36
ポイント③ 数の計算, 証明への利用	38
練成問題	40
確認テスト	41
5 式の計算のまとめ	42

平方根

6 平方根	
ポイント① 平方根の意味と表し方	44
ポイント② 平方根の大小	46
ポイント③ 有理数と無理数	48
ポイント④ 近似値と誤差	50
練成問題	52
確認テスト	53

7 平方根の計算

ポイント① 根号のついた数の乗除	54
ポイント② 根号のついた数の表し方	56
ポイント③ 根号のついた数の加減と四則計算	58
ポイント④ 平方根のおよその値と応用	60
練成問題	62
確認テスト	63

8 平方根の計算の利用

ポイント① 分配法則を利用した計算	64
ポイント② 乗法公式を利用した計算	66
ポイント③ 値の求め方	68
練成問題	70
確認テスト	71

9 平方根のまとめ

	72
--	----

2次方程式

10 2次方程式とその解(1)

ポイント① 2次方程式とその解	74
ポイント② 解の公式	76
練成問題	78
確認テスト	79

11 2次方程式とその解(2)

ポイント① 因数分解による解法	80
ポイント② 定数の求め方	82
練成問題	84
確認テスト	85

12 2次方程式の利用

ポイント① 数に関する問題	86
ポイント② 図形に関する問題	88
練成問題	90
確認テスト	91

13 2次方程式のまとめ

	92
--	----

2乗に比例する関数

14 2乗に比例する関数

ポイント① 2乗に比例する関数	94
ポイント② $y=ax^2$ のグラフと変域	96
ポイント③ 関数の変化の割合	98
練成問題	100
確認テスト	101

15 2乗に比例する関数と図形

ポイント① 放物線と三角形	102
ポイント② 放物線と四角形	104
練成問題	106
確認テスト	107

16	2乗に比例する関数と図形的应用	
ポイント①	面積の二等分	108
ポイント②	平行四辺形	110
	練成問題	112
	確認テスト	113
17	いろいろな関数	
ポイント①	関数 $y=ax^2$ の利用	114
ポイント②	いろいろな事象と関数	116
ポイント③	2乗に比例する関数と1次関数	118
	練成問題	120
	確認テスト	121
18	関数のまとめ	122

図形の相似

19	相似な図形	
ポイント①	相似な図形	126
ポイント②	三角形の相似条件	128
	練成問題	130
	確認テスト	131
20	平行線と線分の比	
ポイント①	三角形と比	132
ポイント②	平行線と線分の比	134
	練成問題	136
	確認テスト	137
21	中点連結定理	
ポイント①	中点連結定理とその利用	138
	練成問題	140
	確認テスト	141
22	相似と計量	
ポイント①	相似比と面積の比	142
ポイント②	相似比と表面積の比, 体積の比	144
	練成問題	146
	確認テスト	147
23	円周角の定理	
ポイント①	円周角の定理	148
ポイント②	弧の長さとお円周角	150
ポイント③	円周角の定理の逆	152
	練成問題	154
	確認テスト	155
24	相似とお円周角のまとめ	156

三平方の定理

25	三平方の定理(1)	
ポイント①	三平方の定理	162
ポイント②	特別な三角形の辺の比	164
ポイント③	座標平面上の2点間の距離	166
	練成問題	168
	確認テスト	169
26	三平方の定理(2)	
ポイント①	2つの直角三角形	170
ポイント②	図形の面積	172
	練成問題	174
	確認テスト	175
27	円と三平方の定理	
ポイント①	弦や接線の長さ	176
ポイント②	円の利用	178
	練成問題	180
	確認テスト	181
28	立体図形と三平方の定理(1)	
ポイント①	対角線の長さ	182
ポイント②	角錐や円錐と三平方の定理	184
	練成問題	186
	確認テスト	187
29	立体図形と三平方の定理(2)	
ポイント①	表面上の最短距離	188
ポイント②	点と平面の距離	190
	練成問題	192
	確認テスト	193
30	三平方の定理のまとめ	194

標本調査

31	標本調査	
ポイント①	標本調査	200

3年間の総復習

1	数と式の計算, 方程式	202
2	関数	206
3	図形	210
4	資料の活用	214

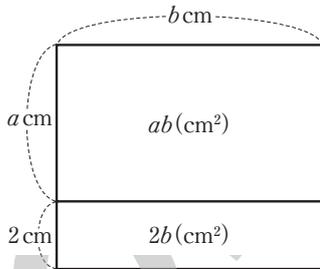
1 式の展開

学習日 月 日

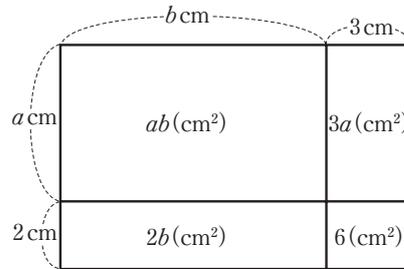
ポイント ① 単項式と多項式や、多項式どうしの計算の方法を学習しよう。

Q 縦 a cm, 横 b cm の長方形の縦を 2 cm, 横を 3 cm 長くしてできる長方形の面積を考えてみよう。

A ① 縦を 2 cm 長くしてできる長方形の面積 ② 縦を 2 cm, 横を 3 cm 長くしてできる長方形の面積



$$(a+2)b = ab + 2b \text{ (cm}^2\text{)}$$



$$(a+2)(b+3) = ab + 3a + 2b + 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

分配法則……1・2年 で学習した分配法則は、次のようでした。

I $a(b+c) = ab+ac$

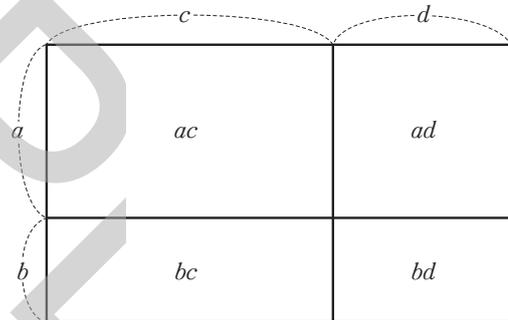
$$(a+b)c = ac+bc$$

II $(a+b) \div c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

この法則は、①のように、多項式×単項式(文字式)の場合にも成り立ちます。

では、多項式×多項式： $(a+b)(c+d)$ の計算を考えてみましょう。

$$\begin{aligned} &(a+b)(c+d) \\ &= (a+b)M && \leftarrow c+d=M \text{ とおく} \\ &= aM+bM && \leftarrow \text{分配法則} \\ &= a(c+d)+b(c+d) && \leftarrow M \text{ を } c+d \text{ にもどす} \\ &= ac+ad+bc+bd && \leftarrow \text{分配法則} \end{aligned}$$



$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

★ このように、単項式や多項式の積の形で書かれた式を和の形にすることを、**展開**するといいます。

例題 次の計算をなさい。

(1) $2x(3x+4y)$

(2) $(4x^2-8x) \div 2x$

(3) $(x+2)(y+4)$

解き方 分配法則を用いて、それぞれ計算します。

(1) $2x(3x+4y)$

$$\begin{aligned} &= 2x \times 3x + 2x \times 4y \\ &= 6x^2 + 8xy \end{aligned}$$

(2) $(4x^2-8x) \div 2x$

$$\begin{aligned} &= \frac{4x^2}{2x} - \frac{8x}{2x} \\ &= 2x - 4 \end{aligned}$$

(3) $(x+2)(y+4)$

$$= xy + 4x + 2y + 8$$

チェック **A** 1・2年の分配法則の計算を復習しよう。

1 次の計算をなさい。

*□(1) $2(2x-3)$

=

□(2) $-4(3x+2y)$

=

*□(3) $(3a-2b) \times (-5)$

=

2 次の計算をなさい。

*□(1) $(4x-12) \div 4$

=

□(2) $(2xy+4) \div 2$

=

□(3) $(6x-3) \div (-3)$

=

チェック **B** 式の展開の練習をしよう。

1 次の計算をなさい。

*□(1) $3x(x+6)$

=

□(2) $-a(3a-2)$

=

□(3) $4ab(2a-5b)$

=

□(4) $-2xy(x-6y)$

=

*□(5) $(2a-7b) \times (-2a^2)$

=

□(6) $(-x-4y) \times (-3xy)$

=

2 次の計算をなさい。

*□(1) $(4x^2-6x) \div 2x$

=

□(2) $(-3a^2b+2ab^2) \div (-ab)$

=

□(3) $(8x^2y+12xy^2-4xy) \div (-4xy)$

=

*□(4) $(5ab-3a) \div \left(-\frac{1}{2}a\right)$

=

3 次の計算をなさい。

*□(1) $(x+y)(a-b)$

=

*□(2) $(x-2)(y+3)$

=

□(3) $(a-4)(b-2)$

=

*□(4) $(x+1)(x+2)$

=

□(5) $(a+4)(2a-1)$

=

□(6) $(a+b)(a-b)$

=

Q 次の式を展開し、 x の係数や数の項に注目してみよう。

(1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x+2)(x-3)$ (3) $(x-2)(x-3)$

A (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x+2)(x-3)$ (3) $(x-2)(x-3)$
 $=x^2+3x+2x+2\times 3$ $=x^2-3x+2x+2\times(-3)$ $=x^2-3x-2x-2\times(-3)$
 $=x^2+5x+6$ $=x^2-x-6$ $=x^2-5x+6$
2と3の和 ↑ ↑ 2と3の積 2と-3の和 ↑ ↑ 2と-3の積 -2と-3の和 ↑ ↑ -2と-3の積

 上のように、 x の係数は2つの数の和、数の項は2つの数の積になります。

乗法公式 I $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

例題 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x+5)$ (2) $(x-1)(x-5)$ (3) $(x-1)(x+5)$

解き方 x の係数は和、数の項は積になることを利用します。

(1) $(x+1)(x+5)$ (2) $(x-1)(x-5)$ (3) $(x-1)(x+5)$
 $=x^2+(1+5)x+1\times 5$ $=x^2+(-1-5)x-1\times(-5)$ $=x^2+(-1+5)x-1\times 5$
 $=x^2+6x+5$ $=x^2-6x+5$ $=x^2+4x-5$

Q $(x+a)(x+b)$ の展開で a と b の絶対値が等しい場合はどうなるかを、次の式を展開して確かめてみよう。

(1) $(x+3)^2$ (2) $(x-3)^2$ (3) $(x+3)(x-3)$

A (1) $(x+3)^2$ (2) $(x-3)^2$ (3) $(x+3)(x-3)$
 $= (x+3)(x+3)$ $= (x-3)(x-3)$ $= x^2 + (3-3)x + 3\times(-3)$
 $= x^2 + (3+3)x + 3\times 3$ $= x^2 + (-3-3)x - 3\times(-3)$ $= x^2 - 9$
 $= x^2 + 6x + 9$ $= x^2 - 6x + 9$ ↑ -(3の2乗)
3の2倍 ↑ ↑ 3の2乗 -3の2倍 ↑ ↑ 3の2乗

乗法公式 II $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
 III $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

例題 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)^2$ (2) $(x-7)^2$ (3) $(a+2b)(a-2b)$

解き方 乗法公式にあてはめて展開します。

(1) $(x+2)^2$ (2) $(x-7)^2$ (3) $(a+2b)(a-2b)$
 $= x^2 + 2\times 2x + 2^2$ $= x^2 - 2\times 7x + 7^2$ $= a^2 - (2b)^2$
 $= x^2 + 4x + 4$ $= x^2 - 14x + 49$ $= a^2 - 4b^2$

チェック A 乗法公式にあてはめて式を展開する練習をしよう。

1 次の□にあてはまる数を書き入れ、.....に展開した式を書きなさい。

※□(1) $(x+3)(x+4)$
 $=x^2+(\square+\square)x+\square\times\square$
 $=\dots\dots\dots$

□(2) $(x-4)(x-5)$
 $=x^2+\{(\square)+(\square)\}x+(\square)\times(\square)$
 $=\dots\dots\dots$

※□(3) $(x-4)(x+2)$
 $=x^2+(\square+\square)x+(\square)\times\square$
 $=\dots\dots\dots$

□(4) $(x-7)(x+1)$
 $=x^2+(\square+\square)x+(\square)\times\square$
 $=\dots\dots\dots$

※□(5) $(x+5)^2$
 $=x^2+2\times\square x+\square^2$
 $=\dots\dots\dots$

※□(6) $(x-4)^2$
 $=x^2-2\times\square x+\square^2$
 $=\dots\dots\dots$

※□(7) $(x+8)(x-8)$
 $=x^2-\square^2$
 $=\dots\dots\dots$

□(8) $(x-9)(x+9)$
 $=x^2-\square^2$
 $=\dots\dots\dots$

チェック B 乗法公式を使った式の展開の練習をしよう。

1 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(x+1)(x+9)$
 $=\dots\dots\dots$

□(2) $(x-6)(x+1)$
 $=\dots\dots\dots$

□(3) $(a+8)(a+1)$
 $=\dots\dots\dots$

※□(4) $(x-2)(x+5)$
 $=\dots\dots\dots$

□(5) $(a-4)(a+5)$
 $=\dots\dots\dots$

□(6) $(x+4)(x-7)$
 $=\dots\dots\dots$

※□(7) $(a-8)(a+6)$
 $=\dots\dots\dots$

□(8) $(a-3)(a-2)$
 $=\dots\dots\dots$

□(9) $(x-3)(x-6)$
 $=\dots\dots\dots$

2 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(x+1)^2$
 $=\dots\dots\dots$

□(2) $(a+3)^2$
 $=\dots\dots\dots$

□(3) $(x+2y)^2$
 $=\dots\dots\dots$

※□(4) $(x-2)^2$
 $=\dots\dots\dots$

□(5) $(a-8)^2$
 $=\dots\dots\dots$

□(6) $(x-3y)^2$
 $=\dots\dots\dots$

3 次の式を展開しなさい。

※□(1) $(x+6)(x-6)$
 $=\dots\dots\dots$

□(2) $(x-5)(x+5)$
 $=\dots\dots\dots$

※□(3) $(3a+b)(3a-b)$
 $=\dots\dots\dots$

練 成 問 題

1 次の計算をなさい。

ポイント ①

*□ (1) $5x(2x-2y)$

□ (2) $(2xy-5y) \times (-xy)$

=

=

*□ (3) $(18a^2-12a) \div (-6a)$

□ (4) $(9x^2y-6xy^2+3xy) \div 3xy$

=

=

2 次の式を展開しなさい。

ポイント ①

*□ (1) $(a+4)(b-1)$

□ (2) $(x+6)(y-4)$

*□ (3) $(x+4)(2x-3)$

=

=

=

3 次の式を展開しなさい。

ポイント ②

*□ (1) $(x+7)(x+2)$

□ (2) $(x+6)(x+9)$

□ (3) $(a+9)(a-8)$

=

=

=

*□ (4) $(a-10)(a+2)$

□ (5) $(x-4)(x-7)$

□ (6) $(x-6)(x-5)$

=

=

=

*□ (7) $(a+4)^2$

□ (8) $(x+5)^2$

□ (9) $(x+y)^2$

=

=

=

*□ (10) $(x-6)^2$

□ (11) $(a-4)^2$

□ (12) $(a-3b)^2$

=

=

=

*□ (13) $(x+7)(x-7)$

□ (14) $(2a+1)(2a-1)$

□ (15) $(3x+2y)(3x-2y)$

=

=

=

□ (16) $(x+y)(x-3y)$

□ (17) $(2a+1)^2$

□ (18) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

=

=

=

1 次の式を展開しなさい。

(1) $-xy(4y-3x)$

(2) $(3a^2b-12ab^2) \div (-3ab)$

(3) $(2x+7)(x-3)$

(4) $(x+3)(x-5)$

(5) $(x-6)(x+3)$

(6) $(a+2b)(a-4b)$

(7) $(x-10)^2$

(8) $(a+3b)^2$

(9) $(x+1)(x-1)$

(10) $(2a+5b)(2a-5b)$

1

【各5点×10】

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	

2 式の展開の利用

学習日 月 日

ポイント 1 乗法公式を利用して、少し複雑な式の計算の練習をしよう。

Q 次の式は、どのように計算していけばよいか、考えてみよう。

$$(x+2)^2 - (x+3)(x-5)$$

A $(x+2)^2$ を①の式、 $(x+3)(x-5)$ を②の式とすると、①から②をひいた差を求めます。

①と②のそれぞれの式を展開すると、

$$\textcircled{1} \quad (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\textcircled{2} \quad (x+3)(x-5) = x^2 - 2x - 15$$

①の式から②の式をひけばよいから、

$$\begin{aligned} & (x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 2x - 15) \\ &= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x + 15 \\ &= 6x + 19 \end{aligned}$$

式から式をひくときには、
全体にかっこをつける

→ 最初からまとめると、次のようになります。

$$\begin{aligned} & (x+2)^2 - (x+3)(x-5) \\ &= (x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 2x - 15) \\ &= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x + 15 \\ &= 6x + 19 \end{aligned}$$

展開しても、全体のかっこ
はつけたまま！

例題 次の式を簡単にしなさい。

$$(1) \quad (a+2)(a-5) - 2a(a-3)$$

$$(2) \quad (x+y)(x-5y) - (2x-y)^2$$

解き方 (1) $(a+2)(a-5) - 2a(a-3)$

$$\begin{aligned} &= a^2 - 3a - 10 - 2a^2 + 6a \\ &= -a^2 + 3a - 10 \end{aligned}$$

(2) $(x+y)(x-5y) - (2x-y)^2$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 4xy - 5y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= x^2 - 4xy - 5y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2 \\ &= -3x^2 - 6y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2x-y)^2 \\ &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times y + y^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 \end{aligned}$$

*式①-式②のときには、前の式①には、かっこはつけなくてもかまいません。

チェック A 乗法公式を利用した式の計算を練習しよう。

1 次の式を展開しなさい。

*□(1) $2(x+3)(x-1)$

=

□(2) $-3(x+1)(x+2)$

=

□(3) $-(x+4)(x-8)$

=

*□(4) $3(x+1)^2$

=

□(5) $-(x-3)^2$

=

□(6) $-2(a+4)(a-4)$

=

チェック B 乗法公式を利用した式の計算を練習しよう。

1 次の式を簡単にしなさい。

*□(1) $(x+7)^2 - x(4x-1)$

=

□(2) $(a+3)(a-2) - a(5-a)$

=

*□(3) $3a(a+3) - (a-1)(a+5)$

=

□(4) $2x(3x-2) - (x+4)(x-5)$

=

*□(5) $(x-4)^2 - (x+6)(x-9)$

=

□(6) $(x-2)(x+4) - (x+5)(x-5)$

=

*□(7) $(x+1)(x-4) - 2(x-1)^2$

=

□(8) $(2x-5)^2 - 4(x-1)(x-3)$

=

*□(9) $(a+b)(a-2b) - (a+3b)(a-3b)$

=

□(10) $(x+5y)(x-2y) - 2(x-7y)(x+4y)$

=

Q 次の式は、どのように展開すればよいか考えてみよう。

$$(a+b+1)(a+b+3)$$

A 式の中に $a+b$ が2か所あるので、これを1つの文字に置き換えてから展開します。
 $a+b=X$ とおくと、

$$\begin{aligned} (a+b+1)(a+b+3) &= (X+1)(X+3) \\ &= X^2+4X+3 \\ &= (a+b)^2+4(a+b)+3 \\ &= a^2+2ab+b^2+4a+4b+3 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \square \\ \leftarrow \\ \square \end{array} \right\} (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
 $\leftarrow X$ を $a+b$ にもどす

例題 次の式を展開しなさい。

(1) $(a-b+2)(a-b-5)$

(2) $(a+2b-3)^2$

解き方 (1) $a-b=X$ とおくと、

$$\begin{aligned} (a-b+2)(a-b-5) &= (X+2)(X-5) \\ &= X^2-3X-10 \\ &= (a-b)^2-3(a-b)-10 \\ &= a^2-2ab+b^2-3a+3b-10 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \square \\ \leftarrow \end{array} \right\} X$ を $a-b$ にもどす

(2) $a+2b=X$ とおくと、

$$\begin{aligned} (a+2b-3)^2 &= (X-3)^2 \\ &= X^2-6X+9 \\ &= (a+2b)^2-6(a+2b)+9 \\ &= a^2+4ab+4b^2-6a-12b+9 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \square \\ \leftarrow \end{array} \right\} X$ を $a+2b$ にもどす

チェック A 置き換えを利用した式の展開を練習しよう。

* 1 次の□にあてはまる数や式を書き入れ、式を展開しなさい。

□ (1) $(a-b+4)^2$

□ **ア** = X とおくと、
 $(a-b+4)^2 = (X+4)^2$
 $= X^2 + \square \text{イ} + 16$
 $= (\square \text{ウ})^2 + 8(\square \text{ウ}) + 16$
 $= \square \text{エ}$

ア....., イ....., ウ....., エ.....

□ (2) $(a+2b+5)(a+2b-5)$

□ **ア** = X とおくと、
 $(a+2b+5)(a+2b-5) = (X+5)(\square \text{イ})$
 $= X^2 - \square \text{ウ}$
 $= (\square \text{ア})^2 - \square \text{ウ}$
 $= \square \text{エ}$

ア....., イ....., ウ....., エ.....

チェック B 置き換えを利用した式の展開を練習しよう。

1 次の式を展開しなさい。

* □ (1) $(a+b-4)(a+b-6)$

=

□ (2) $(a-b+2)(a-b-7)$

=

□ (3) $(x+y-3)(x+y-5)$

=

□ (4) $(x-2y+1)(x-2y+4)$

=

* □ (5) $(a+b-2)^2$

=

□ (6) $(2a-b+3)^2$

=

* □ (7) $(x+2y+4)(x+2y-4)$

=

□ (8) $(2a-b+c)(2a-b-c)$

=

Q $x = -3$ のとき、 $x(x+2) - (x-1)^2$ の値を簡単に求める方法を考えてみよう。

A 式を簡単にしてから代入します。

$$\begin{aligned} & x(x+2) - (x-1)^2 \\ &= x^2 + 2x - (x^2 - 2x + 1) \\ &= x^2 + 2x - x^2 + 2x - 1 \\ &= 4x - 1 \end{aligned}$$

これに、 $x = -3$ を代入すると、 $4 \times (-3) - 1 = -12 - 1 = -13$

例題 次の式の値を求めなさい。

- (1) $x=2$ のとき、 $(6x^2 - 4x) \div (-2x)$
 (2) $a = -1, b=3$ のとき、 $(a+b)(a-b) - (a+2b)(a-3b)$

解き方 式を簡単にしてから代入します。

- (1) $(6x^2 - 4x) \div (-2x) = -3x + 2$
 これに $x=2$ を代入すると、 $-3 \times 2 + 2 = -4$
 (2) $(a+b)(a-b) - (a+2b)(a-3b) = a^2 - b^2 - (a^2 - ab - 6b^2)$
 $= a^2 - b^2 - a^2 + ab + 6b^2$
 $= ab + 5b^2$
 これに $a = -1, b=3$ を代入すると、 $-1 \times 3 + 5 \times 3^2 = -3 + 45 = 42$

Q 次の計算を簡単にする方法を考えてみよう。

- (1) 97^2 (2) 102×98

A (1) $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ です。この式の x と a が計算しやすい数であれば、 $x^2 - 2ax + a^2$ の値は、簡単に求めることができます。
 $97 = 100 - 3$ ですから、 $97^2 = (100 - 3)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2$
 $= 10000 - 600 + 9$
 $= 9409$

(2) $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ ですから、 102×98 は、100 と 2 の和と差の積になります。
 $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2)$
 $= 100^2 - 2^2$
 $= 10000 - 4$
 $= 9996$

例題 次の計算をしなさい。

- (1) 51^2 (2) 88×92

解き方 (1) $51 = 50 + 1$ ですから、 $51^2 = (50 + 1)^2$
 $= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2$
 $= 2500 + 100 + 1$
 $= 2601$

(2) $88 = 90 - 2, 92 = 90 + 2$ ですから、 88×92 は、90 と 2 の和と差の積になります。
 $88 \times 92 = (90 - 2)(90 + 2)$
 $= 90^2 - 2^2 = 8100 - 4$
 $= 8096$

チェック A 数を効率よく計算する方法を練習しよう。

1 次の問いに答えなさい。

□(1) $(12x^2y + 8xy^2 - 4xy) \div (-4xy)$ を計算しなさい。

*□(2) $x=2, y=-3$ のとき, $(12x^2y + 8xy^2 - 4xy) \div (-4xy)$ の値を求めなさい。

***2** 次の□にあてはまる数を書き入れなさい。

□(1) 73^2

$= (\square + 3)^2$

$= \square^2 + 2 \times \square \times 3 + 3^2$

$= \square$

□(2) 29×31

$= (\square - 1)(\square + 1)$

$= \square^2 - \square^2$

$= \square$

チェック B 式の値や数の計算の求め方の練習をしよう。

1 次の式の値を求めなさい。

*□(1) $x=-2$ のとき, $(3x^2 + 5x) \div x$ の値

□(2) $a=3, b=-5$ のとき, $(a^2b - 2ab^2) \div ab$ の値

*□(3) $a=-\frac{1}{2}$ のとき, $(a+2)^2 - (a+1)(a-5)$ の値

□(4) $x=\frac{1}{3}, y=-1$ のとき, $(2x+y)^2 - x(x+4y)$ の値

2 次の計算をしなさい。

*□(1) 69×71

*□(2) 106^2

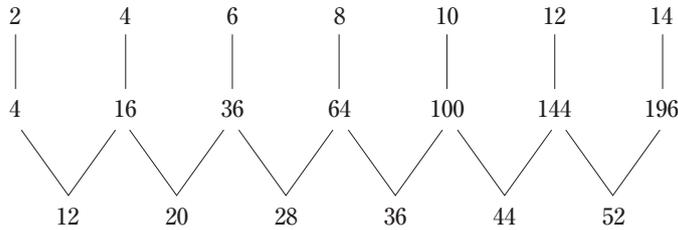
□(3) 990^2

=

=

=

Q 次のように、連続する偶数の平方を計算し、それらの差をとり、規則性がないかどうか調べてみよう。



- ・ 偶数……2 の倍数
- ・ 奇数……2 の倍数でない数

A 並んだ数を見ると、これらは8ずつ増えていて、どれも4の倍数のようです。

例えば、 $24^2 - 22^2 = 576 - 484 = 92 = 23 \times 4$ で、4の倍数です。

では、このことが、どんな場合にも成り立つことを、文字を使って証明してみましょう。

例題 連続する2つの偶数の平方の差は、4の倍数であることを証明しなさい。

解き方 まず、連続する2つの偶数を、文字式で表すことから考えます。

- ① 偶数 = 2 の倍数 = $2 \times (\text{整数})$ の形をしています → n を整数とすると、偶数 = $2n$
- ② 連続する偶数のうち、小さい方の偶数を $2n$ とすると、その次の偶数はそれより2大きくなるので、 $2n+2$ と表すことができます。
- ③ 小さい方の偶数の平方 = $(2n)^2$
 大きい方の偶数の平方 = $(2n+2)^2$
 2つの数の差 = 大きい数 - 小さい数
 → 連続する偶数の平方の差 = $(2n+2)^2 - (2n)^2$
- ④ 4の倍数 = $4 \times (\text{整数})$ の形ですから、 $(2n+2)^2 - (2n)^2$ が、 $4 \times (\text{整数})$ の形になることを示します。

証明 n を整数とすると、連続する2つの偶数は、 $2n$ 、 $2n+2$ と表せるので、連続する2つの偶数の平方の差は、 $(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2$

$$= 8n + 4$$

$$= 4(2n + 1)$$

ここで、 $2n+1$ は整数であるから、 $4(2n+1)$ は、 $4 \times (\text{整数})$ となり、4の倍数である。

よって、連続する2つの偶数の平方の差は、4の倍数である。

参考 上のことを、もう少し詳しく見てみましょう。

連続する2つの偶数の平方の差は、 $4(2n+1)$ と表すことができます。

- ① この数は、4の倍数ですが、 $2n+1$ は(偶数)+1、つまり、奇数ですから、8の倍数になることはありません。
- ② 次に、 $2n+1$ に注目すると、 $2n+1$ は、連続する2つの偶数 $2n$ と $2n+2$ のちょうど間の数になっています。したがって、上のことから、次のようにいえることができます。

連続する2つの偶数の平方の差は、その間の奇数の4倍に等しい。

チェック A 文字式を用いて、整数の性質を証明してみよう。

1 前ページの例題の偶数が、奇数のとき、つまり2つの連続する奇数の平方の差はどうなるか調べました。

□ にあてはまる数や式、語句を書き入れなさい。

□ (1) 2つの連続する奇数のうち、小さい方の奇数を $2n-1$ (n は整数) とすると、
大きい方の奇数は、□ と表すことができます。

□ (2) したがって、2つの奇数の平方の差は、 $(\square)^2 - (2n-1)^2 = \square$ となります。

□ (3) (2)より、2つの連続する奇数の平方の差は、その間にある□の□倍になります。

* **2** 前ページの例題と **1** から、次のことが成り立ちます。

3つの連続する整数のうち、最も大きい整数と最も小さい整数の平方の差は、真ん中の整数の4倍に等しい。これを次のように証明しました。□にあてはまる式を書き入れなさい。

□ (証明) 連続する3つの整数のうち、真ん中の整数を n とすると、3つの整数は、

□, n , □ と表すことができる。

最も大きい整数と最も小さい整数の平方の差は、

$(\square)^2 - (\square)^2 = \square$ となり、

これは真ん中の整数の4倍である。

したがって、3つの連続する整数のうち、最も大きい整数と最も小さい整数の平方の差は、真ん中の整数の4倍に等しい。

チェック B 文字式を用いて、図形の性質を証明してみよう。

* **1** 図のように、半径 r の円形の舞台の周りに、幅 a の観客席がついています。この観客席の真ん中を通る円周の長さを ℓ 、観客席の面積を S とするとき、円周率を π として、次の問いに答えなさい。

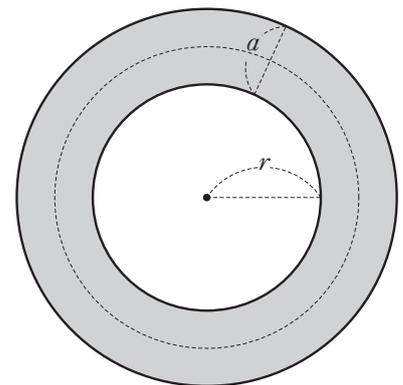
□ (1) S を、 a と r の式で表しなさい。

$S =$

□ (2) ℓ を a と r の式で表しなさい。

$\ell =$

□ (3) (1), (2)から、 $S = a\ell$ が成り立つことを示しなさい。



[.....]

練 成 問 題

1 次の式を簡単にしなさい。

ポイント **1**

*□(1) $(a+7)(a-2) - a(a-5)$

*□(2) $(x-5)(x+5) - (x-4)^2$

=

=

□(3) $(a-8)(a-3) - 2(a+4)(a-1)$

□(4) $(x+3y)^2 - (x-2y)(x+6y)$

=

=

2 次の式を展開しなさい。

ポイント **2**

□(1) $(x+y+4)(x+y-3)$

*□(2) $(a-b+5)^2$

=

=

3 次の式の値を求めなさい。

ポイント **3**

*□(1) $a = -1$ のとき, $(4a^3 - a^2 + 2a) \div a$ の値

*□(2) $x = 3, y = \frac{1}{3}$ のとき, $(x-9y)(x+y)$ の値

□(3) $a = -2, b = 5$ のとき, $(a+b)^2 - (a+2b)(a-b)$ の値

4 一の位が 0 でない 2 けたの整数を A , 整数 A の一の位の数と十の位の数を入れかえてできる 2 けたの整数を B とします。 A の十の位の数 a , 一の位の数 b とするとき, 次の問いに答えなさい。ただし, $A > B$ とします。

ポイント **4**

□(1) 整数 A, B を, それぞれ a, b の式で表しなさい。

A B

□(2) $A+B, A-B$ を, それぞれ a, b の式で表しなさい。

$A+B$ $A-B$

□(3) $(A+B)(A-B)$ は, いくつの倍数になりますか。最大の数を答えなさい。

.....

1 次の式を簡単にしなさい。

(1) $(x-3)^2 - x(2x-7)$

(2) $(a+6)(6-a) + (a-1)^2$

(3) $(x-5)(x+4) - (x+3)(x-6)$

2 次の式を展開しなさい。

(1) $(a-b-2)(a-b+8)$

(2) $(x+y-6)^2$

3 次の式の値を求めなさい。

(1) $a=5$ のとき, $(2a^2-3a) \div (-a)$ の値

(2) $x=-1, y=\frac{1}{4}$ のとき,
 $(4x^2y-8xy^2+2xy) \div 2xy$ の値

(3) $a=2, b=-3$ のとき,
 $(a+2b)(a-2b) - (a+b)(a-3b)$ の値

4 3つの連続した整数のうち, 最大の整数と最小の整数の積に1を加えた数は, 真ん中の整数の平方に等しいことを証明したい。真ん中の数を n として, 証明しなさい。

1

【各5点×3】

(1)	
(2)	
(3)	

2

【各5点×2】

(1)	
(2)	

3

【各5点×3】

(1)	
(2)	
(3)	

4

【10点】

--