

数学

中学3年

発展編

本書の構成と特色

- **全体の構成** 有名私立・国立高校入学を目指す皆さんが、中学3年間の学習内容を効果的に理解し、実際の入試問題を解くことができるように、構成されています。
- **単元の構成** 単元1～6は、**確認問題**→**練成問題**→**発展問題**の3ステップで構成され、3年の全範囲の学習内容の理解が深まるように構成されています。また、発展問題には出題校名が入っています。
単元7～9は、実際の入試問題の演習になっています。

CONTENTS

1 数と式	2
2 整数・場合の数・確率	6
3 方程式・不等式	10
4 平面図形	14
5 立体図形	20
6 関数	26
7 実戦総合演習(1)	34
8 実戦総合演習(2)	36
9 実戦総合演習(3)	38

■ 確認問題 ■

1 次の計算をせよ。

□(1) $5 - (2 - 7) \times (-1)$

〔

□(2) $-5 + 4 \times (-3)^3 - 3^2 \div (-1)^3$

〕

〔

□(3) $\sqrt{245} + \sqrt{125} - \sqrt{20}$

〔

□(4) $\sqrt{75} - \sqrt{5} - \sqrt{3}(5 - \sqrt{15})$

〕

〔

□(5) $(\sqrt{6} + 2)(3 + \sqrt{6})$

〔

□(6) $(\sqrt{27} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{8})$

〕

〔

□(7) $(2 - \sqrt{3})^2 - \sqrt{6}(\sqrt{2} - \sqrt{24})$

〔

□(8) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

〕

〔

2 次の計算をせよ。

□(1) $4x^2y^2 \div (-xy^2)$

〔

□(2) $(-2a^2)^3 \div 2a^2 \times (-2a)$

〕

〔

□(3) $-xy(y - x) + y(3xy - x^2)$

〔

□(4) $(6x^2y - 12xy) \div 3y - 2x(x - 4)$

〕

〔

□(5) $(x - 2)^2 - (x - 4)(x - 1)$

〔

□(6) $(a + 2)(2 - a) + (a - 2)^2$

〕

〔

□(7) $(3x - 4y)(3x + 4y) - (3x + 2y)(3x - 8y)$

〔

□(8) $(x + 3)^2 + (x + 5)(x - 4) - (2x - 1)(x - 6)$

〕

〔

3 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^2 + 5x - 24$

〔

□(2) $x^2 - 5xy - 6y^2$

〕

〔

□(3) $ax^2 - 3ax + 2a$

〔

□(4) $x^3y - xy^3$

〕

〔

□(5) $(3 - x)(x - 12) + 2x(x - 12)$

〔

□(6) $x^2(x - 1) - (x - 1)$

〕

〔

□(7) $(x - 1)^2 - 10(x - 1) - 24$

〔

□(8) $(x^2 + x)^2 - 3(x^2 + x) - 18$

〕

〔

4 次の問いに答えよ。

□(1) $x = 2 + \sqrt{5}$ のとき、 $x^2 - 4x - 7$ の値を求めよ。

〔

□(2) $\sqrt{3} = 1.732$ として、 $\sqrt{0.75}$ を求めよ。

〔

□(3) 循環小数 $0.1\dot{3}\dot{5}$ を既約分数で表せ。

〔

練成問題

1 次の計算をせよ。

- | | |
|--|--|
| <p>□(1) $\frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div \frac{3}{2}$</p> <p>□(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 2 \times \frac{2}{5} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3}$</p> <p>□(5) $\sqrt{14} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} - \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$</p> <p>□(7) $(3 - \sqrt{2} + \sqrt{5})(3 + \sqrt{2} - \sqrt{5})$</p> | <p>□(2) $\frac{5}{2} \div \left(-\frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{3} - (-4)^2$</p> <p>□(4) $\left\{-3^2 \div 4\frac{2}{7} - \left(-\frac{3}{5}\right)\right\} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3$</p> <p>□(6) $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{27} + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{18}}{3}$</p> <p>□(8) $\sqrt{48} - \frac{\sqrt{27}}{4} - \frac{15}{\sqrt{12}} + \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}\right)^2$</p> |
| [] | [] |
| [] | [] |
| [] | [] |
| [] | [] |

2 次の計算をせよ。

- | | |
|--|---|
| <p>□(1) $\frac{1}{9}x^3y^3 \div \left(-\frac{2}{3}xy\right) \times (-6x)^2$</p> <p>□(3) $\frac{2a+b}{3} - \frac{10a-2b}{15}$</p> <p>□(5) $(1+a-b)(1-a+b) + (a-b)^2$</p> | <p>□(2) $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2 \div \left(\frac{3}{2}xy^2z\right)^3 \times 12xyz$</p> <p>□(4) $\frac{3x-2y+1}{3} - \frac{x-2y-3}{2}$</p> <p>□(6) $(a+1)^2(a-1)^2(a^2+1)^2$</p> |
| [] | [] |
| [] | [] |
| [] | [] |

3 次の式を因数分解せよ。

- | | |
|---|---|
| <p>□(1) $x^2 - \frac{7}{10}x + \frac{1}{10}$</p> <p>□(3) $x(y-2) - y + 2$</p> <p>□(5) $xy - x - y + 1$</p> <p>□(7) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9$</p> | <p>□(2) $(2a-3)(a+4) - (a+2)^2 - 4$</p> <p>□(4) $x^2(y-1) + (1-y)$</p> <p>□(6) $ab^2 + b - b^3 - a$</p> <p>□(8) $x^2y^2 - 4x^2 - y^2 + 4$</p> |
| [] | [] |
| [] | [] |
| [] | [] |
| [] | [] |

4 次の問いに答えよ。

- (1) $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$ のとき, $x^2y - xy^2 - x + y$ の値を求めよ。
[]
- (2) $a + b + c = 0$, $abc \neq 0$ のとき, $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$ の値を求めよ。
[]
- (3) $a^2 = b^2 + 24$ を満たす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。
[]
- (4) a, b を 1 以上 9 以下の整数とすると, $\sqrt{\frac{72b}{a}}$ が整数になる (a, b) の組は何組あるか。
[]

発展問題

1 次の計算をせよ。

- (1) $121 \times 121 - 119 \times 122 - 119 \times 120 + 116 \times 123$ 〈花園〉
〔 〕
- (2) $\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}$ 〈海城〉
〔 〕
- (3) $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{50^2}\right)$ 〈山手学院〉
〔 〕
- (4) $(\sqrt{7} + \sqrt{6} - 2)(\sqrt{7} - \sqrt{6} + 2) + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ 〈東京学芸大附〉
〔 〕
- (5) $3\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2}\right)^2$ 〈大教大附平野〉
〔 〕
- (6) $\frac{(a-2)^2}{2} - \frac{a(a-1)}{4} + 2(a+1)(a-1)$ 〈同志社香里〉
〔 〕
- (7) $\left(\frac{x-y}{3} + x + y\right)^2 - \left(x - y + \frac{x+y}{3}\right)^2$ 〈成城学園〉
〔 〕

2 次の式を因数分解せよ。

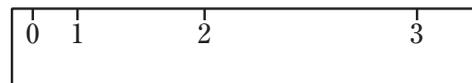
- (1) $(x-y)(x-y+5) + 6$ 〈桜美林〉
〔 〕
- (2) $(ab+cd)^2 + (ad-bc)^2$ 〈ラ・サール〉
〔 〕
- (3) $x^2(y^3 - 2y^2) - 5x(y^2 - 2y) + 4y - 8$ 〈東大寺学園〉
〔 〕
- (4) $a^2 + b^2 - 3c^2 + 2(ab - bc - ca)$ 〈早大本庄〉
〔 〕

3 次の問いに答えよ。

- (1) $x : y = 3 : 4$ のとき, $\frac{8x-3y}{4x+2y}$ の値を求めよ。 〈玉川学園〉
〔 〕
- (2) $x + y = 10$, $x^2 - 2xy - 3y^2 = 20$ のとき, $\frac{2x+2y+3xy+3y^2}{x^2-3xy}$ の値を求めよ。 〈青山学院〉
〔 〕
- (3) $\sqrt{7n}$ の整数部分が 5 または 6 のとき, 整数 n の値をすべて求めよ。 〈江戸川学園取手〉
〔 〕
- (4) $\sqrt{3400 - 40n}$ が正の整数となるような, 最大の正の整数 n を求めよ。 〈城北〉
〔 〕
- (5) $\sqrt{n^2 + 77}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。 〈愛光〉
〔 〕

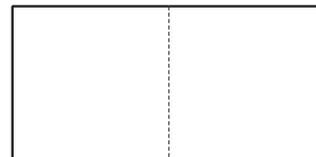
4 次の問いに答えよ。

- (1) 右の図1のように、0と目盛られた点からの距離が a^2 である点に正の数 a を目盛ったものさしがある。このものさしで、1、7と目盛られた点をそれぞれP、Qとすると、線分PQの中点Mに目盛られている数を求めよ。〈筑波大附〉



- (2) 右の図2のような $1\text{ m} \times 2\text{ m}$ の長方形の板を使って、 $2\text{ m} \times n\text{ m}$ の長方形の部屋を敷き詰める方法の総数を $A(n)$ で表すことにする。ただし、 n は正の整数とする。例えば、 $A(1)=1$ 、 $A(2)=2$ である。このとき、 $A(4)$ 、 $A(6)$ 、 $A(9)$ の値をそれぞれ求めよ。〈巣鴨〉

図2



5 正の数 x に対して、 $[x]$ は x の整数部分、 $\{x\}$ は x の小数第一位を四捨五入した整数を表すものとする。このとき次の問いに答えよ。〈慶應〉

- (1) $[\sqrt{n}] = 2$ を満たす自然数 n をすべて求めよ。

[]

- (2) $[\sqrt{n}] \times \{\sqrt{n}\} = 12$ を満たす自然数 n をすべて求めよ。

[]

6 数 x の整数部分と小数部分を次のように定める。 x の整数部分とは x をこえない最大の整数とし、 x の小数部分とは x から x の整数部分をひいた数とする。このとき次の問いに答えよ。〈慶應女子〉

- (1) $(1-2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(-1+2\sqrt{2}+3\sqrt{3})$ の小数部分を求めよ。

[]

- (2) -3.14 の小数部分を求めよ。

[]

- (3) x の小数部分の2乗が、 $-x$ の小数部分と等しいとき、 x の小数部分を求めよ。ただし、 x は整数でないとする。

[]

7 記号 $[a, b, c]$ は3数 a, b, c を $a^3+b^3+c^3-3abc$ によって計算し、記号 $\langle a, b, c \rangle$ は3数 a, b, c を $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ によって計算するものとする。 $\langle a, b, c \rangle = A$ として、次の問いに答えよ。〈大阪星光〉

- (1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開せよ。

[]

- (2) $\langle a+t, b+t, c+t \rangle$ を A の式で表せ。

[]

- (3) $a+b+c=1$ のとき、 $[3a-b-c, 3b-c-a, 3c-a-b]$ を A の式で表せ。

[]