

★ CONTENTS ★

1 数と式 <i>introduction</i>	4	5 関数とグラフ <i>introduction</i>	30
学習の要点① 整式		学習の要点① 関数	
学習の要点② 実数		学習の要点② 関数のグラフと方程式	
		学習の要点③ 2次関数のグラフ	
2 整式とその加法・減法・乗法	8	6 2次関数のグラフ	36
例題① 整式とその加法・減法		例題① 2次関数のグラフ	
例題② 指数法則		例題② グラフの平行移動	
例題③ 乗法公式～その1～		例題③ グラフの対称移動	
例題④ 乗法公式～その2～		例題④ 2次関数の決定～その1～	
例題⑤ 乗法公式～その3～		例題⑤ 2次関数の決定～その2～	
例題⑥ 乗法公式～その4～		例題⑥ 2次関数の決定～その3～	
例題⑦ いろいろな展開			
3 因数分解・整式の割り算	14	7 2次関数の最大・最小	44
例題① 因数分解～その1～		例題① 2次関数の最大値・最小値～その1～	
例題② 因数分解～その2～		例題② 2次関数の最大値・最小値～その2～	
例題③ 因数分解～その3～		例題③ 2次関数の最大値・最小値の応用	
例題④ 因数分解の工夫～その1～			
例題⑤ 因数分解の工夫～その2～			
例題⑥ 因数分解の工夫～その3～			
例題⑦ 因数分解の工夫～その4～			
例題⑧ 整式の割り算～その1～			
例題⑨ 整式の割り算～その2～			
4 実数	22	8 2次関数のグラフと2次方程式	50
例題① 実数		例題① 2次関数のグラフとx軸との共有点	
例題② 数直線と絶対値		例題② 2次関数のグラフとx軸との位置関係	
例題③ 絶対値と実数		例題③ 2次方程式とその解	
例題④ 平方根		例題④ 2次関数のグラフとx軸上の線分の長さ	
例題⑤ 分母の有理化			
例題⑥ 平方根の計算			
例題⑦ 式の値			
例題⑧ 2重根号の外し方			
◆センター試験を覗いてみよう	29	◆センター試験を覗いてみよう	56

1 数と式 *introduction*

学習の要点① 整式

◆ 文字式の構造

◎ 右の①のような多項式を3次式といい、 x^3 , $-2x^2$, $5x$, -3 をそれぞれ項、 -2 のように文字の前に書かれた数を係数と呼ぶことを中学2年で学習しました。細かくいと、 x^3 を3次の項、 $-2x^2$ を2次の項、 $5x$ を1次の項、 -3 を定数項といいます。

$$\boxed{①} \quad x^3 - 2x^2 + 5x - 3$$

このような多項式と $3x^2y$ のような単項式を合わせて、整式といいます。

次に、②の多項式を見てみましょう。項は ax , b の2つで、 ax は文字が2つあるので、2次の項、 b は1次の項ですから、2次式ということができます。

$$\boxed{②} \quad ax + b$$

ところが、この式を1次関数の一般式 $y=ax+b$ の右辺と考えると、 x についての1次式といふことができます。高校では、このように、ある特定の文字に着目して、その文字以外は数と同等に扱う方が一般的になります。

次の③の多項式について考えてみましょう。

この整式は3次式で、 x^2 , xy^2 , x , x^2y , y^2 の係数はそれぞれ3, -1, 2, -1, 1で、定数項は-5です。これを x についての式と考えると、

$$\boxed{③} \quad 3x^2 - xy^2 + 2x - x^2y + y^2 - 5$$

となり、 x^2 の係数は $3-y$, x の係数は $2-y^2$, 定数項は y^2-5 といふことができます。

ここでは、 $3x^2$ と $-x^2y$ を、 $3x^2-2x^2=(3-2)x^2$ と同じように、同類項と見てまとめていきます。 $-xy^2$ と $2x$ も同じ考え方です。

整式を、ある1つの文字について整理するとき、上のように次数の高い方から低い方への順に整理することを、降べきの順に整理するといいます。逆に、

$$(y^2-5) + (2-y^2)x + (3-y)x^2$$

のように、次数の低い方から高い方への順に整理することを、昇べきの順に整理するといいます。

低い方へ降りていくから降べきの順

高い方へ昇っていくから昇べきの順

高校では、まず、式をある特定の文字について整理することを学び、その整式の加法や減法、乗法や除法の仕方を学習していきますが、その大部分は中学で学習した内容の復習になります。

高校での新しい考え方の問題は、係数や降べきの順なども含め、次单元以降で学ぶことにし、この單元では、まず、中学で学んだ式の計算の復習を行ってみましょう。

◆確認問題◆ 1 ◆ 次の問い合わせに答えなさい。

□(1) 次の計算をしなさい。

$$\square \textcircled{1} \quad 3x - 2 + 4x + 1$$

$$\square \textcircled{2} \quad x + 5 - 5x + 8$$

$$\square \textcircled{3} \quad 3 - 2a - a + 9$$

$$\square \textcircled{4} \quad 2x + y - 3x - 4y$$

$$\square \textcircled{5} \quad 5x + 3y - 3x - 2y$$

$$\square \textcircled{6} \quad a + 2b - 3a - b$$

$$\square \textcircled{7} \quad 2x^2 - 3x + 1 - x^2 + 3x + 4$$

$$\square \textcircled{8} \quad x^2 + 3x - 4x^2 + 1 - 5x$$

$$\square \textcircled{9} \quad 3x^2y - xy^2 + 2xy^2 + x^2y$$

□(2) 次の計算をしなさい。

□① $(x-3)+(x+5)$

□② $(2x+5)-(x-4)$

□③ $(3-a)-(10+a)$

□④ $(2x+y)+(x-2y)$

□⑤ $(3x+4y)-(2x+3y)$

□⑥ $(a-5b)-(3b-4a)$

□(3) 次の計算をしなさい。

□① $2x \times 5x$

□② $x^2 \times x^3$

□③ $3a \times 2a^2$

□④ $x^4 \div x^2$

□⑤ $3x \times 2x^2 \div x^3$

□⑥ $a^3 \div a^2 \times a$

□(4) 次の計算をしなさい。

□① $2(x+3)+3(x-1)$

□② $5x-4(x+1)$

□③ $3(2a+1)-4(a-5)$

□④ $2x-y+2(x+3y)$

□⑤ $2(3x+y)-3(x+2y)$

□⑥ $3(a+2b)-2(a+b)$

□⑦ $x(2x+y)+y(x+2y)$

□⑧ $2x(x-y+1)-y(3x+2y-5)$

□(5) 次の計算をしなさい。

□① $(2x^2+4x-12) \div (-2)$

□② $(x^3-5x^2+x) \div x$

□(6) 次の計算をしなさい。

□① $(x+1)(y-1)$

□② $(2x+3)(y-3)$

□③ $(x-1)(x^2+x+1)$

□(7) 次の乗法公式の右辺を書きなさい。

□① $(a+b)^2 =$

□② $(a-b)^2 =$

□③ $(a+b)(a-b) =$

□④ $(x+a)(x+b) =$

□(8) 次の式を展開しなさい。

□① $(x+3)^2$

□② $(x-8)^2$

□③ $(x-2y)^2$

□④ $(x+5)(x-5)$

□⑤ $(x+7)(x-7)$

□⑥ $(x-2y)(x+2y)$

□⑦ $(x+2)(x+5)$

□⑧ $(x-3)(x-8)$

□⑨ $(x+4)(x-9)$

□⑩ $(x+2)(x-7)$

□⑪ $(x-5)(x-4)$

□⑫ $(x+9)(x-3)$

◎ 以上の計算は、2 単元目の学習の基礎になります。ここまでできれば、高校の数学といつても、何も心配要りません。さて、因数分解については、3 単元目で中学の復習も含めて集中的に学習することにして、次は数についての復習をしておきましょう。

学習の要点② 実数

◆ 数の分類

◎ 中学に入学して、算数が数学になり、はじめて負の数を学習したこと覚えていますか。また、中学3年では、無理数という新しい「数」を学習しました。高校1年の数学では、新しい「数」は登場せず、中学までで学んだ数の範囲で問題を考えていきます。中学で学んだ

有理数 無理数

を合わせて、**実数**といいます。

中学でも学んだように、無理数を小数で表そうとすると、数字が無限に続いてしまいます。このように、数字が無限に続く小数を**無限小数**といいます。

無限小数には、無理数だけでなく、 $\frac{1}{7}=0.1428571428571\dots$ のような分数も含まれます。ところが、無理数の $\sqrt{2}$ と $\frac{1}{7}$ を小数で表して比べると、違いが見られます。

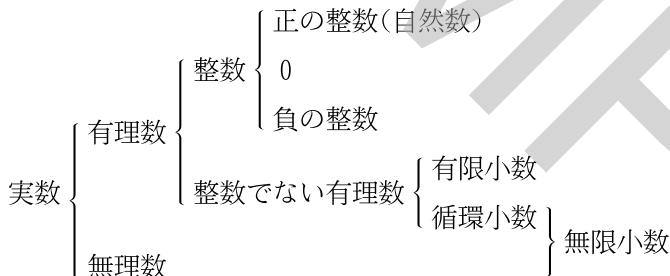
$$\sqrt{2} = 1.414213562373095\dots$$

$$\frac{1}{7} = 0.1428571428571\dots$$

その違いとは、 $\sqrt{2}$ に出てくる数字の順にはまったく規則性が見られないのに対して、 $\frac{1}{7}$ の方は142857が繰り返し現れている点です。 $\frac{1}{7}$ のように、同じ数字の配列が繰り返される無限小数を、**循環小数**といいます。

このように循環小数と無理数は違う種類の数です、むしろ、 $\frac{1}{7}$ は、 $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{5}$ のように割り切れる分数と同じ仲間であると言えます。このように、 m を整数とし、 n を0でない整数としたときに、 $\frac{m}{n}$ の形で表される数を、**有理数**といいます。

以上のことから、実数は次のように分類することができます。



高校の数の範囲の学習では、まず実数をきちんと分類した上で、中学1年で学習した数直線と絶対値を数や範囲のある数と関連付けて扱うことをします。また、平方根の計算でも、新しい分母の有理化の仕方を学んでいきます。これらは、単元4で詳しく学習していきます。この単元では、単元4を学習する上で大切な、数の計算と、方程式・不等式の解き方を復習しておきましょう。

◆確認問題◆2◆ 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の計算をしなさい。

□① $3 - 5 + 1$

□② $-2 \times 3 \times 5$

□③ $2^2 \times (-3)^2$

□④ $3 + 5 \times (-4)$

□⑤ $-30 - 6 \times (-5)$

□⑥ $12 \times 2 - 3 \times 9$

□⑦ $12 - 3 \times 2^2$

□⑧ $3^2 - 4 \times (-2) \times (-5)$

□⑨ $\frac{2^2 - 4 \times 3 \times (-2)}{3 \times 2}$

□(2) 次の計算をしなさい。

□① $\sqrt{2}\sqrt{3}$

□② $\sqrt{6}\sqrt{8}$

□③ $\sqrt{10} \times (-\sqrt{20})$

□④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

□⑤ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{8}}$

□⑥ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

□(3) 次の計算をしなさい。

□① $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

□② $\sqrt{3} - \sqrt{27}$

□③ $-\sqrt{5} + \sqrt{45}$

□④ $\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

□⑤ $\sqrt{28} - \frac{2}{\sqrt{7}}$

□⑥ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{3}{2}}$

□(4) 次の計算をしなさい。

□① $(\sqrt{2}+1)^2$

□② $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

□③ $(\sqrt{3}+2\sqrt{5})^2$

□④ $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

□⑤ $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

□⑥ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

□⑦ $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$

□⑧ $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}-1)$

□⑨ $(\sqrt{5}+2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{18})$

□(5) 次の式の値を求めなさい。

□① $x=\sqrt{3}-1$ のとき, x^2+2x の値を求めなさい。

□② $x=\sqrt{2}+1$, $y=\sqrt{2}-1$ のとき, xy の値を求めなさい。

□③ $x=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{5}$ のとき, x^2+y^2 の値を求めなさい。

□(6) 次の方程式を解きなさい。

□① $x-3=4$

□② $3-x=4$

□③ $-4x=2$

□④ $2x+1=7$

□⑤ $-3x+5=-4$

□⑥ $x-5=3x+1$

□⑦ $2(x+3)=-8$

□⑧ $-(2x-3)=x$

□⑨ $2(x-4)=3(x+5)$

□(7) 次の不等式を解きなさい。

□① $x-5 > 2$

□② $5-x > 2$

□③ $-5x < 10$

□④ $2x-3 \leq -1$

□⑤ $-x \geq 2x-9$

□⑥ $10-4x > -2$

□⑦ $x+3 < 5x-8$

□⑧ $3x+1 \geq 5-2x$

□⑨ $7(x-3) \leq -8+9x$

◎ ここで高校数学の「数と式」への準備はできました。次の単元から、中学で学習したことがらを確認しながら、新たな学習領域に踏み込んでいきましょう。